

## DM 4 : PARTIE PHYSIQUE

DM 4 à rendre pour le lundi 4 novembre .

### Dimensionnement du chauffage d'une voiture de TGV

#### A - Équation de la diffusion thermique dans une paroi solide

Soit le parallélépipède représenté sur la figure 10. On considère le problème unidimensionnel suivant l'axe (Ox) (toutes les grandeurs ne dépendent a priori que de x, éventuellement du temps t et sont uniformes sur toute section orthogonale à (Ox)).

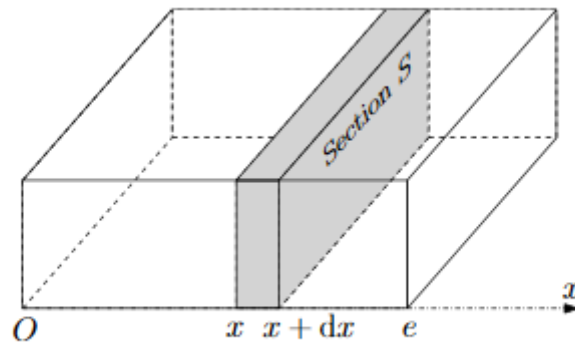


Figure 10

On suppose qu'un flux thermique traverse ce volume. L'épaisseur de la paroi (suivant (Ox)) est e et sa section S. On a également représenté une petite tranche comprise entre x et x + dx.

Les notations utilisées sont:

- masse volumique du matériau  $\rho$  ;
- capacité thermique massique c;
- conductivité thermique  $\lambda$  ;
- vecteur densité de flux thermique  $\vec{j}(x, t) = j(x, t)\vec{u}_x$  ;
- champ de température dans le parallélépipède T(x, t).

1- Exprimer le transfert thermique  $\delta Q_i$  entrant de la tranche d'épaisseur dx pendant une durée dt en fonction de  $\frac{\partial j}{\partial x}$  et des données.

2- Exprimer la variation d'énergie interne dU de cette tranche pendant cette même durée dt au cours de laquelle la température varie de dT.

3- En appliquant un résultat de la thermodynamique que l'on rappellera, en déduire une relation entre  $\frac{\partial j}{\partial x}$  et  $\frac{\partial T}{\partial t}$ .

4- Rappeler l'expression de la loi de Fourier (dans ce cas particulier unidimensionnel). Déduire de ce qui précède l'équation dite de la chaleur ou de la diffusion thermique .

5- Donner, l'expression de D, diffusivité thermique en fonction des données.

#### B - Régime stationnaire

Dans cette sous-partie le système est en régime stationnaire. On suppose que:

$$T(x=0) = T_1 \quad T(x=e) = T_2$$

6- Déterminer l'expression de T(x).

7- En déduire l'expression de la densité de flux thermique j(x), ainsi que la puissance thermique  $P_{th}$  traversant une section quelconque de surface S orthogonale à (Ox) et orientée dans le sens des x positifs.

Que peut-on dire du champ  $\vec{j}(x)$  dans le volume étudié?

8- Définir la résistance thermique  $R_{th}$  du volume et l'exprimer en fonction de  $\lambda$ ,  $S$  et  $e$ .

Loi de Newton

On suppose qu'en plus des phénomènes purement diffusifs s'ajoutent des phénomènes conducto-convectifs aux interfaces paroi / fluide (air), ces derniers sont modélisés par la loi de Newton ; pour simplifier on ne les prendra en compte qu'en  $x = e$ .

On appelle  $h$  le coefficient de conducto-convection de l'interface paroi / fluide,  $T_{2,p}$  la température en  $x = e$  de la paroi et  $T_{2,f}$  la température de l'air côté droit.

9- Quelle est la puissance thermique  $P_{cc}$  échangée par conducto-convection à travers la surface  $S$  en  $x=e$ ?

10- En déduire l'expression de la résistance thermique  $R_{cc}$  équivalente à ajouter en série à  $R_{th}$  pour modéliser la conducto-convection en  $x = e$ .

### C - Chauffage d'une voiture de TGV

Cette partie est moins guidée que le reste du sujet et fait plus appel à l'analyse des documents et à un raisonnement personnel construit.

On considère une voiture de TGV dans des conditions hivernales. La température extérieure est constante égale à  $T_{ext} = -4^\circ C$ . On cherche à estimer la puissance du chauffage  $P_{ch}$  nécessaire pour maintenir la température intérieure constante à  $T_i = 20^\circ C$ .

