

Sujet diffusion thermique : correction déposée sur cahier de prépa

Une centrale nucléaire utilise l'énergie dégagée par la fission nucléaire des atomes d'uranium placés au cœur du réacteur. La chaleur générée par la fission est transférée à un fluide caloporteur, généralement de l'eau qui circule dans le circuit primaire. L'eau du circuit primaire est portée à très haute température par l'effet des réactions de fission nucléaire qui ont lieu au sein du cœur du réacteur. Elle passe ensuite dans un pressuriseur qui maintient sa pression constante et égale à $p = 155$ bar, puis effectue un échange thermique avec le circuit secondaire dans un générateur de vapeur : l'énergie thermique dégagée par l'eau du premier circuit vaporise alors l'eau du second, qui fait ensuite tourner plusieurs turbines génératrices d'énergie mécanique, elle-même enfin transformée en énergie électrique par un alternateur.

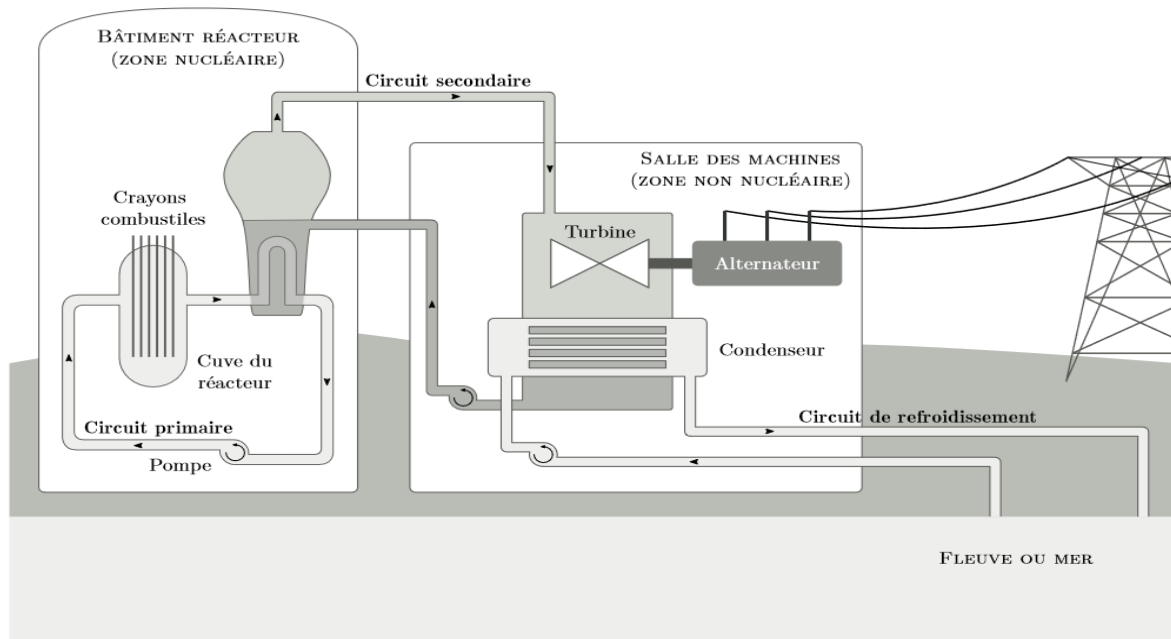


Figure 1 Principe d'un réacteur nucléaire. Librement adapté d'une illustration EDF.

Étude du circuit primaire

Le cœur est constitué de $N = 41448$ crayons combustibles. Chaque crayon combustible est constitué d'un cylindre de hauteur $H = 3,66$ m et de diamètre $d = 2 R_4 = 9,5$ mm. Ces crayons sont le siège de réactions de fission, exothermiques.

La puissance thermique développée dans le cœur vaut : $P_1 = 2776$ MW.

