Robot à bras oscillant

① ■ J'isole $\{1,2\}$ puis j'écris le th. des moments en O et en projection sur $\vec{z}_{01}$.

■ J'isole 2 puis j'écris le th. des résultantes en project° sur $\vec{x}_1$.

② J'isole donc $\{1,2\}$ soumis aux actions mécaniques extérieurs suivants:

- $0 \xrightarrow{piv} 1$
- $0 \xrightarrow{mot} 1$
- $ps \longrightarrow 1$
- $ps \longrightarrow 2$

Le théorème des moments en O et en projection sur $\vec{z}_{01}$ donne:

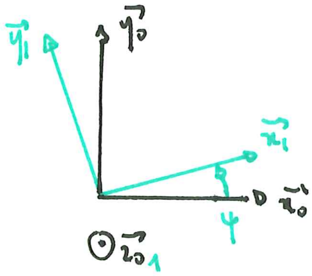
$$\underbrace{\vec{M}_{O,0\xrightarrow{piv.}1}\cdot\vec{z}_{01}}_{=-f_p\cdot\dot{\psi}} + \underbrace{\vec{M}_{O,0\xrightarrow{mot}1}\cdot\vec{z}_{01}}_{=C_{01}} + \vec{M}_{O,ps\to1}\cdot\vec{z}_{01} + \vec{M}_{O,ps\to2}\cdot\vec{z}_{01} = \vec{\delta}_{O,\{1,2\}/0}\cdot\vec{z}_{01}$$

- $\vec{M}_{O,ps\to1}\cdot\vec{z}_{01} = \cancel{\vec{M}_{A,ps\to1}}\cdot\vec{z}_{01} + (\underbrace{\vec{OA}}_{-a\cdot\vec{z}_0}\wedge(-m_1\cdot g\cdot\vec{x}_0))\cdot\vec{z}_{01} = 0$

- $\vec{M}_{O,ps\to2}\cdot\vec{z}_{01} = \cancel{\vec{M}_{B,ps\to2}}\cdot\vec{z}_{01} + (\underbrace{\vec{OB}}_{-a\cdot\vec{z}_0+x\cdot\vec{x}_1}\wedge(-m_2\cdot g\cdot\vec{x}_0))\cdot\vec{z}_{01}$

$$= [(\underbrace{-a\cdot\vec{z}_0}_{\text{s'annule}} + x\cdot\vec{x}_1)\wedge(-m_2\cdot g\cdot\vec{x}_0)]\cdot\vec{z}_{01}$$

$$= m_2\cdot g\cdot x\cdot\sin\psi$$



- $\vec{\delta}_{O,\{1,2\}/0}\cdot\vec{z}_{01} = \underbrace{\vec{\delta}_{O,1/0}\cdot\vec{z}_0}_{=B_1\cdot\ddot{\psi}} + \vec{\delta}_{O,2/0}\cdot\vec{z}_0$

  : rotat° autour d'un axe fixe.

Et $\vec{\delta}_{O,2/0}\cdot\vec{z}_0 = \vec{\delta}_{B,2/0}\cdot\vec{z}_0 + (\vec{OB}\wedge\vec{Rd}_{2/0})\cdot\vec{z}_0$

■ $\vec{\delta}_{B,2/0}\cdot\vec{z}_0 = \frac{d}{dt}(\vec{\sigma}_{B,2/0})_0\cdot\vec{z}_0 + (m_2\cdot\underbrace{\vec{V}_{B/0}\wedge\vec{V}_{B\in2/0}}_{=\vec{0}\text{ car } \hat{m} \text{ vitesse}})\cdot\vec{z}_0$

Et $\vec{\sigma}_{B,2/0}\cdot\vec{z}_0 = (I(B,2)\cdot\vec{\Omega}_{2/0})\cdot\vec{z}_0 + (m_2\cdot\cancel{\vec{BB}}\wedge\vec{V}_{B\in2/0})\cdot\vec{z}_0$

$= C_2\cdot\dot{\psi}$ $\quad(\vec{\Omega}_{2/0} = \cancel{\vec{\Omega}_{2/1}} + \vec{\Omega}_{1/0})$

Donc $\vec{\delta}_{B,2/0}\cdot\vec{z}_0 = C_2\cdot\ddot{\psi}$

▪ $\overrightarrow{Rd_{2/0}} = m_2 \cdot \dfrac{d}{dt}\left(\overrightarrow{V_{B\in 2/0}}\right)_0$

Où $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{B\in 2/1}} + \overrightarrow{V_{B\in 1/0}}$

▫ $\overrightarrow{V_{B\in 2/1}} = \dot{x}\cdot\vec{x_1}$

▫ $\overrightarrow{V_{B\in 1/0}} = \cancel{\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}} + \overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega_{1/0}}$

