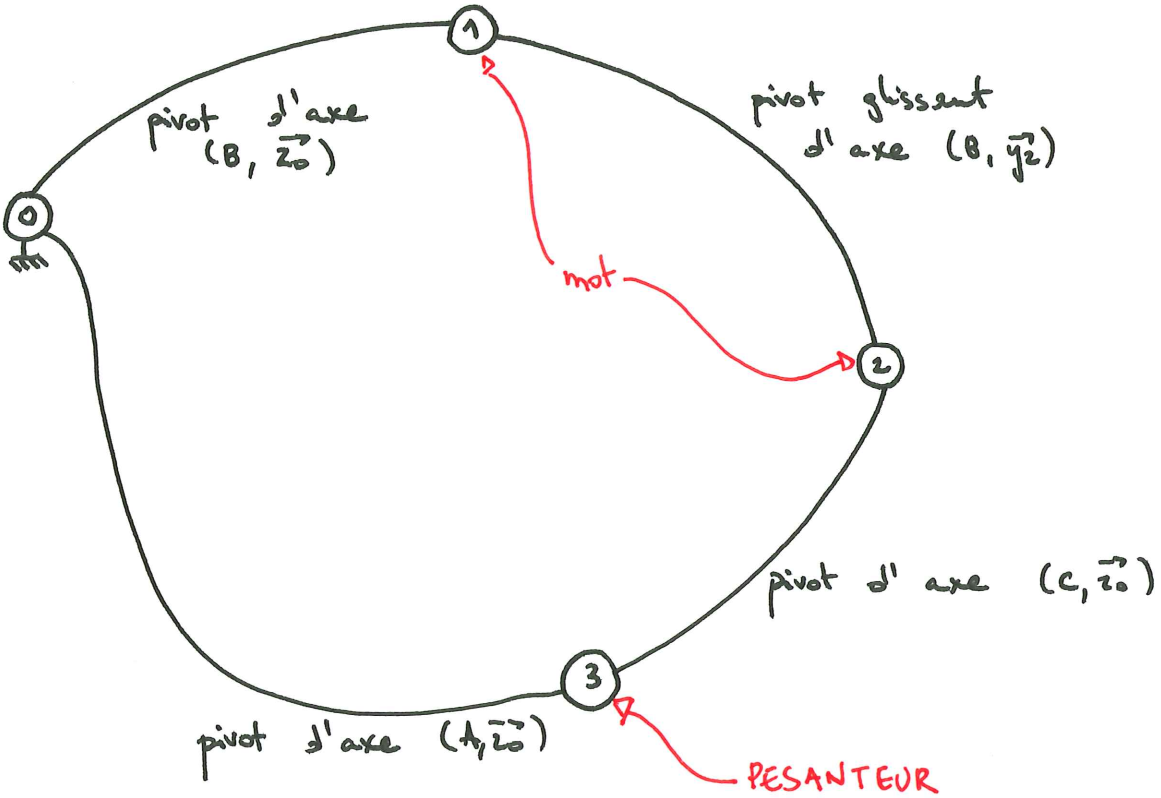
Étude d'un camion de chantier



① J'isole $\{1, 2\}$ soumis aux actions mécaniques extérieurs suivants :

- $0 \longrightarrow 1$
- $3 \longrightarrow 2$

Avec $\{0 \longrightarrow 1\} = {}_B\begin{cases} \vec{R}_{0\to1} = X_{01}\cdot\vec{x_0} + Y_{01}\cdot\vec{y_0} + \cancel{Z_{01}}\cdot\vec{z_0} \\ \vec{M}_{B,0\to1} = \cancel{L_{01}}\cdot\vec{x_0} + \cancel{M_{01}}\cdot\vec{y_0} \end{cases} = \vec{0}$

$\{3 \longrightarrow 2\} = {}_C\begin{cases} \vec{R}_{3\to2} = X_{32}\cdot\vec{x_0} + Y_{32}\cdot\vec{y_0} + \cancel{Z_{32}}\cdot\vec{z_0} \\ \vec{M}_{C,3\to2} = \cancel{L_{32}}\cdot\vec{x_0} + \cancel{M_{32}}\cdot\vec{y_0} \end{cases} = \vec{0}$

L'ensemble $\{1, 2\}$ n'est soumis qu'à deux glisseurs donc les résultantes seront dirigées par $\vec{BC}$ donc par $\vec{y_2}$.

On notera donc :

$$\vec{R}_{3\to2} = U_{32}\cdot\vec{y_2}$$

② J'isole d'abord 2 soumis aux actions mécaniques extérieurs suivants :

- $1 \xrightarrow{pg} 2$ ✗
- $1 \xrightarrow{mot} 2$ ✓
- $3 \longrightarrow 2$ ✓

J'écris le th. de la résultante en projection sur $\vec{y_2}$:

$$\underbrace{\vec{R}_{1 \xrightarrow{pg} 2} \cdot \vec{y_2}}_{=0} + \underbrace{\vec{R}_{1 \xrightarrow{mot} 2} \cdot \vec{y_2}}_{=F_V} + \underbrace{\vec{R}_{3 \to 2} \cdot \vec{y_2}}_{=U_{32}} = 0$$

On a donc $U_{23} = -U_{32} = F_V$

J'isole ensuite 3 soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $0 \longrightarrow 3$ ✗
- $ps \longrightarrow 3$ ✓
- $2 \longrightarrow 3$ ✓

