# Simulateur de vol

(1) $a = cte$ donc $v = a.t + v_0$ (ici $v_0 = 0$ m/s)

$x = \frac{1}{2}.a.t^2 + x_0$ (on choisit $x_0 = 0$ m)

À l'instant du décollage :

$$v_d = a.t_d$$

$$x_d = \frac{1}{2}.a.t_d^2$$

On a donc : $x_d = \frac{1}{2}.a.\left(\frac{v_d}{a}\right)^2$

d'où $\boxed{a = \frac{1}{2}.\frac{v_d^2}{x_d}}$ $\simeq 32\ m/s^2$

(2) J'isole le pilote, noté p, soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- avion $\rightarrow$ p
- pes $\rightarrow$ p

On a donc :

$$\{avion \rightarrow p\} + \{pes \rightarrow p\} = \{\mathcal{D}_{p/0}\}$$

donc $\{avion \rightarrow p\} = \{\mathcal{D}_{p/0}\} - \{pes \rightarrow p\}$

Avec

- $\{pes \rightarrow p\} = {}_G\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R}_{pes \rightarrow p} = -m.g.\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{M}_{G,pes \rightarrow p} = \overrightarrow{0} \end{array} \right.$

- $\overrightarrow{R_d}_{\,p/0} = m.a.\overrightarrow{x_0}$

- $\overrightarrow{\delta}_{G,p/0} = \overrightarrow{0}$ (solide en translat° / à 0 et écriture au centre d'inertie G).

On a donc :

$$\boxed{\{avion \rightarrow p\} = {}_G\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R}_{avion \rightarrow p} = m.a.\overrightarrow{x_0} + m.g.\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{M}_{G,avion \rightarrow p} = \overrightarrow{0} \end{array} \right.}$$

On veut maintenant que, dans le simulateur, le siège exerce sur le pilote une action mécanique telle que:

$$\underbrace{\{\text{siège} \rightarrow p\}}_{\text{DANS LE SIMULATEUR.}} = \underbrace{\{\text{avion} \rightarrow p\}}_{\text{DANS L'AVION RÉEL.}}$$

3 $\vec{V}_{I\in 3/0} = \vec{V}_{I\in 3/2} + \vec{V}_{I\in 2/1} + \vec{V}_{I\in 1/0}$

- $\vec{V}_{I\in 3/2} = \vec{0}$
- $\vec{V}_{I\in 2/1} = \vec{0}$
- $\vec{V}_{I\in 1/0} = \cancel{\vec{V}_{O\in 1/0}} + \vec{IO} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$

$$= R.\vec{y_1} \wedge (\dot{\psi}.\vec{z_{01}})$$

$$= R.\dot{\psi}.\vec{x_1}$$

Donc $\underline{\vec{V}_{I\in 3/0} = R.\dot{\psi}.\vec{x_1}}$

4 $\vec{a}_{I\in 3/0} = \dfrac{d}{dt}\left(\vec{V}_{I\in 3/0}\right)_0 = \dfrac{d}{dt}\left(R.\dot{\psi}.\vec{x_1}\right)_0$

Et $\dfrac{d}{dt}(\vec{x_1})_0 = \cancel{\dfrac{d}{dt}(\vec{x_1})_1} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{x_1} = \dot{\psi}.\vec{z_1} \wedge \vec{x_1} = \dot{\psi}.\vec{y_1}$

On a donc $\underline{\vec{a}_{I\in 3/0} = R.\ddot{\psi}.\vec{x_1} + R\dot{\psi}^2.\vec{y_1}}$

5 On doit calculer $\vec{G} = \vec{g} - \vec{a}_{I\in 3/0}$

**REMARQUE :** isoler le pilote, dans le simulateur, permet d'écrire:

$$\vec{R}_{\text{siège}\rightarrow p} + \vec{R}_{pes\rightarrow p} = \vec{Rd}_{p/0}$$

Donc $\vec{R}_{\text{siège}\rightarrow p} = \vec{Rd}_{p/0} - \vec{R}_{pes\rightarrow p}$

$$= m.\vec{a}_{G\in p/0} - m.\vec{g}$$

$$= -m.(\vec{g} - \vec{a}_{G\in 3/0})$$

$$= -m.\vec{G} \quad \text{(si I est considéré comme étant le centre d'inertie)}$$

Calculons donc :

$$\vec{G} = g.\vec{z_{01}} - R.\ddot{\psi}.\vec{x_{12}} - R.\dot{\psi}^2.\vec{y_1}$$

Avec $\vec{z_{01}} = \cos\theta.\vec{z_2} + \sin\theta.\vec{y_{23}}$

et $\vec{z_2} = \cos\varphi.\vec{z_3} - \sin\varphi.\vec{x_3}$

Donc $\vec{z_{01}} = \cos\theta.\cos\varphi.\vec{z_3} - \cos\theta.\sin\varphi.\vec{x_3} + \sin\theta.\vec{y_3}$

