EXERCICES ELECTROSTATIQUE .

$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9} F.m^{-1}$

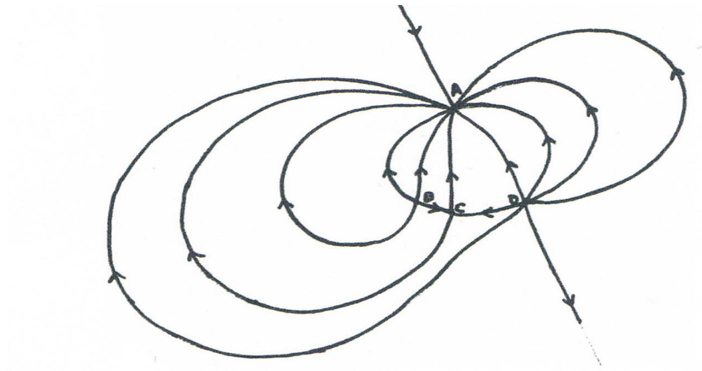
Exercice 1 : lignes de champ .

On considère la carte des lignes de champ ci-dessous : on note q la valeur absolue de la plus petite des charges . La valeur des charges sont toutes multiples entiers de q et sont situées dans le plan .

On donne dans le plan que l'on munit d'un repère orthonormé les coordonnées des points A(24a , 75 a) , B(0,0) , C(24a,-8a), D(75a , 0) où a est une unité arbitraire de longueur .

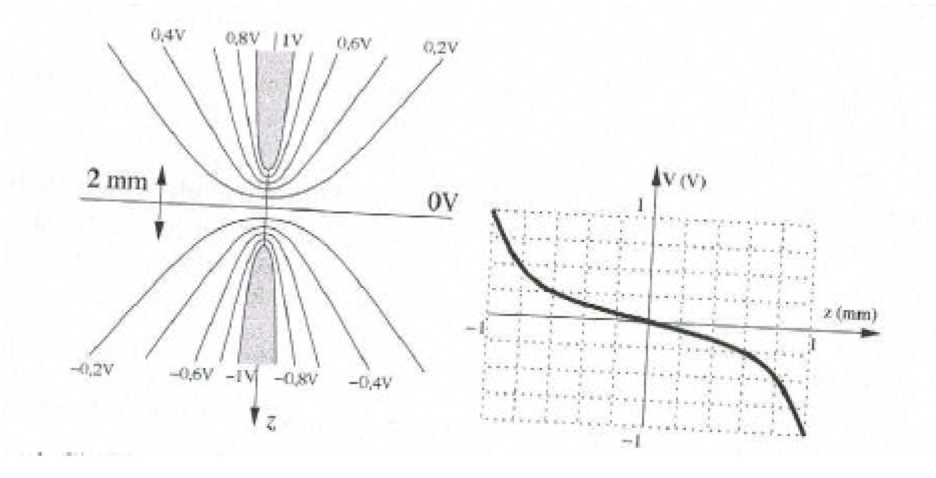
1- Donner les points où sont situées les charges ponctuelles .

2- Donner le signe des charges ainsi que leurs valeurs .



Exercice 2 : Champ disruptif

Un logiciel de simulation permet de tracer l'allure des lignes équipotentielles autour de deux électrodes portées aux potentiels respectifs -1V et +1V . Ce logiciel donne aussi le graphe des variations du potentiel V en fonction de z sur l'axe .



1- Où le champ électrique est-il maximal ?

2- le champ disruptif est celui pour lequel on observe une étincelle correspondant à l'ionisation de l'air . Celui-ci vaut $E_r = 3{,}6{,}10^6\, V.m^{-1}$. Quelle tension doit-on appliquer aux bornes du dispositif popur atteindre ce champ au centre O du dispositif ?

Exercice 3 : diode à vide

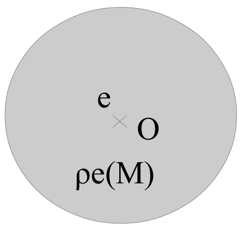
Une diode à vide est constituée de deux plaques métalliques planes parallèles (C) et (A), de même surface S et distantes de d, entre lesquelles a été fait le vide. La cathode (C) est maintenue au potentiel O. Elle émet des électrons de vitesse négligeable qui se dirigent vers l'anode (A) qui est portée au potentiel U> O.

On admet pour simplifier que les trajectoires des électrons sont rectilignes perpendiculaires aux plaques.
On se place en régime permanent.
On note V(x) le potentiel électrostatique et v(x) la vitesse des électrons entre les plaques à la distance x de (C).
Trouver l'expression de v(x) en fonction de V(x) et des caractéristiques d'un électron (masse m, charge -e).

