Chariot élévateur en pente

Question 1

J'isole les roues arrières soumises aux actions méca-
-niques extérieures suivants :

- sol $\rightarrow$ 1 ✓ où $\vec{R}_{0\rightarrow1} = X_{01}\vec{i} + Y_{01}\vec{x_1}$
- châssis $\rightarrow$ 1 ✗ car liaison avec frottement

J'écris le th. des moments en A et la projection sur $\vec{z_0}$:

$$\vec{M}_{A,0\rightarrow1}\cdot\vec{z_0} + \underbrace{\vec{M}_{A,2\rightarrow1}\cdot\vec{z_0}}_{0} = 0$$

$$\text{Et } \vec{M}_{A,0\rightarrow1}\cdot\vec{z_0} = \cancel{\vec{M}_{C,0\rightarrow1}\cdot\vec{z_0}} + (\underbrace{\vec{AC}}_{=-r.\vec{y_1}} \wedge (X_{01}\vec{x_1} + Y_{01}\cdot\vec{y_1}))\cdot\vec{z_0}$$

$$= -r.X_{01}$$

On a donc :

$$-r.X_{01} = 0 \quad \text{et donc} \quad X_{01} = 0$$

Question 2

Comme les roues avants (seulement) sont freinés, le risque de glissement concerne ces roues. Il y a donc adhérence si $|X_{03}| < f.|Y_{03}|$ et donc, à la limite du glissement

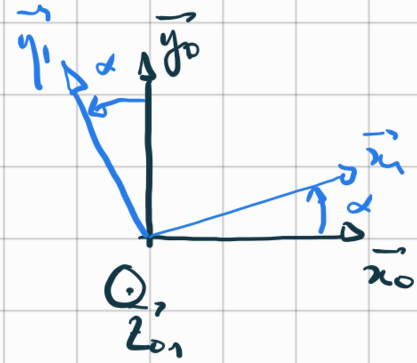
$$|X_{03}| = f.|Y_{03}|$$

Détermination de X_{03} : J'isole l'ensemble du chariot soumis aux actions mécaniques extérieures suivants :

- $0 \rightarrow 1$ ✗
- $0 \rightarrow 3$ ✓
- pds $\rightarrow$ 2 —
- pds $\rightarrow$ 4 —

J'écris le th. des résultantes en projection sur $\vec{x_1}$:

$$0 = \underbrace{\vec{R}_{0\to1}\cdot\vec{x_1}}_{=0} + \underbrace{\vec{R}_{0\to3}\cdot\vec{x_1}}_{=X_{03}} + \vec{R}_{pb\to2}\cdot\vec{x_1} + \vec{R}_{pb\to4}\cdot\vec{x_1}$$



- $\vec{R}_{pb\to2}\cdot\vec{x_1} = -m_2\cdot g\cdot\vec{y_0}\cdot\vec{x_1}$
  $= -m_2\cdot g\cdot\sin\alpha$

- $\vec{R}_{pb\to4}\cdot\vec{x_1} = -m_4\cdot g\cdot\sin\alpha$

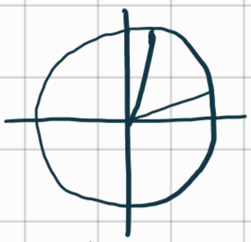
Donc : $X_{03} = (m_2+m_4)\cdot g\cdot\sin\alpha$

Détermination de Y_{03} : J'écris le th. des moments en C et en projection sur $\vec{z_0}$:

$$0 = \underbrace{\vec{M}_{C,0\to1}\cdot\vec{z_0}}_{=0} + \vec{M}_{C,0\to3}\cdot\vec{z_0} + \vec{M}_{C,pb\to4}\cdot\vec{z_0} + \vec{M}_{C,pb\to2}\cdot\vec{z_0}$$

- $\vec{M}_{C,0\to3}\cdot\vec{z_0} = \cancel{\vec{M}_{D,0\to3}\cdot\vec{z_0}} + \left(\overbrace{\overrightarrow{CD}}^{L\cdot\vec{x_1}}\wedge\left(X_{03}\cdot\vec{x_1}+Y_{03}\cdot\vec{y_1}\right)\right)\cdot\vec{z_0}$
  $= L\cdot Y_{03}$

- $\vec{M}_{C,pb\to4}\cdot\vec{z_0} = \cancel{\vec{M}_{G_4,pb\to4}\cdot\vec{z_0}} + \left(\overbrace{\overrightarrow{CG_4}}^{=(L+L_4)\cdot\vec{x_1}+h_4\cdot\vec{y_1}}\wedge\left(-m_4\cdot g\cdot\vec{y_0}\right)\right)\cdot\vec{z_0}$
  $= -\left((L+L_4)\cdot\sin\left(-\alpha+\frac{\pi}{2}\right)+h_4\cdot\sin(-\alpha)\right)\cdot m_4\cdot g$
  $= -\left((L+L_4)\cdot\cos\alpha - h_4\cdot\sin\alpha\right)\cdot m_4\cdot g$