Le circuit primaire doit être correctement dimensionné pour prévenir tout échauffement anormal du combustible, $UO_{2(s)}$, dont la température de fusion vaut 2800 °C. La conductivité thermique de $UO_{2(s)}$ vaut

$$\lambda_2 = 3,5 \text{ W.m}^{-1} . \text{K}^{-1} .$$

La pression de vapeur saturante de l'eau à 345 °C vaut 155 bar.

Dans cette partie, on se place en régime stationnaire et on néglige les variations d'énergie mécanique.

IA – Évolution de la température entre le cœur du combustible et le fluide caloporteur

On étudie l'évolution de la température entre le centre du combustible $UO_{2(s)}$ et l'eau du circuit primaire, qui circule dans l'espace annulaire de rayon allant de R_4 à R_5 et entourant les crayons. On suppose que la température du fluide caloporteur est une constante et vaut $T_5 = 303$ °C.

On note T_2 et T_3 les températures de part et d'autre de l'interface entre le combustible et la gaine. On note T_4 et T_5 les températures de part et d'autre de l'interface entre la gaine et le fluide caloporteur.

Pour simplifier, on néglige les effets de bord à chaque extrémité des cylindres ; on considère pour l'étude que les N crayons combustibles de hauteur H sont disposés les uns au-dessus des autres et que les échanges thermiques se font exclusivement selon une direction radiale.

Les échanges thermiques au niveau d'une interface sont modélisés selon la relation de Newton : la

puissance thermique traversant une surface dS de cette interface s'écrit $h dS(T_s - T_a)$ où h désigne le coefficient de transfert conducto-convectif et T_s et T_a désignent les températures de part et d'autre de l'interface.

Le coefficient de transfert conducto-convectif entre le combustible et la gaine vaut $h_2 = 10 \text{ kW.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.
Le coefficient de transfert conducto-convectif entre la gaine et le fluide caloporteur vaut

$$h_4 = 25 \text{ kW.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}.$$

Chaque crayon est entouré d'une gaine d'épaisseur $e = R_4 - R_3 = 0,60 \text{ mm}$ dont la conductivité thermique vaut $\lambda_3 = 16 \text{ W.m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

