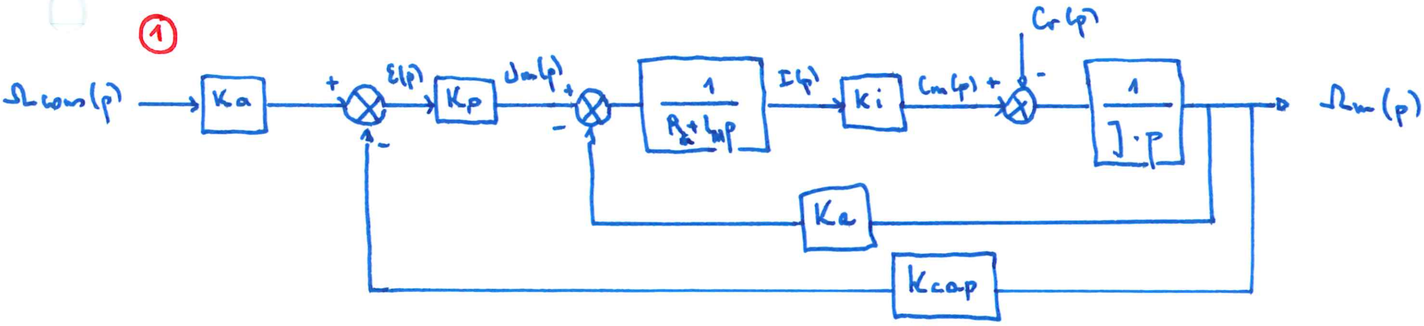
Roue autonome pour fauteuil roulant

1



Pour que l'asservissement fonctionne, il faut $\varepsilon(p) = 0$ lorsque $\Omega_m(p) = \Omega_{cons}(p)$.

Or $\varepsilon(p) = K_a \cdot \Omega_{cons}(p) - K_{cap} \cdot \Omega_m(p)$

$= (K_a - K_{cap}) \cdot \Omega_{cons}(p)$

$= 0$ si $K_a = K_{cap}$

2 On peut écrire : $\Omega_m(p) = H_1(p) \cdot \Omega_{cons}(p) + H_2(p) \cdot C_r(p)$.

Je calcule d'abord :

$$H_m(p) = \left.\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}\right|_{C_r(p)=0} = \frac{\frac{1}{R_m + L_m \cdot p} \cdot K_i \cdot \frac{1}{J \cdot p}}{1 + \frac{1}{R_m + L_m \cdot p} \cdot K_i \cdot \frac{1}{J \cdot p} \cdot K_e}$$

$$= \frac{K_i}{K_i \cdot K_e + R_m \cdot J \cdot p + L_m \cdot J \cdot p^2}$$

On a donc :

$$H_1(p) = \underset{K_{cap}}{\overset{}{K_a}} \cdot \frac{K_p \cdot \frac{K_i}{K_i \cdot K_e + R_m \cdot J \cdot p + L_m \cdot J \cdot p^2}}{1 + K_p \cdot \frac{K_i}{K_i \cdot K_e + R_m \cdot J \cdot p + L_m \cdot J \cdot p^2} \cdot K_{cap}}$$

$$= \frac{K_{cap} \cdot K_p \cdot K_i}{K_p \cdot K_i \cdot K_{cap} + K_i \cdot K_e + R_m \cdot J \cdot p + L_m \cdot J \cdot p^2}$$

$$\boxed{H_1(p) = \frac{\frac{K_{cap} \cdot K_p}{K_{cap} \cdot K_p + K_e}}{1 + \frac{R_m \cdot J}{K_{cap} \cdot K_p \cdot K_i + K_e \cdot K_i} \cdot p + \frac{L_m \cdot J}{K_{cap} \cdot K_p \cdot K_i + K_e \cdot K_i} \cdot p^2}}$$

Et $H_2(p) = -\dfrac{R_m + L_m \cdot p}{K_{cap} \cdot K_p \cdot K_i} \cdot H_1(p)$

Donc : $$H_2(p) = - \frac{\dfrac{R_m}{K_i \cdot (K_{cap} \cdot K_p + K_e)} \cdot \left(1 + \dfrac{L_m}{R_m} \cdot p\right)}{1 + \dfrac{R_m \cdot J}{K_{cap} \cdot K_p \cdot K_i + K_e \cdot K_i} \cdot p + \dfrac{L_m \cdot J}{K_{cap} \cdot K_p \cdot K_i + K_e \cdot K_i} \cdot p^2}$$

③ H_1 et H_2 sont des fonctions de transfert d'ordre 2. Le système sera stable si les coefficients du dénominateur sont de même signe donc si $K_p > -\dfrac{K_e}{K_{cap}}$.

