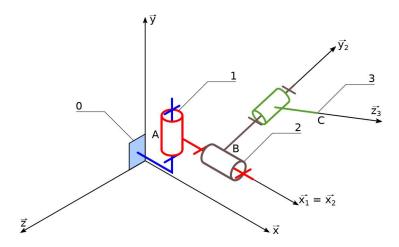
## Devoir de sciences de l'ingénieur

Durée: 1 h 50 minutes

# Exercice d'application.

Temps conseillée: 20 minutes



On considère le robot dont la cinématique est définie par le schéma ci-dessus.

Les masses des solides 1 et 2 sont négligées. Le solide 3 a pour centre de gravité C et pour masse  $m_3 = 7$  kg.

On donne le paramétrage suivant :

- le solide 1 est en liaison pivot avec le solide 0 d'axe  $(A, \overrightarrow{y})$ . On associe le repère  $(O, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z})$  au solide 0 et le repère  $(A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$  au solide 1 de telle sorte que  $\overrightarrow{y} = \overrightarrow{y_1}$  et  $\theta_{01} = (\overrightarrow{x}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{z}, \overrightarrow{z_1})$ .
- le solide 1 est aussi en liaison pivot avec le solide 2 d'axe  $(B, \overrightarrow{x_1})$ . On associe le repère  $(B, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$  au solide 2 de telle sorte que  $\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{x_2}$  et  $\theta_{12} = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2}) = (\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{z_2})$ .
- le solide 2 est aussi en liaison pivot avec le solide 3 d'axe  $(B, \overrightarrow{y_2})$ . On associe le repère  $(C, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$  au solide 3 de telle sorte que  $\overrightarrow{y_2} = \overrightarrow{y_3}$  et  $\theta_{23} = (\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3}) = (\overrightarrow{z_2}, \overrightarrow{z_3})$ .

On donne également :

$$\overrightarrow{AB} = \ell_1 . \overrightarrow{x_1}$$
 et  $\overrightarrow{BC} = \ell_2 . \overrightarrow{y_2} + \ell_3 . \overrightarrow{z_3}$   
où  $\ell_1 = 17$  cm;  $\ell_2 = 12$  cm;  $\ell_3 = 9$  cm

Toutes les liaisons sont motorisées. Les différentes actions de motorisation sont représentées par les torseurs suivants :

$$\{0 \xrightarrow{mot} 1\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{0 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{A,0 \xrightarrow{mot}}} = C_{01} \overrightarrow{y} \end{array} \right\}_{A} \quad ; \quad \{1 \xrightarrow{mot} 2\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{1 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B,1 \xrightarrow{mot}}} = C_{12} \overrightarrow{x_{1}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{M_{B \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_{2}} \end{array} \right\}_{B} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{mot}}} = C_{23} \overrightarrow{y_$$

Les torseurs des liaisons pivots seront notées suivant l'exemple de celle entre le solide 0 et le solide 1 :  $\{0 \xrightarrow{ptv} 1\}$ .

Question 1. Compléter les figures de calcul du document annexe.

**Question 2.** Déterminer la stratégie d'isolement (isolement, théorème et projection) pour déterminer  $C_{23}$  (mais ne pas détailler les calculs).

**Question 3.** Déterminer  $C_{23}$  en fonction des données de l'énoncé. Rechercher la pire des configurations puis faire l'application numérique dans ce cas.

**Question 4.** On envisage, pour l'articulation entre les solides 2 et 3, d'utiliser un motoréducteur dont le couple en sortie du moteur est 620 mN.m et dont le rapport de réduction est  $r = \frac{1}{64}$ . La motorisation est-elle bien dimensionnée ?

## Problème: Enfouissement de câbles sous-marins.

Temps conseillée: 1 h 30 minutes

Extrait du sujet Centrale MP 2019

## 1 Introduction

Le développement de fermes éoliennes en mer nécessite la pose de câbles sous-marins de forte puissance sur de très grandes distances. Le déploiement de ces câbles doit se faire en tenant compte de contraintes environnementales sévères visant à limiter l'impact sur le milieu marin. Les opérateurs « offshore » ont constaté une élévation de la température de l'eau autour du câble provoquant le développement de micro-organismes. Pour limiter ce phénomène, la solution est d'ensouiller (enfouir) le câble dans les sédiments terrigènes des plateaux continentaux. La société TravOcéan a acquis au fil des années une expertise unique dans les domaines de la pose et de la protection de câbles sous-marins, couvrant en particulier tous les types de sol (du sol très meuble au sol très dur) ainsi que tous les types de câbles (fibre optique, câbles électriques).

