

Ex: récipient à azote liquide.

(1)

1- la géométrie étant sphérique, le vecteur densité de courant thermique s'écrit:

$$\vec{j}_R(r, t) = j_R(r, t) \vec{e}_r.$$

On appelle ρ et c , la masse volumique et la capacité thermique massique du polystyrène.

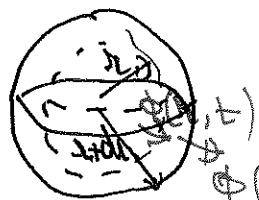
Le flux thermique traversant une sphère de rayon r (section isotherme) s'écrit:



$$\Phi(r, t) = \iint_R \vec{j}_R(r, t) \cdot d\vec{S} = \iint_R j_R(r, t) dS$$

$$\Phi(r, t) = j_R(r, t) \iint_R dS = 4\pi r^2 j_R(r, t).$$

Pour déterminer l'EDP vérifiée par $T(r, t)$, on applique le 1^{er} principe au volume de matière compris entre 2 sphères de rayons r et $r+dr$ (compris entre t et $t+dt$).



La puissance reçue dans le volume se trouve:

$$\Phi(r, t) - \Phi(r+dr, t)$$

D'où:

$$\rho c 4\pi r^2 dr dT = (\Phi(r, t) - \Phi(r+dr, t)) dt$$

$dV = d\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = 4\pi r^2 dr$ = vol compris entre les 2 sphères.

$$dT = \frac{\partial T}{\partial t} dt$$

D'où :
$$T(r) = T_s + \frac{R}{e}(T_s - T_a) - \left(\frac{R+e}{e}\right)(T_s - T_a) \frac{R}{r} \quad (3)$$

3- Le flux ϕ sortant de l'enveloppe vaut

$$\phi(r = R+e) = - \lambda \frac{dT}{dr} \Big|_{r=R+e} 4\pi(R+e)^2$$

$$\phi(r = R+e) = -4\pi\lambda(R+e)^2 \frac{R(R+e)}{e} \frac{(T_s - T_a)}{(R+e)^2}$$

$$\phi = 4\pi\lambda \frac{R(R+e)}{e} (T_a - T_s)$$

Pour déterminer ϕ en fonction de $T_a - T_e$,
on utilise la continuité du flux thermique
en $r = R+e$

$$\phi = R 4\pi(R+e)^2 (T_s - T_e)$$

D'où $T_a - T_e = T_a - T_s + T_s - T_e$

$$T_a - T_e = \phi \left(\frac{e}{4\pi\lambda R(R+e)} + \frac{1}{4\pi R(R+e)^2} \right)$$

D'où
$$\phi = \frac{4\pi(T_a - T_e)(R+e)}{\frac{e}{\lambda R} + \frac{1}{R(R+e)}} < 0$$

La puissance thermique $-\phi$ entrant dans l'azote
va provoquer la vaporisation d'une masse
 $\dot{M}$ d'azote par unité de temps d'où

$$\dot{M} L_v = -\phi$$

puissance thermique
nécessaire à la vaporisation
de $\dot{M}$ kg d'azote par seconde

D'où

$$\dot{M} = \frac{4\pi(R+e)(T_e - T_a)}{\ln\left(\frac{e}{dR} + \frac{1}{R(R+e)}\right)}$$

⑥

A.N $\dot{M} = 0,226 \text{ g.s}^{-1} \Rightarrow \dot{M} = 454 \text{ g.h}^{-1}$