- $\vec{M}_{C,pb\to2}\cdot\vec{z_0} = \cancel{\vec{M}_{G_2,pb\to2}\cdot\vec{z_0}} + \left(\overbrace{\overrightarrow{CG_2}}^{=+\frac{L}{2}\cdot\vec{x_1}+(r+h)\cdot\vec{y_1}}\wedge\left(-m_2\cdot g\cdot\vec{y_0}\right)\right)\cdot\vec{z_0}$
  $= -\left(\frac{L}{2}\cdot\cos\alpha-(r+h)\cdot\sin\alpha\right)\cdot m_2\cdot g$

Donc :
$$Y_{03} = \left(\frac{L+L_4}{L}\cdot\cos\alpha-\frac{h_4}{L}\cdot\sin\alpha\right)\cdot m_4\cdot g + \left(\frac{1}{2}\cdot\cos\alpha-\frac{r+h}{L}\cdot\sin\alpha\right)\cdot m_2\cdot g$$

À la limite du glissement :

$$|(m_2+m_4)\cdot g\cdot \sin\alpha| = f\cdot g\cdot \left| \overset{\text{supposé positif}}{\boxed{\left(\frac{L+L_4}{L}\cdot m_4 + \frac{1}{2}\cdot m_2\right)\cdot\cos\alpha - \left(\frac{h_4}{L}\cdot m_4 + \frac{r+h}{L}\cdot m_2\right)\cdot\sin\alpha}} \right|$$

En montée, $\alpha \in [0, 90°]$ et donc :

$$\left(m_2+m_4+\left(\frac{h_4}{L}\cdot m_4+\frac{r+h}{L}\cdot m_2\right)\cdot f\right)\cdot\sin\alpha =$$

$$= f\cdot\left(\frac{L+L_4}{L}\cdot m_4+\frac{1}{2}\cdot m_2\right)\cdot\cos\alpha$$

Donc $$\alpha = \arctan\left[\frac{f\cdot\overbrace{\left(\frac{L+L_4}{L}\cdot m_4+\frac{1}{2}\cdot m_2\right)}^{\to 2500\ kg}}{m_2+m_4+f\cdot\underbrace{\left(\frac{h_4}{L}\cdot m_4+\frac{r+h}{L}\cdot m_2\right)}_{\to 1970\ kg}}\right]$$

Avec $f = 0{,}8$: $\alpha \simeq 24°$

Question 3

$$\tan\alpha_{lim} = \frac{0{,}3}{1}$$

et donc $\alpha_{lim} \simeq 16{,}7°$

Avec une telle pente (30%), le chariot ne va pas glisser.

Question 4

J'isole les roues avants soumises aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $0 \longrightarrow 3$ —
- $2 \xrightarrow{\text{pivot}} 3$ ×
- $2 \xrightarrow{\text{frein}} 3$ ✓

J'écris donc le th. des moments en B et en projection sur $\vec{z_0}$:

$$\underbrace{\vec{M}_{B,0\to3}\cdot\vec{z_0}} + \underbrace{\vec{M}_{B,2\xrightarrow{piv}3}\cdot\vec{z_0}}_{=0} + \underbrace{\vec{M}_{B,2\xrightarrow{frein}3}\cdot\vec{z_0}}_{=C_f} = 0$$

$$\vec{M}_{B,0\to3}\cdot\vec{z_0} = \cancel{\vec{M}_{D,0\to3}\cdot\vec{z_0}} + (\overbrace{\vec{BD}}^{=-r\cdot\vec{y_1}} \wedge (X_{03}\cdot\vec{x_1} + Y_{03}\cdot\vec{y_1}))\cdot\vec{z_0}$$

$$= r\cdot X_{03}$$

Donc $C_f = -r\cdot X_{03} = -r\cdot(m_2 + m_4)\cdot g\cdot\sin\alpha$

$$C_f \simeq -1896\ \text{N.m}$$

Question 5

Il y a non-décollement si $Y_{01} > 0$. Je reprends l'isolement de l'ensemble du chariot mais j'écris, cette fois-ci, le th. des moments en D et en projection sur $\vec{z_0}$:

$$0 = \vec{M}_{D,0\to1}\cdot\vec{z_0} + \cancel{\vec{M}_{D,0\to3}\cdot\vec{z_0}} + \vec{M}_{D,pds\to2}\cdot\vec{z_0} + \vec{M}_{D,pds\to4}\cdot\vec{z_0}$$