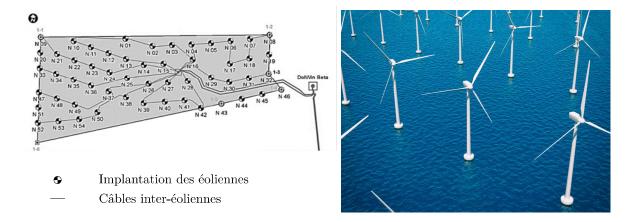


Figure 1: Implantation de la ferme éolienne North See One

Pour réaliser l'ensouillage, le câble est déposé sur le fond marin par un navire câblier. Le robot sous-marin ROV (Remotely Operated Vehicle) est déposé sur le fond marin par un bateau support et ensouille le câble provenant du navire câblier après l'avoir détecté et s'être aligné dans l'axe de celui-ci (Figure 2).

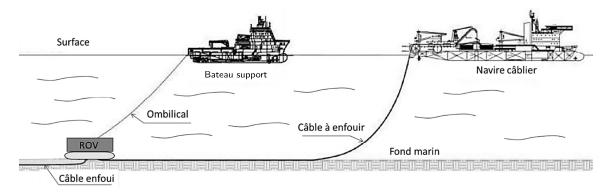


Figure 2: Environnement du ROV



Figure 3: Présentation du snubber

Les opérations de mise en oeuvre du ROV se font en trois étapes.

- Étape 1. Mise à l'eau

  Cette phase utilise une grue portique pour transférer le ROV du pont du bateau support jusqu'à l'aplomb de la surface d'immersion. Dans cette phase, le ROV n'est porté par aucun câble mais par un dispositif d'accrochage spécifique appelé snubber (Figure 3).
- Étape 2. Descente

  Dans cette phase, le ROV est suspendu à un câble ombilical. Un bon équilibrage hydrostatique est nécessaire pour assurer l'horizontalité du ROV pendant la descente.
- Étape 3. Enfouissement du câble. Non étudié dans ce sujet.

## 2 Transfert du ROV : étude de l'actionneur de mise à l'eau

**Objectif**: Vérifier le dimensionnement du vérin de la grue portique permettant la mise à l'eau du ROV en respectant la norme « Cranes and Submersibles Lifting Appliances ».

Le câble ombilical est enroulé sur un tambour motorisé équipé d'un système de trancannage<sup>1</sup> (Figure 4). Il est raccordé au ROV par un snubber de jonction. La grue portique est actionnée par un ensemble de deux vérins hydrauliques modélisés en un seul vérin équivalent pour cette étude.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Le trancannage est une opération de va-et-vient nécessaire au bon enroulement d'un câble sur un tambour.

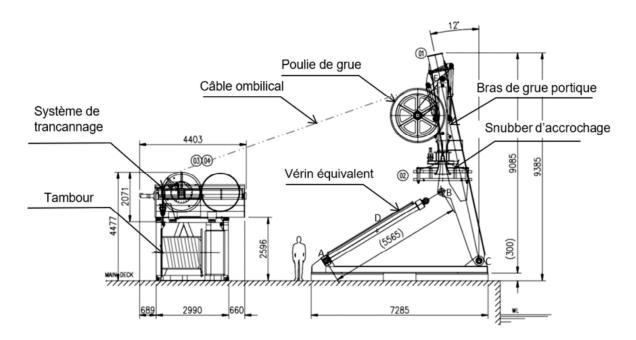


Figure 4: Implantation de la grue et du tambour d'enroulement sur le pont du bateau

Les conditions de houle et la masse importante du ROV (13 tonnes) impliquent un dimensionnement précis des éléments définis par la norme de certification « Cranes and Submersibles Lifting Appliances » qui impose des coefficients de majoration pour prendre en compte des effets dynamiques dus à une houle donnée. La grue portique et les éléments de levage sont conçus pour être homologués avec une houle de 5 m.

#### Conditions d'étude :

- d'après la norme, les effets de la houle impliquent une majoration de 100% des efforts statiques ;
- le portique se déplace entre 12° et -53° par rapport à la verticale (Figure 5).

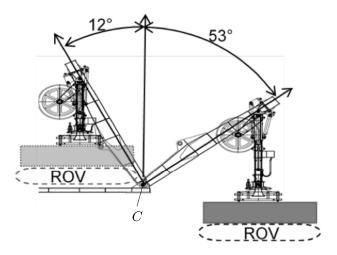


Figure 5: Positions extrêmes du ROV

La grue portique permet le transfert du ROV entre la surface de l'eau et le bateau support. Dans cette phase le ROV est relié au snubber (Figure 5). Le câble n'est pas porteur.