On fait dans un premier temps les hypothèses suivantes:

- le régime est stationnaire;
- les vitres et le reste des parois (latérales, sol et toit) sont constituées de plusieurs couches comme schématisé figure 11;
- les vitres sont par ailleurs le siège de phénomènes conducto-convectifs côté intérieur (coefficient  $h_i$ ) et côté extérieur (coefficient  $h_e$ );
- on néglige les phénomènes de conducto-convection entre les parois et l'air.

Les données numériques utiles au problème sont fournies en fin d'énoncé.

11- Pourquoi les valeurs des coefficients conducto-convectif verre / air sont-elles différentes ( $h_i$  et  $h_e$ ) pour l'extérieur et l'intérieur de la voiture?

12 - On souhaite se placer dans un premier temps dans la situation la plus défavorable (celle qui nécessitera la plus grande valeur de  $P_{ch}$ ). Doit-on supposer la voiture pleine de passagers ou vide (justifier)?

13- On se place dans l'hypothèse de la question précédente.

a- Déterminer l'expression de la résistance thermique  $R_{thv}$  d'une vitre permettant de modéliser les transferts thermiques depuis l'air intérieur vers l'air extérieur (on justifiera les calculs à l'aide d'un schéma équivalent). Donner sa valeur numérique.

b- Déterminer l'expression et calculer la résistance thermique  $R_{toit} = R_{sol}$  du toit et du sol.

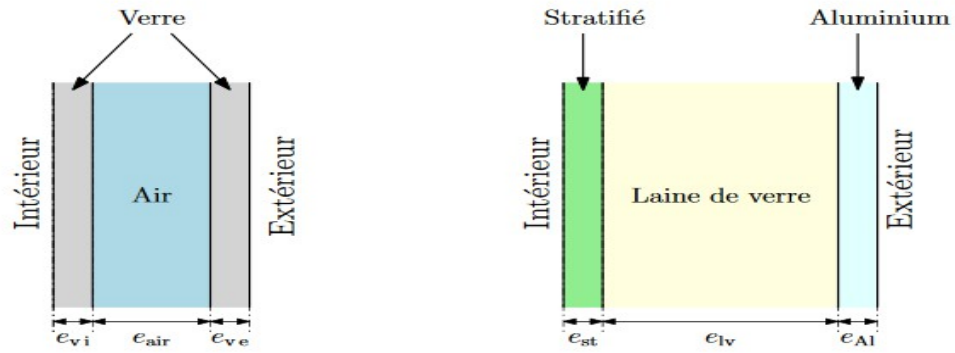
c- Déterminer l'expression et calculer la résistance thermique d'une paroi latérale  $R_{pl}$ .

d- Déterminer l'expression et calculer la résistance thermique d'une paroi située à l'extrémité d'un wagon  $R_{pe}$ .

e- Estimer la valeur de la résistance thermique équivalente totale de la voiture ( $R_{tot}$ ).

14- En précisant toutes les étapes du raisonnement et des calculs, estimer la valeur de  $P_{ch}$  permettant de maintenir la température intérieure constante.

15- Que devient cette valeur si on suppose la voiture pleine de passagers?



(a) Constitution d'une vitre

(b) Constitution des parois

**Figure 11** Constitution des parois et des vitres

## Données

*Données numériques pour le dimensionnement du chauffage d'une voiture de TGV*

Voiture	$L$ (longueur)	22500 mm
	$\ell$ (largeur)	2780 mm
	$h$ (hauteur)	2100 mm
	$e_{Al}$	4 mm
	$e_{lv}$	24 mm
	$e_{st}$	4 mm
	Nombre de places assises	50
Vitres	Nombre par voiture	12
	$L_v$ (largeur)	2000 mm
	$H_v$ (hauteur)	840 mm
	$e_{air}$	12 mm
	$e_{vi}$	4 mm
	$e_{ve}$	4 mm
Conductivités thermiques	$\lambda_{Al}$	$237 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
	$\lambda_{lv}$	$0,051 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
	$\lambda_{st}$	$1 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
	$\lambda_{air}$	$0,03 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
	$\lambda_v$	$1,15 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Masse volumique de l'air	$\rho_{air}$	$1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
Puissance thermique moyenne dégagée par un passager	$\mathcal{P}_{pass}$	60 W
Autres données	$h_t$	$8 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
	$h_e$	$25 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
	$D_v$	$2100 \text{ m}^3\cdot\text{h}^{-1}$
	$c_p$	$1000 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$