Exercice 4:distributions cylindriques .
1- On considère un fil infini confondu avec l'axe (Oz) et portant des charges uniformément réparties avec une densité linéique λ .
a- Quel est le système de coordonnées adapté à l'étude du problème ? Faire un schéma où figure les coordonnées d'un point M ainsi que la base utilisée pour l'étude .
b- Déterminer la géométrie du champ électrostatique créé par cette distribution de charges .
c-Calculer le champ électrostatique en un point M à la distance r de l'axe zz' , en déduire l'expression du potentiel électrostatique .
2-- On considère des charges réparties uniformément avec une densité volumique de charges ρo constante entre deux cylindres de même axe zz' et de rayons R1 et R2 (R2 > R1) et de longueur H >> R2.
a-Calculer le champ électrostatique en un point M à la distance r de l'axe zz' .
b-- Calculer le potentiel V (r) en M . On prendra le potentiel en un point de l'axe égal à zéro .
3- Un cylindre infini de rayon R porte une charge volumique ρ répartie uniformément dans le volume qu'elle délimite sauf dans une cavité cylindrique creusée dans le cylindre . Cette cavité est vide de charge .
Calculer le champ à l'intérieur de la cavité et souligner sa particularité .
Données en coordonnées cylindriques :

$$\boxed{\vec{grad}\, U = \frac{\partial U}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{u}_z}$$

Exercice 5: Modèle d'orbitale atomique .
L'atome d'hydrogène est composé d'un proton formant le noyau et d'un nuage électronique , dont la théorie quantique permet de déterminer la densité de charge $\rho_e(M)$.
En coordonnées sphériques , la densité dans l'état fondamental prend la forme suivante :
$\rho_e(r) = K\, e^{\frac{-2r}{a_0}}$, où a_0 est le rayon de Bohr .
1- Déterminer la valeur de K permettant d'assurer la neutralité de l'atome .
2- Préciser les caractéristiques du champ électrique créé en tout point de l'espace par l'atome .
3- Déterminer la décroissance du champ électrique avec la distance au noyau . Commenter .

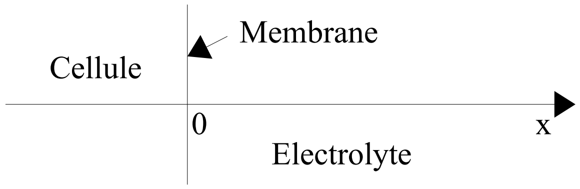


Données : primitive de $u^2 e^{-u}$: $-(u^2+2u+2)e^{-u}$

Exercice 6:astre à géométrie sphérique .
Un astre de rayon extérieur R est constitué d'un noyau homogène de masse volumique ρ_N et de rayon $R_N < R$ entouré d'un manteau de masse volumique ρ_M .
1- Préciser les symétries et invariances du problème .
2- Déterminer le champ de gravité en tout point de l'espace .

3- Tracer le graphe donnant l'évolution de $\frac{G(r)}{G(R)}$ en fonction du rapport $\frac{r}{R}$ dans le cas où $R_N=\frac{R}{2}$ et $\rho_M=2\rho_N$.

Exercice 7 : Etude d'une membrane cellulaire .
Une membrane cellulaire est assimilée au plan yOz ; l'axe Ox est orienté à l'extérieur de la cellule . Toute les grandeurs physiques sont supposées ne dépendre que de la variable x .



Une micro-électrode relevant l'évolution du potentiel à la traversée de la membrane (de l'extérieur vers l'intérieur de la cellule) indique une variation de potentiel électrique en général négative .
On schématise le potentiel par la fonction V(x) suivante :

pour $x\leq 0$, $V(x)=-V_0$

pour $x>0$, $V(x)=-V_0 e^{(\frac{-x}{a})}$

où V_0 est une constante positive homogène à un potentiel et où a est une distance .
1- Exprimer le champ électrique en tout point .
2- Déterminer la densité volumique de charge $\rho(x)$ en tout point . Quel est le signe de ρ ? Comment une densité volumique de charge peut-être exister dans un liquide (quels sont les porteurs de charge présents)?
3- En examinant l'éventuelle discontinuité du champ électrique , déterminer la densité surfacique de charge σ présente sur la surface d'équation x=0 .
4- Calculer la charge totale contenue dans un cylindre d'axe Ox et de base S , s'étendant indéfiniment le long de l'axe Ox . Commenter ce résultat .

Exercice 8:jonction dans un semi-conducteur
Une jonction dans un semi-conducteur est une zone très localisée de l'espace où le dopage varie brusquement. Au voisinage de la jonction se trouve la zone de charge dans laquelle le cristal acquiert une distribution de charge électrique non nulle.
La jonction étudiée est modélisée par la mise en contact de deux couches planes d'épaisseur $L_1 \, et \, L_2$.
Le contact se fait en z = 0 selon leur surface commune S orthogonale à l'axe $\vec{e}_z$.
On suppose que l'aire S de S est suffisamment grande par rapport à $L_1{}^2 \, et \, L_2{}^2$ pour que chacune des couches planes puisse être assimilée à une couche plane infinie. L'évolution de la densité volumique de charge ρ avec la coordonnée z est représentée en figure 7,16. La jonction est globalement électriquement neutre . Elle est réalise dans du germanium, de permittivité ϵ (il suffit de remplacer ϵ_0 par ϵ dans les expression obtenues dans le cas de milieux assimilés au vide) .