$= -x\cdot\vec{x_1}\wedge(\dot{\psi}\cdot\vec{z_{01}})$

$= x\cdot\dot{\psi}\cdot\vec{y_1}$

Donc $\overrightarrow{Rd_{2/0}} = m_2\cdot\dfrac{d}{dt}\left(\dot{x}\cdot\vec{x_1} + x\cdot\dot{\psi}\cdot\vec{y_1}\right)_0$

$\dfrac{d}{dt}(\vec{x_1})_0 = \cancel{\dfrac{d}{dt}(\vec{x_1})_1} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}}\wedge\vec{x_1} = \dot{\psi}\cdot\vec{z_{01}}\wedge\vec{x_1} = \dot{\psi}\cdot\vec{y_1}$

$\dfrac{d}{dt}(\vec{y_1})_0 = \dfrac{d}{dt}(\vec{y_1})_1 + \overrightarrow{\Omega_{1/0}}\wedge\vec{y_1} = \dot{\psi}\cdot\vec{z_{01}}\wedge\vec{y_1} = -\dot{\psi}\cdot\vec{x_1}$

Donc $\overrightarrow{Rd_{2/0}} = m_2\cdot\ddot{x}\cdot\vec{x_1} + m_2\cdot\dot{x}\cdot\dot{\psi}\cdot\vec{y_1} + m_2\cdot\dot{x}\cdot\dot{\psi}\cdot\vec{y_1} + m_2\cdot x\cdot\ddot{\psi}\cdot\vec{y_1} - m_2\cdot x\cdot\dot{\psi}^2\cdot\vec{x_1}$

$= m_2\cdot(\ddot{x} - x\cdot\dot{\psi}^2)\cdot\vec{x_1} + m_2\cdot(2\cdot\dot{x}\cdot\dot{\psi} + x\cdot\ddot{\psi})\cdot\vec{y_1}$

s'annule

Donc $(\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{Rd_{2/0}})\cdot\vec{z_0} = \left((\underbrace{-a\cdot\vec{z_0}}_{\text{s'annule}} + x\cdot\vec{x_1})\wedge\left[m_2\cdot(\ddot{x} - x\cdot\dot{\psi}^2)\cdot\vec{x_1} + m_2\cdot(2\cdot\dot{x}\cdot\dot{\psi} + x\cdot\ddot{\psi})\cdot\vec{y_1}\right]\right)\cdot\vec{z_0}$

$= m_2\cdot(2\cdot\dot{x}\cdot\dot{\psi} + x\cdot\ddot{\psi})\cdot x$

$= m_2\cdot x^2\cdot\ddot{\psi} + 2\cdot m_2\cdot\dot{x}\cdot\dot{\psi}\cdot x$

On a donc :

$$(B_1 + C_2 + m_2\cdot x^2)\cdot\ddot{\psi} + 2\cdot m_2\cdot\dot{x}\cdot\dot{\psi}\cdot x + f_p\cdot\dot{\psi} = C_{01} + m_2\cdot g\cdot x\cdot\sin\psi$$

J'isole ensuite 2 soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $1 \xrightarrow{\text{gli.}} 2$
- $1 \xrightarrow{\text{mot}} 2$
- $\text{pes} \rightarrow 2$

Le théorème de la résultante en projection sur $\vec{x_1}$ donne :

$$\underbrace{\overrightarrow{R_{1\xrightarrow{\text{gli.}}2}}\cdot\vec{x_1}}_{-f_g\cdot\dot{x}} + \underbrace{\overrightarrow{R_{1\xrightarrow{\text{mot}}2}}\cdot\vec{x_1}}_{F_{12}} + \overrightarrow{R_{\text{pes}\rightarrow 2}}\cdot\vec{x_1} = \overrightarrow{Rd_{2/0}}\cdot\vec{x_1}$$

Et $\vec{R}_{pes \to 2} \cdot \vec{x_1} = - m_2 \cdot g \cdot \vec{x_0} \cdot \vec{x_1} = - m_2 \cdot g \cdot \cos \psi$

On obtient :

$$m_2 \cdot \ddot{x} - m_2 \cdot x \cdot \dot{\psi}^2 + f_g \cdot \dot{x} = F_{12} - m_2 \cdot g \cdot \cos \psi$$

③ Récapitulons :

Lié à l'accélération de 2/1

$$m_2 \cdot \ddot{x} \boxed{- m_2 \cdot x \cdot \dot{\psi}^2} + f_g \cdot \dot{x} = F_{12} - m_2 \cdot g \cdot \cos \psi$$

$$(B_1 + C_2 + m_2 \cdot \ddot{x}) \cdot \ddot{\psi} + \boxed{2 \cdot m_2 \cdot \dot{x} \cdot \dot{\psi} \cdot x} + f_p \cdot \dot{\psi} = C_{01} + m_2 \cdot g \cdot x \cdot \sin \psi$$

Lié à l'accélérat° angulaire

Actions motrices

Frottements dans les liaisons

Lié à la pesanteur

Termes de couplage : cela signifie qu'un mouvement de 2/1 peut entraîner par des effets dynamiques un mouvement de 1/0.