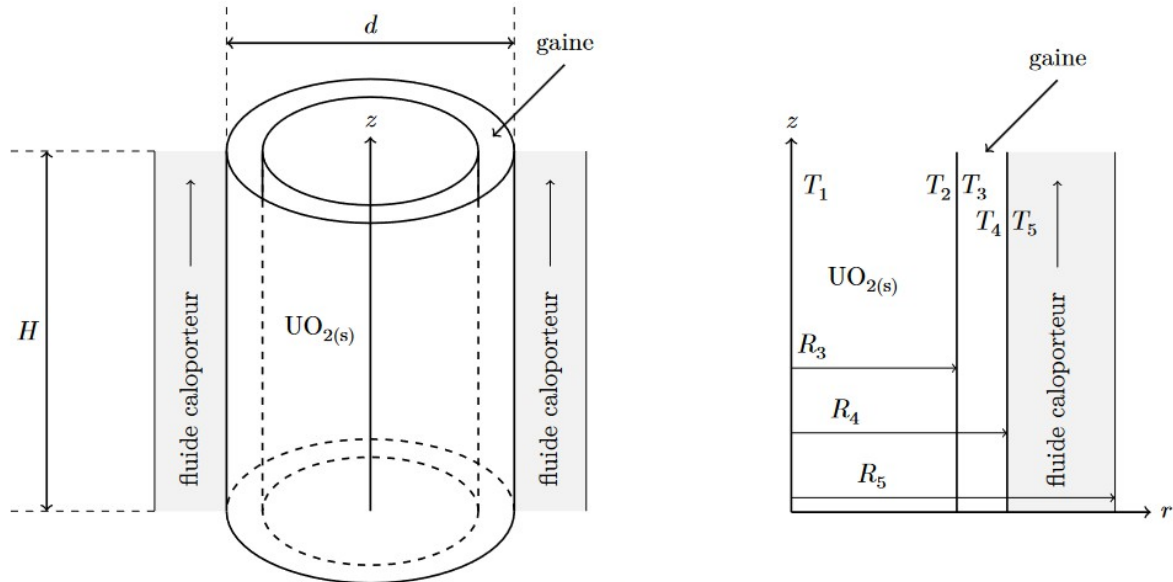


Figure 2

Q1- Exprimer la surface latérale totale, notée S_{tot} , de l'ensemble des N crayons combustibles entourés de la gaine en fonction de N, d et H.

On note P_v la puissance thermique par unité de volume engendrée par les réactions de fission au cœur des crayons combustibles et que l'on suppose uniforme. On appelle r la distance à l'axe du cylindre modélisant l'ensemble des N crayons.

Q2- Montrer que l'équation de la diffusion thermique vérifiée par la température dans le combustible s'écrit :

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + Ar = 0$$

Exprimer A en fonction de P_v et λ_2 .

Q 3- Exprimer la température T(r) dans $\text{UO}_{2(s)}$ en fonction de P_v, T_2, R_3, λ_2 et r.

Q 4- Exprimer la température T_3 en fonction de T_2, P_1, h_2, d, e, H et N.

Q 5- Exprimer la température T(r) en un point de la gaine en fonction de $T_4, P_1, R_4, \lambda_3, S_{tot}$ et r.

Q 6- Calculer les températures T_4, T_3, T_2 et T_1 .

Q 7- Représenter le profil température T(r) pour $0 \leq r \leq R_5$.

Q 8- Expliquer pourquoi le bon fonctionnement du pressuriseur du circuit primaire fait partie des critères majeurs de sûreté.

I.B – Prise en compte de dépendances longitudinales pour la puissance thermique volumique et la température

Dans cette partie, on néglige l'influence de la gaine mais on tient compte du profil non uniforme, selon la coordonnée z, de la puissance thermique générée par les réactions de fission, ainsi que de la dépendance avec z du champ de température.

Chaque crayon combustible de rayon R_4 et de hauteur H est refroidi par une circulation d'eau liquide dans un espace annulaire de rayon extérieur R_5 entourant le crayon. On ne considère dans cette sous-partie qu'un seul crayon.

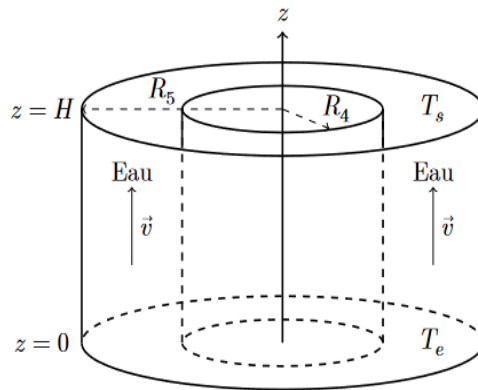


Figure 3

La puissance thermique $P_v(z)$ par unité de volume engendrée par les réactions de fission au sein de la barre du combustible est modélisée par : $P_v(z) = P_0 \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$.

On suppose que les échanges thermiques se font toujours exclusivement dans la direction radiale de la barre de combustible. On appelle r la distance à l'axe du cylindre.

L'eau liquide circule à la vitesse $v = 5 \text{ m.s}^{-1}$ avec un débit massique $D_m = 0,30 \text{ kg.s}^{-1}$; la température d'entrée (en $z = 0$) de l'eau liquide est $T_e = 284^\circ \text{C}$ et sa température de sortie (en $z = H$) est

$$T_s = 322^\circ \text{C}.$$

La capacité thermique massique de l'eau liquide, supposée constante sur cette plage de température, est prise égale à $c_5 = 5750 \text{ J.k}^{-1}.\text{kg}^{-1}$. On admet qu'il n'y a pas d'échange thermique avec l'extérieur pour $r = R_5$.