On souhaite déterminer la course et les efforts dans les vérins pour vérifier que la pression du groupe hydraulique d'alimentation disponible sur le bateau support est suffisante et que la géométrie choisie est correctement dimensionnée.

#### On notera:

- 0 le pont du bateau;
- 1 le bras de grue portique ;
- 2 le snubber solidarisé avec le ROV;
- $c_v$  le corps du vérin et  $t_v$  la tige du vérin.

Pour cette étude le constructeur a fait les hypothèses suivantes :

- les liaisons sont considérées comme parfaites ;
- les liaisons pivot en A et B seront modélisées par des rotules pour l'étude des efforts ;
- le ROV est encastré avec le snubber. Cet ensemble est de masse M et son centre de gravité est F avec  $\overrightarrow{FE}$  un vecteur vertical avec  $M=13000~{\rm kg}$ ;
- le poids des pièces autres que le ROV est supposé négligeable devant les autres efforts mis en jeu ;
- le repère  $\mathcal{R}_0(C, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$  est supposé galiléen.

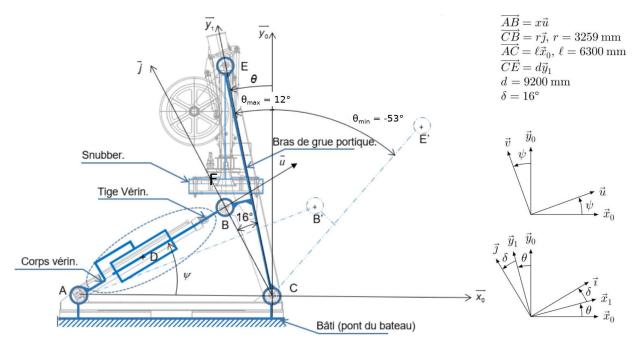


Figure 6: Schéma cinématique de la grue portique

Une modélisation 3D du bras de la grue portique et du vérin principal a permis d'obtenir un modèle mécanique à utiliser par la suite dans le modèle multiphysique de simulation.

## Étude géométrique :

**Question 1.** Déterminer la loi entrée sortie  $x = f(\theta, r, l, \delta)$  par une fermeture géométrique à partir des données du schéma cinématique.

**Question 2.** En déduire, en justifiant les calculs, l'expression littérale et la valeur numérique de la course *c* du vérin.

La simulation avec une analyse géométrique à l'aide du modèle multiphysique complet a permis d'obtenir la courbe donnée sur la Figure 7.

Question 3. À partir de la Figure 4 et du schéma cinématique Figure 6, relier les composants du modèle de simulation multiphysique de la grue portique sur la Figure B du document réponse (à dégrafer en fin de sujet). Quel(s) ensemble(s) n'ont pas été modélisés ? Répondre entièrement à cette question sur le document réponse.

**Question 4.** À partir de la courbe de simulation fournie sur le document Figure 7, déterminer la course du vérin notée *c*. Comparer le résultat à celui obtenu à la question 2.

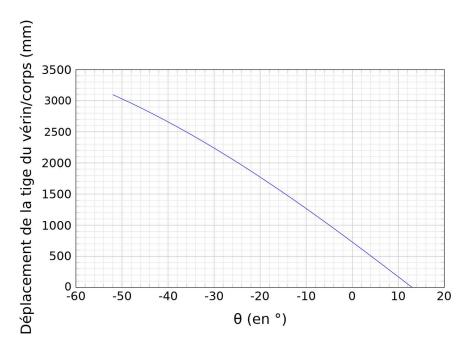


Figure 7: Déplacement de la tige du vérin en fonction de  $\theta$ 

## Étude cinématique :

Par mesure de sécurité, on souhaite limiter la vitesse de déplacement du snubber lors que celui-ci est manipulé sur le pont du bateau (situation représentée sur la Figure 6).

Il est imposé que :

$$||\overrightarrow{V}_{F \in \text{snubber/0}}|| < V_{\text{max}} \quad \text{avec} \quad V_{\text{max}} \approx 1 \text{ m/s}$$

Les vitesses étant relativement faibles, on fait l'approximation que le câble maintenant le snubber sur le portique reste constamment vertical.

**Question 5.** Justifier rapidement que  $\overrightarrow{V}_{F \in \text{snubber}/0} = \overrightarrow{V}_{E \in \text{snubber}/0}$ .