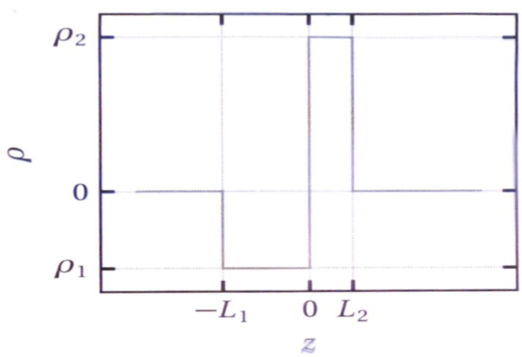


Figure 7.16. Représentation graphique de la densité volumique de charge $\rho(z)$ en fonction de z pour la jonction comprise entre $-L_1$ et L_2.

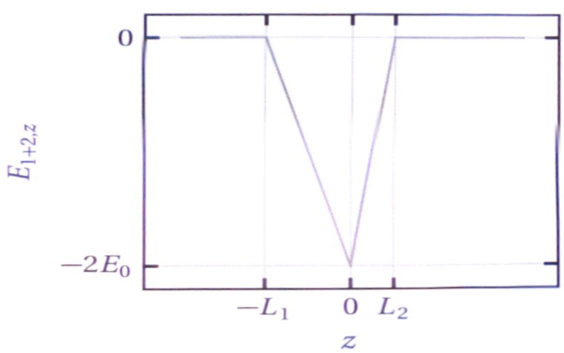


Figure 7.17. Évolution en fonction de z de la composante selon $\vec{e_z}$ du champ électrostatique engendré par la jonction.

1- Montrer que $\rho_1 L_1 = -\rho_2 L_2$

2- Établir l' expression du champ engendré par une couche plane infinie d' épaisseur L, centrée en z = 0, chargée uniformément en volume par une densité volumique de charge ρ .

Comment doit-on modifier le résultat pour prendre en compte un diélectrique?

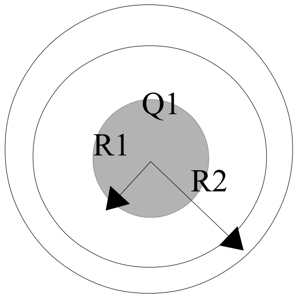
3- On note $E_{1+2,z}$ la composante selon $\vec{e}_z$ du champ électrostatique total engendré par la jonction en un point M. Montrer que l'évolution de $E_{1+2,z}$ en fonction de z a l'allure donnée en figure 7.17. On donnera l'expression de E_0 en fonction de $\rho_{2,} L_2 \, et \, \epsilon$

4- Soit V le potentiel électrostatique engendré par la jonction. Montrer que, en posant V(0) = 0 .

$$V(z) = 2E_0\left(z + \frac{z^2}{2L_1}\right) si - L_1 \le z \le 0$$

$$V(z) = -2E_0\left(\frac{z^2}{2L_2} - z\right) si\ 0 \le z \le L_2$$

Exercice 9 :condensateur sphérique



On considère un conducteur sphérique équipotentiel de rayon R1 et de potentiel V1 . Cette sphère est entouré d'un conducteur sphérique de rayon intérieur R2 , de faible épaisseur de potentiel V2 . L'espace entre les deux conducteurs est vide .

1- Le conducteur extérieur est à l'équilibre électrostatique de ce fait le champ électrostatique a l'intérieur du conducteur extérieur est nul . Les charges se répartissent uniformément sur les deux surfaces de rayons R1 et R2 . Montrer , que ces deux faces portent des charges opposées .

2- Déterminer le potentiel électrostatique dans l'espace situé entre les deux conducteurs . En déduire le champ électrostatique dans l'espace situé entre les deux conducteurs .

3- Déterminer la charge Q1 en fonction de la différence de potentiel V1 – V2

4-Les deux sphères de rayons R1 et R2 constituent les armatures d'un condensateur cylindrique .
Définir et calculer la capacité C de ce condensateur sphérique .

5- On considère le cas où e = R2 – R1 << R1 . Donner une expression approchée de C . Commenter .

Données en coordonnées sphériques :

$$\vec{grad}\, U = \frac{\partial U}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial U}{\partial \varphi}\vec{u}_\varphi$$

$$\Delta U = \frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2\frac{\partial U}{\partial r}\right)}{\partial r} + \frac{1}{(r^2\sin\theta)}\frac{\partial\left(\sin\theta\frac{\partial U}{\partial\theta}\right)}{\partial\theta} + \frac{1}{(r^2\sin\theta)}\frac{\partial^2 U}{\partial\varphi^2}$$

Exercice 10:demi-espace non uniformément chargé

1-Réétablir l'expression du champ créé en tout de l'espace par un plan infini uniformément chargé en surface .

2- On considère une distribution de charges d'extension infinie selon les directions y et z telle que la densité volumique de charge soit nulle pour x < 0 et vaut $\rho(x) = \rho_0 e^{\frac{-x}{a}}$ pour x > 0 .

Déterminer le champ créé en tout point de l'espace par cette distribution de charges .