Dans la suite, on suppose que la température de l'eau liquide ne dépend que de z et on la note $T(z)$; la température dans la barre de combustible dépend de r et z et est notée $T_C(r, z)$.

Q 9- En réalisant un bilan thermodynamique pendant dt pour l'eau liquide entre les cotes z et $z+dz$ (avec $dz \ll z$), en écoulement stationnaire dans l'espace annulaire, justifier que :

$$D_m c_5 [T(z+dz) - T(z)] = P_v(z) \pi R_4^2 dz$$

Q 10- Exprimer $T_s - T_e$ en fonction de R_4, H, D_m, c_5 et P_0 . Exprimer la température $T(z)$ de l'eau liquide en fonction de T_e, T_s, z et H .

On note h_{CC} le coefficient de transfert conducto-convectif entre la barre de combustible et l'eau liquide dans ce modèle, et $T_p(z)$ la température de la paroi de la barre de combustible à l'altitude z .

Q 11- Montrer que : $\frac{T_p(z) - T_e}{T_s - T_e} = \frac{1}{2} \left[1 + B \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) + C \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) \right]$

Exprimer B et C en fonction de h_{CC}, H, D_m, c_5 et R_4 .

Q 12. Déterminer la température $T_C(r, z)$ dans la barre de combustible. Montrer que :

$$\frac{T_C(r, z) - T_e}{T_s - T_e} = \frac{1}{2} \left[1 + D \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) \right] + \left[E + F \left(1 - \frac{r^2}{R_4^2} \right) \right] \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

Exprimer D, E et F en fonction de $D_m, c_5, H, h_{CC}, \lambda_2$ et R_4 .

Q 13- Exprimer la température $T_c(r=0, z)$ sur l'axe de la barre de combustible à l'altitude z en fonction de $T_e, T_s, D_m, z, H, c_s, h_{CC}, \lambda_2$ et R_4 .

Q 14- En déduire l'altitude pour laquelle la température sur l'axe de la barre de combustible est maximale.

Calculer la valeur de la température maximale sur l'axe ; on prendra $h_{CC} = 33 \text{ kW.m}^{-2} . \text{K}^{-1}$. Préciser si un critère de sûreté en température est respecté.

Le graphe de la figure 4 représente l'évolution de la température de la paroi du crayon combustible avec la cote z .

Q 15- Justifier qualitativement son allure.

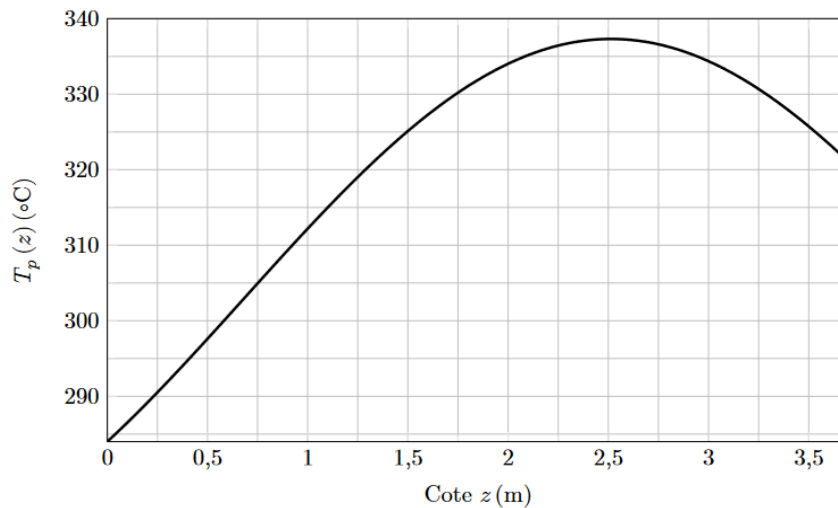


Figure 4 Évolution spatiale de la température T_p de la paroi du crayon combustible.