④ On a $FTBO(p) = K_p \cdot H_m(p) \cdot K_{cap}$

$$FTBO(p) = \frac{\dfrac{K_p \cdot K_{cap}}{K_e}}{1 + \dfrac{R_m \cdot J}{K_i \cdot K_e} \cdot p + \dfrac{L_m \cdot J}{K_i \cdot K_e} \cdot p^2}$$

⑤ J'identifie : $\omega_0 = 10$ rad/s

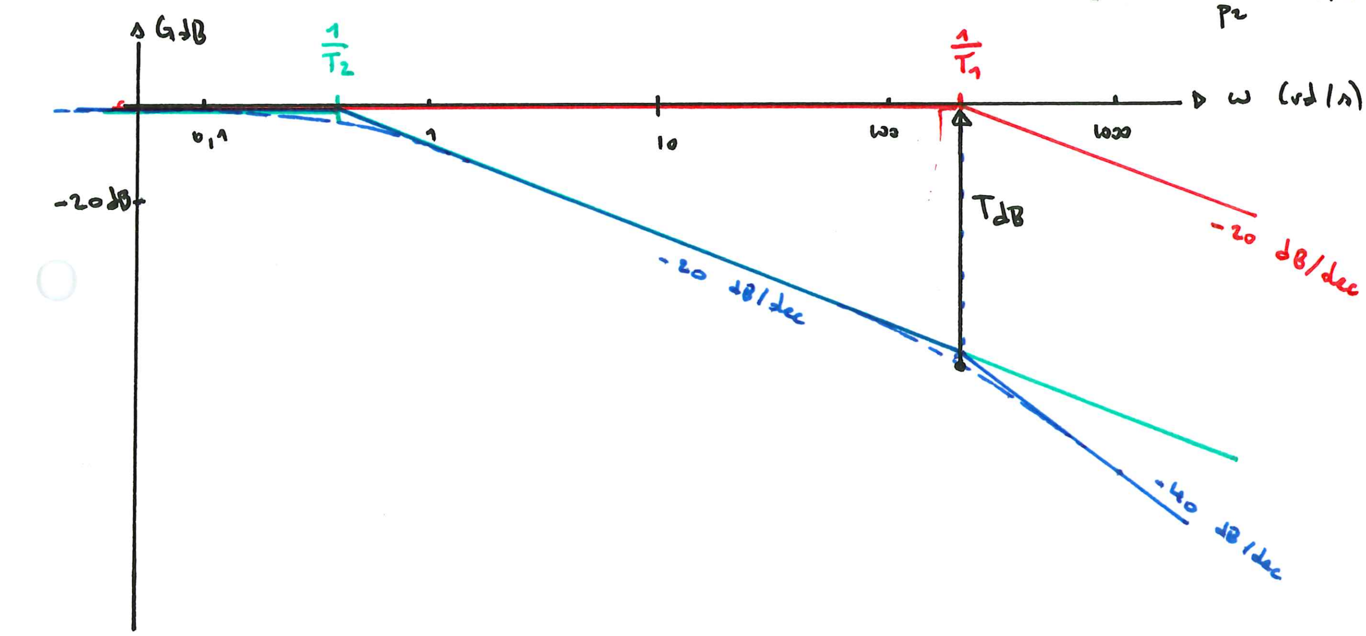
$\xi \simeq 11{,}25$ $(\xi > 1)$

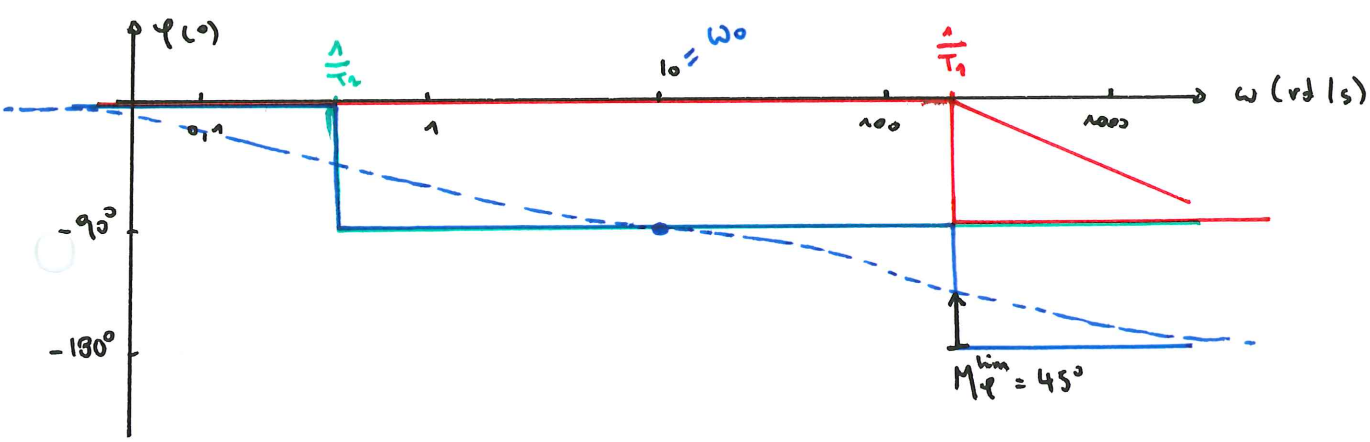
Je peux donc écrire:

$$FTBO(p) = \frac{K_p'}{(1 + T_1 \cdot p)} \cdot \frac{1}{(1 + T_2 \cdot p)}$$

avec $T_1 = -\dfrac{1}{p_1} \simeq 4{,}45 \cdot 10^{-3}$ s

$T_2 = -\dfrac{1}{p_2} \simeq 2{,}25$ s





⑥ La FTBO est d'ordre 2 donc : $\varphi > -180°$

et $\lim_{\omega \to +\infty} G_{dB} = -\infty$

Par convention, on aura donc $M_G = +\infty$ (peu importe la valeur de K_p).
Il n'y a donc aucune condition à respecter sur la valeur de K_p.

⑦

MÉTHODE GRAPHIQUE : pour être à la limite du cahier des charges ($M_\varphi = M_\varphi^{lim} = 45°$) il faut translater la courbe de gain de $T_{dB} = 20 \cdot \log(K_p^{lim}) \simeq 55$ dB.

Donc $K_p^{lim} = 10^{\frac{T_{dB}}{20}} \simeq 562$ (sans unité)

Pour avoir $M_\varphi > 45°$, il faudra $K_p < 562$.