- $$\vec{M}_{D,0\to1}\cdot\vec{z_0} = \cancel{\vec{M}_{C,0\to1}\cdot\vec{z_0}} + (\overbrace{\vec{DC}}^{-L\cdot\vec{x_1}} \wedge (X_{01}\cdot\vec{x_1} + Y_{01}\cdot\vec{y_1}))\cdot\vec{z_0}$$
$$= -L\cdot Y_{01}$$

- $$\vec{M}_{D,pds\to2}\cdot\vec{z_0} = \cancel{\vec{M}_{G_2,pds\to2}\cdot\vec{z_0}} + (\overbrace{\vec{DG_2}}^{= -\frac{L}{2}\cdot\vec{x_1} + (r+h)\cdot\vec{y_1}} \wedge (-m_2\cdot g\cdot\vec{y_0}))\cdot\vec{z_0}$$
$$= -\left(-\frac{L}{2}\cdot\sin\left(-\alpha+\frac{\pi}{2}\right) + (r+h)\cdot\sin(-\alpha)\right)\cdot m_2\cdot g$$

$$= +\left(+\frac{L}{2}\cdot\cos(\alpha) + (r+h)\cdot\sin(\alpha)\right)\cdot m_2\cdot g$$

- $$\vec{M}_{O,pds\to 4}\cdot\vec{z_0} = \cancel{\vec{M}_{G_4,pds\to 4}\cdot\vec{z_0}} + \left(\overrightarrow{OG_4}\wedge\left(-m_4\cdot g\cdot\vec{y_0}\right)\right)\cdot\vec{z_0}$$

$$\overrightarrow{OG_4} = L_4\cdot\vec{x_1} + h_4\cdot\vec{y_1}$$

$$= -\left(L_4\cdot\sin\left(-\alpha+\frac{\pi}{2}\right) + h_4\cdot\sin(-\alpha)\right)\cdot m_4\cdot g$$

$$= -\left(L_4\cdot\cos(\alpha) - h_4\cdot\sin\alpha\right)\cdot m_4\cdot g$$

Donc :

$$Y_{01} = \left(\frac{1}{2}\cdot\cos\alpha + \frac{r+h}{L}\cdot\sin\alpha\right)\cdot m_2\cdot g - \left(\frac{L_4}{L}\cdot\cos\alpha - \frac{h_4}{L}\cdot\sin\alpha\right)\cdot m_4\cdot g$$

Avec $\alpha \simeq 24°$, $Y_{01} \simeq 10{,}4\ \text{kN} > 0$.

Il n'y aura donc pas de basculement.

Question 6

- À la limite du glissement : $|X_{03}| = f\cdot|Y_{03}|$, où $\sin(\alpha) < 0$ et donc :

$$-(m_2+m_4)\cdot\cancel{g}\cdot\sin(\alpha) = \left[\left(\frac{L+L_4}{L}\cdot m_4 + \frac{1}{2}\cdot m_2\right)\cdot\cos\alpha - \left(\frac{h_4}{L}\cdot m_4 + \frac{r+h}{L}\cdot m_2\right)\cdot\sin\alpha\right]\cdot f\cdot\cancel{g}$$

Donc $$\left[-(m_2+m_4) + \left(\frac{h_4}{L}\cdot m_4 + \frac{r+h}{L}\cdot m_2\right)\cdot f\right]\cdot\sin\alpha = \left(\frac{L+L_4}{L}\cdot m_4 + \frac{1}{2}\cdot m_2\right)\cdot f\cdot\cos\alpha$$

2500 kg

Donc $$\alpha = \arctan\left[\frac{\left(\frac{L+L_4}{L}\cdot m_4 + \frac{1}{2}\cdot m_2\right)\cdot f}{-(m_2+m_4) + \left(\frac{h_4}{L}\cdot m_4 + \frac{r+h}{L}\cdot m_2\right)\cdot f}\right]$$

1970 kg

$\alpha \simeq -24°$ (même pente, en valeur absolue, qu'en montée)

- Il faut maintenant re-calculer Y_{O_1} :

$$Y_{O_1} = \left(\frac{1}{2} \cdot \cos\alpha + \frac{x+h}{L} \cdot \sin\alpha\right) \cdot m_2 \cdot g$$
$$- \left(\frac{L_4}{L} \cdot \cos\alpha - \frac{h_4}{L} \cdot \sin\alpha\right) \cdot m_4 \cdot g$$

(même formule)

$Y_{O_1} \simeq -1424$ N en descente, il y aura basculement du chariot car $Y_{O_1} < 0$.