J'écris le théorème des moments en A et en projection sur $\vec{z_0}$:

$$\underbrace{\vec{M}_{A,0 \to 3} \cdot \vec{z_0}}_{=0} + \vec{M}_{A,ps \to 3} \cdot \vec{z_0} + \vec{M}_{A,2 \to 3} \cdot \vec{z_0} = 0$$

Et : $\vec{M}_{A,ps \to 3} \cdot \vec{z_0} = \overbrace{\vec{M}_{G,ps \to 3} \cdot \vec{z_0}}^{=\vec{0}} + (\underbrace{\overrightarrow{AG}}_{= l_G \cdot \vec{x_3}} \wedge (-m.g.\vec{y_0})) \cdot \vec{z_0}$

$= -l_G \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta_3$

$(\vec{x_3} \wedge \vec{y_0}) \cdot \vec{z_0} = \sin(\frac{\pi}{2} - \theta_3) = \cos\theta_3$

$\otimes$

$\vec{M}_{A,2 \to 3} \cdot \vec{z_0} = \underbrace{\vec{M}_{C,2 \to 3} \cdot \vec{z_0}}_{=0} + (\underbrace{\overrightarrow{AC}}_{= l_{3x} \cdot \vec{x_3} + l_{3y} \cdot \vec{y_3}} \wedge (\underbrace{U_{23}}_{= F_V} \cdot \vec{y_2})) \cdot \vec{z_0}$

$= (l_{3x} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_3) + l_{3y} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_3)) \cdot F_V$

On obtient donc :

$(\vec{x_3} \wedge \vec{y_2}) \cdot \vec{z_0} = \sin(\frac{\pi}{2} - \theta_3 + \theta_2)$
$= \cos(\theta_3 - \theta_2) = \cos(\theta_2 - \theta_3)$
$(\vec{y_3} \wedge \vec{y_2}) \cdot \vec{z_0} = \sin(-\theta_3 + \theta_2)$

$$\boxed{F_V = \frac{l_G \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta_3}{l_{3x} \cdot \cos(\theta_2 - \theta_3) + l_{3y} \cdot \sin(\theta_2 - \theta_3)}}$$

③ Le camion reste en contact avec le sol si :

$$\vec{R}_{sol \xrightarrow{D} 0} \cdot \vec{y_0} > 0 \quad \text{et} \quad \vec{R}_{sol \xrightarrow{E} 0} \cdot \vec{y_0} > 0$$

Je remarque que le problème est symétrique. Je suppose donc $\theta_4 \in [0, \frac{\pi}{2}]$, dans cette situation, il suffit de vérifier que:

$$\vec{R}_{sol \xrightarrow{E} 0} \cdot \vec{y_0} > 0$$

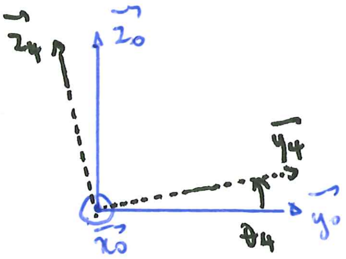
4 J'isole $\{0, 4, 5\}$ soumis aux actions mécaniques extérieures suivants :

- $S \xrightarrow{D} 0$ ✗
- $S \xrightarrow{E} 0$ ✓
- $ps \longrightarrow 0$
- $ps \longrightarrow 5$

J'écris le th. des moments en D et en projection sur $\vec{x_0}$:

$$\underbrace{\vec{M}_{D, S \xrightarrow{D} 0}\cdot\vec{x_0}}_{=0} + \underbrace{\vec{M}_{D,S\xrightarrow{E}0}\cdot\vec{x_0}}_{=Y^E_{S0}\cdot e} + \underbrace{\vec{M}_{D,ps\longrightarrow 0}\cdot\vec{x_0}}_{=-M_T\cdot g\cdot\frac{e}{2}} + \vec{M}_{D,ps\longrightarrow 5}\cdot\vec{x_0} = 0$$

$$\vec{M}_{D,ps\longrightarrow 5}\cdot\vec{x_0} = \cancel{\vec{M}_{K,ps\longrightarrow 5}}\cdot\vec{x_0} + (\vec{DK}\wedge(-m\cdot g\cdot\vec{y_0}))\cdot\vec{x_0}$$



$$= ([-\frac{e}{2}\cdot\vec{z_0} + (z_G + H)\cdot\vec{y_0} + l_4\cdot\vec{z_4} - l_5\cdot\vec{y_0}] \wedge(-m\cdot g\cdot\vec{y_0}))\cdot\vec{x_0}$$

$$= -\frac{e}{2}\cdot m\cdot g + l_4\cdot m\cdot g\cdot\cos\theta_4$$

$(\vec{z_4}\wedge\vec{y_0})\cdot\vec{x_0} = \sin(-\theta_4 - \frac{\pi}{2})$
$= -\cos\theta_4$

On a donc :

$$e\cdot Y^E_{S0} = M_T\cdot g\cdot\frac{e}{2} + (\frac{e}{2} - l_4\cdot\cos\theta_4)\cdot m\cdot g$$

On veut $Y^E_{S0} > 0$ et dans le pire des cas $\theta_4 = 0$. Il faut donc :

$$M_T\cdot\cancel{g}\cdot\frac{e}{2} > (l_4 - \frac{e}{2})\cdot m\cdot\cancel{g}$$

Il faut donc $$\boxed{m < \underbrace{\frac{e/2}{l_4 - e/2}\cdot M_T}_{\text{Masse maximale}}}$$

5 Usuellement, on rajoute des "pieds" excentrés pour

stabiliser le véhicule (et éviter la sollicitation des amortisseurs).