MÉTHODE CALCULATOIRE : à la limite du cahier des charges $M_\varphi = M_\varphi^{lim} = 45°$, ce qui correspond à $\varphi(\omega) = -135°$ ($= -180° + 45°$).

Avec $\varphi(\omega) = \arg(FTBO(j \cdot \omega))$

$= -\arctan(T_1 \cdot \omega) - \arctan(T_2 \cdot \omega)$

- Je cherche donc ω tel que :

$$\tan(-135°) = \tan(-\arctan(T_1 \cdot \omega) - \arctan(T_2 \cdot \omega))$$

RAPPEL : $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$

Donc : $-1 = \dfrac{T_1 \cdot \omega + T_2 \cdot \omega}{1 - T_1 \cdot T_2 \cdot \omega^2}$

Donc : $T_1 \cdot T_2 \cdot \omega^2 - (T_1 + T_2) \cdot \omega - 1 = 0$

donc $\cancel{\omega \simeq -0{,}44 \text{ rad/s}}$ Pas de sens

ou $\omega \simeq 225$ rad/s

- À la limite du cahier des charges, il faut donc :

$G_{dB}(\omega_0) = 0$ dB (pour $\omega_0 = 225$ rad/s)

$\Updownarrow$

$|FTBO(j \cdot \omega_0)| = 1$

Donc : $\dfrac{K_p^{lim}}{\sqrt{1 + T_1^2 \cdot \omega_0^2} \cdot \sqrt{1 + T_2^2 \cdot \omega_0^2}} = 1$ donc $K_p^{lim} = \sqrt{1 + T_1^2 \cdot \omega_0^2} \cdot \sqrt{1 + T_2^2 \cdot \omega_0^2}$

donc $K_p^{lim} \simeq 717$

Pour avoir $M_\varphi > 45°$, il faudra donc $\underline{K_p < 717}$.