$\vec{x_{12}} = \cos\varphi.\vec{x_3} + \sin\varphi.\vec{z_3}$

$\vec{y_1} = \cos\theta.\vec{y_{23}} - \sin\theta.\vec{z_2}$

Donc $\vec{y_1} = \cos\theta.\vec{y_{23}} - \sin\theta.\cos\varphi.\vec{z_3} + \sin\theta.\sin\varphi.\vec{x_3}$

On obtient donc :

$$\vec{G} = -(g.\cos\theta.\sin\varphi + R.\ddot{\psi}.\cos\varphi + R.\dot{\psi}^2.\sin\theta.\sin\varphi).\vec{x_3}$$
$$+(g.\sin\theta - R.\dot{\psi}^2.\cos\theta).\vec{y_3}$$
$$+(g.\cos\theta.\cos\varphi - R.\ddot{\psi}.\sin\varphi + R.\dot{\psi}^2.\sin\theta.\cos\varphi).\vec{z_3}$$

$$= G_x.\vec{x_3} + G_y.\vec{y_3} + G_z.\vec{z_3}$$

6 On veut $G_y = 0$ donc $g.\sin\theta = R.\dot{\psi}^2.\cos\theta$

Il faut donc $\tan\theta = \dfrac{R.\dot{\psi}^2}{g}$

donc $\boxed{\theta = \arctan\left(\dfrac{R.\dot{\psi}^2}{g}\right)}$

7 On se fixe dans une configuration $\dot{\psi} = cste$ et $\theta = cste$.

On a :

$$\cos\theta = \cos\left(\arctan\left(\frac{R.\dot{\psi}^2}{g}\right)\right) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2.\dot{\psi}^4}{g^2}}}$$

$$\sin\theta = \sin\left(\arctan\left(\frac{R.\dot\varphi^2}{g}\right)\right) = \frac{R.\dot\varphi^2/g}{\sqrt{1+\frac{R^2.\dot\varphi^4}{g^2}}}$$

On a donc :

$$G_x = -\frac{\sin\varphi}{\sqrt{1+\frac{R^2.\dot\varphi^4}{g^2}}}.g - R.\dot\varphi^2.\frac{\sin\varphi}{\sqrt{1+\frac{R^2.\dot\varphi^4}{g^2}}}.\frac{R.\dot\varphi^2}{g}$$

$$= -\frac{\sin\varphi.g}{\sqrt{1+\frac{R^2.\dot\varphi^4}{g^2}}}.\left(1+\frac{R^2.\dot\varphi^4}{g^2}\right)$$

$$\boxed{G_x = -g.\sin\varphi.\sqrt{1+\frac{R^2.\dot\varphi^4}{g^2}}}$$

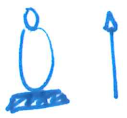
$$G_z = \frac{\cos\varphi}{\sqrt{1+\frac{R^2.\dot\varphi^4}{g}}}.g + R.\dot\varphi^2.\frac{\cos\varphi}{\sqrt{1+\frac{R^2.\dot\varphi^4}{g}}}.\frac{R.\dot\varphi^2}{g}$$

$$\boxed{G_z = g.\cos\varphi.\sqrt{1+\frac{R^2.\dot\varphi^4}{g^2}}}$$

8 Si $\dot\varphi \to +\infty$ : $\sqrt{1+\frac{R^2.\dot\varphi^4}{g^2}} \simeq \frac{R.\dot\varphi^2}{g}$

- Si $\varphi = 0$ : $G_x = 0$, $G_z = R.\dot\varphi^2$, on a donc : $\vec{R}_{\text{siège}\to p} = -m.R.\dot\varphi^2.\vec{z_3}$

Dans cette configuration, le pilote a les fesses plaquée sur le siège. On retrouverait cette sensation lors du décollage d'une fusée par exemple:



décollage

- Si $\varphi = \frac{\pi}{2}$, on a $G_X = -R.\dot\varphi^2$, $G_z = 0$ donc $\vec{R}_{\text{siège}\to p} = +m.R.\dot\varphi^2.\vec{x_3}$

Ici le pilote a le dos plaqué au siège. On retrouve cette sensation lors d'une accélération en voiture (ou lors du catapultage sur le porte-avions).