**Question 6.** Exprimer  $\overrightarrow{V}_{E \in 1/0}$  en fonction de  $\dot{\theta}$ .

Question 7. En déduire, à partir de la question 1 notamment, l'expression de  $||\overrightarrow{V}_{F \in \text{snubber}/0}||$  en fonction de  $\dot{x}$ , de  $\theta$ ,  $\delta$  et des longueurs r, l et d.

On donne ci-dessous (Figure 8) l'évolution de la vitesse du snubber pour une vitesse de sortie de tige de 1 m/s.

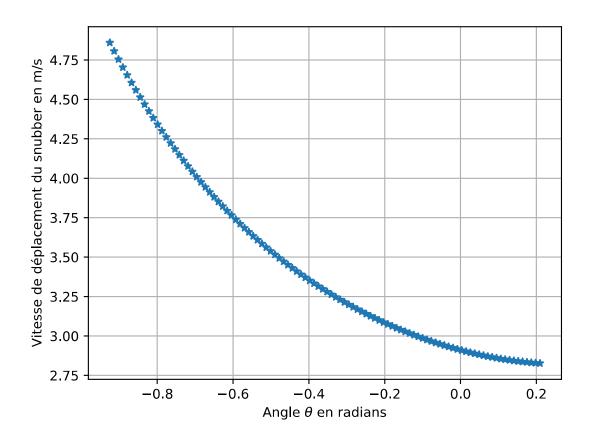


Figure 8: Évolution de la vitesse du snubber pour une vitesse de sortie de tige de 1 m/s

**Question 8.** Donner la valeur numérique de la vitesse de sortie de tige à ne pas dépasser pour que la condition de sécurité soit vérifiée.

## Étude des actions mécaniques :

**Question 9.** Justifier qu'il est possible d'écrire  $\overrightarrow{F}_{tige \to bras}$  sous la forme  $\overrightarrow{F}_{tige \to bras} = F_{tb} \overrightarrow{u}$ .

**Question 10.** Déterminer ensuite l'expression de  $F_{tb}$  en fonction de  $\theta$ ,  $\psi$ , des paramètres dimensionnels d, r et  $\delta$  et des données associées aux actions mécaniques en précisant le ou les systèmes isolés et le ou les théorèmes employés.

Le résultat de ce calcul combiné à la loi entrée sortie  $\psi = f(\theta)$  permettent d'obtenir un résultat identique à celui obtenu par simulation pour une étude statique dont la courbe résultat est donnée sur la Figure 9.

Remarque : la simulation prend en compte la majoration de la norme et les résultats donnés pour un seul vérin.

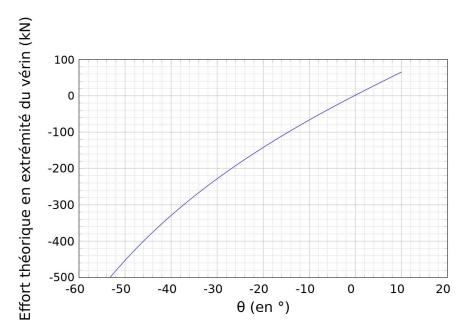


Figure 9: Effort à l'extrémité de la tige du vérin en fonction de  $\theta$ 

Le vérin utilisé a les caractéristiques suivantes :

- diamètre de la tige  $d_v = 180 \text{ mm}$ ;
- diamètre du piston  $D_v = 250 \text{ mm}$ ;
- course maximale  $c_{max} = 3800 \text{ mm}$ ;
- le port A permet la sortie de la tige, le port B la rentrée ;
- le circuit hydraulique peut délivrer une pression maximale de 250 bar.

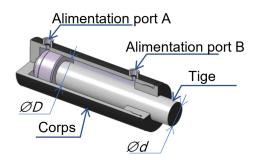


Figure 10: Vue en quart de coupe du vérin

**Question 11.** Déterminer la pression d'alimentation théorique maximale du vérin nécessaire pour assurer le maintien du portique dans la position la plus défavorable. Est-elle compatible avec le circuit hydraulique ?

Question 12. Conclure sur le choix du vérin à partir des résultats des questions précédentes.

L'étude précédente a été faite dans la phase de transfert du ROV, celui-ci étant accroché au snubber. Une démarche similaire de dimensionnement du vérin a montré que le résultat de la question 7 reste valable lors de la phase de descente, le ROV étant accroché au câble.

\*\*\* Fin du problème \*\*\*