(8) $$\lim_{t \to +\infty} \omega_m(t) = \underbrace{\frac{K_{cap} \cdot K_p}{K_{cap} \cdot K_p + K_e}}_{\text{Gain statique}} \cdot \underbrace{\omega_c}_{\text{Amplitude de l'échelon d'entrée}}$$

L'erreur statique est donc :

$$\varepsilon_s = \omega_c - \lim_{t \to +\infty} \omega_m(t) = \frac{K_e}{K_{cap} \cdot K_p + K_e} \cdot \omega_c$$

Le cahier des charges impose $\varepsilon_{s\%} < \underbrace{10\%}_{\varepsilon_{max}}$ donc $\frac{K_e}{K_{cap} \cdot K_p + K_e} < \varepsilon_{max}$

Il faut donc : $K_e \cdot (1 - \varepsilon_{max}) < K_{cap} \cdot K_p$

donc $\boxed{K_p > (1 - \varepsilon_{max}) \cdot \frac{K_e}{K_{cap}}}$ AN : $K_p > 9$

(9) J'identifie : $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_{cap} \cdot K_p \cdot K_i + K_e \cdot K_i}{L_m \cdot J}}$

et $$\xi = \frac{R_m \cdot \sqrt{J}}{2 \cdot \sqrt{L_m} \cdot \sqrt{K_{cap} \cdot K_p \cdot K_i + K_e \cdot K_i}}$$

(10) Pour avoir la réponse la plus rapide et sans dépassement, il faut $\underline{\xi = 1}$

Donc $4 \cdot \xi^2 \cdot L_m \cdot (K_{cap} \cdot K_p + K_e) \cdot K_i = R_m^2 \cdot J$

Donc $$\boxed{K_p = \frac{1}{K_{cap}} \cdot \left[\frac{R_m^2 \cdot J}{4 \cdot \xi^2 \cdot L_m \cdot K_i} - K_e \right]} \simeq 126$$

(11) Pour $\xi = 1$, on a $t_{réduit} = t_{r5\%} \cdot \omega_0 \simeq 5$ et je peux calculer $\omega_0 \simeq 112$ rad/s.

On a donc : $\underline{t_{r5\%} \simeq 44 \text{ ms}}$

(12) On peut choisir $K_p = 126$. De cette manière :

- $t_{r5\%} \simeq 44$ ms $< 0{,}3$ s — Exigence validée ET tps de réponse mini.
- $\varepsilon_{s\%} < 10\%$ car $K_p > 9$ — "
- $M_G = +\infty$ — "
- $M_\varphi > 45°$ car $K_p < 717$ — "

13

Valeur de K_p	Erreur statique	Dépassement	Rapidité : $tr_{5\%}$	Correcteur adapté ?
9	33% ⚠	NON	0,37 s ⚠	NON
129	0 %	NON	0,45 s	OUI
700	0 %	OUI ⚠	0,25 s	NON

14

$$P_{électrique} \longrightarrow \boxed{\text{MOTEUR}} \longrightarrow P_{mécanique}$$

Si le rendement du moteur est égal à 1 (moteur parfait au sens énergétique), on a donc :

$$P_{électrique} = P_{mécanique}$$

$$U_m^{\infty} \cdot I^{\infty} = C_m^{\infty} \cdot \omega_m^{\infty} \qquad (\text{en régime permanent})$$

En régime établi : $\omega_m^{\infty} = \lim\limits_{t \to +\infty} \omega_m(t)$

$$= \frac{1}{K_e} \cdot U_m^{\infty} \qquad (\text{voir f° de transfert q° 2})$$

On a donc : $\dfrac{U_m^{\infty}}{\omega_m^{\infty}} = \dfrac{C_m^{\infty}}{I^{\infty}}$ et donc $\underline{K_e = K_i}$.