9 J'isole $\{1,2,3\}$ qui est soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $0 \xrightarrow{piv} 1$
- $0 \xrightarrow{mot} 1$
- $ps \rightarrow 1$
- $ps \rightarrow 2$
- $ps \rightarrow 3$

J'écris le th. des moments en O et en projection sur $\vec{z_0}$ :

$$\vec{M}_{O,0\xrightarrow{piv}1}\cdot\vec{z_0} + \vec{M}_{O,0\xrightarrow{mot}1}\cdot\vec{z_0} + \vec{M}_{O,ps\rightarrow1}\cdot\vec{z_0} + \vec{M}_{O,ps\rightarrow2}\cdot\vec{z_0} + \vec{M}_{O,ps\rightarrow3}\cdot\vec{z_0}$$

$$=$$

$$\vec{\delta}_{O,\{1,2,3\}/0}\cdot\vec{z_0}$$

Avec : $\bullet\ \vec{M}_{O,0\xrightarrow{piv}1}\cdot\vec{z_0} = 0$

$\bullet\ \vec{M}_{O,0\xrightarrow{mot}1}\cdot\vec{z_0} = C_{01}$

s'annule

$\bullet\ \vec{M}_{O,ps\rightarrow1}\cdot\vec{z_0} = \cancel{\vec{M}_{G_1,ps\rightarrow1}}\cdot\vec{z_0} + (\vec{OG_1}\wedge(m_1\cdot g\cdot\vec{z_0}))\cdot\vec{z_0} = 0$

et de même $\vec{M}_{O,ps\rightarrow2}\cdot\vec{z_0} = \vec{M}_{O,ps\rightarrow3}\cdot\vec{z_0} = 0$

$\bullet\ \vec{\delta}_{O,\{1,2,3\}/0}\cdot\vec{z_0} = \underbrace{\vec{\delta}_{O,1/0}\cdot\vec{z_0}}_{=J_1\cdot\ddot{\psi}} + \underbrace{\vec{\delta}_{O,2/0}\cdot\vec{z_0}}_{=0} + \vec{\delta}_{O,3/0}\cdot\vec{z_0}$

$$\vec{\delta}_{O,3/0}\cdot\vec{z_0} = \vec{\delta}_{I,3/0}\cdot\vec{z_0} + (\vec{OI}\wedge\vec{Rd}_{3/0})\cdot\vec{z_0}$$

$\blacksquare\ \vec{\delta}_{I,3/0}\cdot\vec{z_0} = \dfrac{d}{dt}\left(\vec{\sigma}_{I,3/0}\right)_0\cdot\vec{z_0} + (m\cdot\underbrace{\vec{V}_{I/0}\wedge\vec{V}_{I\in3/0}}_{=\vec{0}\text{ car même vitesse}})\cdot\vec{z_0}$

$= \dfrac{d}{dt}\left(\vec{\sigma}_{I,3/0}\cdot\vec{z_0}\right)$

$\blacksquare\ \vec{\sigma}_{I,3/0}\cdot\vec{z_0} = (I(I,3)\cdot\vec{\Omega}_{3/0})\cdot\vec{z_0} + (m\cdot\cancel{\vec{II}}\wedge\vec{V}_{I\in3/0})\cdot\vec{z_0}$

$\vec{\Omega}_{3/0} = \underbrace{\vec{\Omega}_{3/2} + \vec{\Omega}_{2/1}}_{=\vec{0}\text{ car }\dot{\theta}=\dot{\varphi}=0} + \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\psi}\cdot\vec{z_{01}}$

$$= \left[\begin{bmatrix} A & 0 & 0\\ 0 & B & 0\\ 0 & 0 & A\end{bmatrix}_2 \cdot \begin{bmatrix}0\\0\\\dot{\psi}\end{bmatrix}_1\right]\cdot\vec{z_0}$$

Or $\dot{\psi}.\overrightarrow{z_1} = \dot{\psi}.\cos\theta.\overrightarrow{z_2} + \dot{\psi}.\sin\theta.\overrightarrow{y_2}$

Donc $$\overrightarrow{\sigma}_{I,3/0}.\overrightarrow{z_0} = \left[\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix}_2 . \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\psi}.\sin\theta \\ \dot{\psi}.\cos\theta \end{bmatrix}_2 \right].\overrightarrow{z_{01}}$$

$$= \left(B.\dot{\psi}.\sin\theta.\overrightarrow{y_2} + A.\dot{\psi}.\cos\theta\right).\left(\cos\theta.\overrightarrow{z_2} + \sin\theta.\overrightarrow{y_2}\right)$$

$$= \left(B.\sin^2\theta + A.\cos^2\theta\right).\dot{\psi}$$ avec $\theta = cste$

On a donc $\overrightarrow{\delta}_{0,\{1,2,3\}/0}.\overrightarrow{z_0} = \left(J_1 + A.\cos^2\theta + B.\sin^2\theta\right).\ddot{\psi}$

D'où : $$\boxed{C_{01} = \left(J_1 + A.\cos^2\theta + B.\sin^2\theta\right).\ddot{\psi}}$$