Centrale 1 PSI 2024 : (1)

Autour d'une centrale nucléaire.

I Étude du circuit primaire :

I.A – Évolution de la température entre le cœur du combustible et le fluide caloporteur :

Q1 – $S_{tot} = N \pi d H$

A.N $S_{tot} = 41448 \times \pi \times 9{,}5 \cdot 10^{-3} \times 3{,}66$

$S_{tot} = 4527\ m^2$

Q2 – On réalise un bilan de puissance, en régime stationnaire, sur le volume compris entre 2 cylindres de hauteur H et de rayons r et r+dr.

Soit $\Phi(r)$ la puissance thermique sortant du cylindre de rayon r

$$\Phi(r) = \iint \vec{j}_{th}(r) \cdot dS\,\vec{u}_r = j_{th}(r)\, 2\pi r H$$

(2)

Avec $\vec{j}_{th} = j_{th}(r)\,\vec{u}_r = -\lambda\, \overrightarrow{grad}\, T$

$= -\lambda \dfrac{dT}{dr}\,\vec{u}_r$

$$\frac{d(\delta U)}{dt} = 0 = \underbrace{\Phi(r) - \Phi(r+dr)}_{\text{diffusion}} + \underbrace{\mathcal{P}_0\, 2\pi r\, dr\, H}_{\text{puissance réactions nucléaires}}$$

$$-\frac{d\Phi}{dr}\,dr + \mathcal{P}_0\, 2\pi r\, dr\, H = 0$$

$$-\frac{d\left(r\, j_{th}(r)\right)}{dr} + P_v r = 0$$

$$\boxed{\frac{d}{dr}\left(r \frac{dT}{dr}\right) + \frac{P_v}{\lambda} r = 0}$$

$$\boxed{A = \frac{P_v}{\lambda}}$$

Q3 – $\dfrac{d}{dr}\left(r \dfrac{dT}{dr}\right) = -\dfrac{P_v}{\lambda} r$

$$r \frac{dT}{dr} = -\frac{P_v}{2\lambda} r^2 + K_1$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{P_v}{2\lambda} r + \frac{K_1}{r}$$

$$T(r) = -\frac{P_v}{4\lambda} r^2 + K_1 \ln r_1 + K_2$$

$r \to 0$ T ne pouvant diverger

$K_1 = 0$

$$T(R_3) = T_2 = -\frac{P_V}{4\lambda} R_3^2 + K_2$$

$$\boxed{T(r) = T_2 - \frac{P_V}{4\lambda}\left(r^2 - R_3^2\right)}$$

Q4 – En régime stationnaire, la puissance totale P_1 développée dans le cœur est évacuée dans la gaine.

P_1 = puissance évacuée en $x = R_3$

P = puissance conducto-convective en $x = R_3$ d'après la continuité du flux thermique en $x = R_3$

$$P_1 = 2\pi R_3 N H h_2 (T_2 - T_3)$$

$$P_1 = \pi(d - 2e) N H h_2 (T_2 - T_3)$$

$$\boxed{T_3 = T_2 - \frac{P_1}{\pi(d-2e) N H h_2}}$$

Q5 – Dans la gaine, pas de source ⇒ il y a continuité du flux thermique dans la gaine qui est égal à P_1.

$$P_1 = \Phi_{gaine}(r) = -\lambda_g \frac{dT}{dr} 2\pi r H N$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{P_1}{2\pi\lambda_g H N}\frac{1}{r}$$

$$T(r) - T_4 = -\frac{P_1}{2\pi\lambda_g H N}\ln\left(\frac{r}{R_4}\right)$$

$$\boxed{T(R_3 < r < R_4) = T_4 + \frac{P_1}{2\pi\lambda_g H N}\ln\left(\frac{R_4}{r}\right)}$$

Q6 – On connaît $T_5 = 303°C$

On écrit la continuité du flux thermique en $r = R_4$.

$$P_1 = S_{tot} h_4 (T_4 - T_5)$$

$$\boxed{T_4 = T_5 + \frac{P_1}{h_4 S_{tot}}}$$

AN : $T_4 = 327,5\,°C$

$T_3 = T(r = R_3^+) = T_4 + \frac{P_1 d}{2 \lambda_3 S_{tot}} \ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right)$

$\boxed{T_3 = T_4 + \frac{P_1 d}{2 \lambda_3 S_{tot}} \ln\left(\frac{d}{d - 2e}\right)}$

AN : $T_3 = 327,5 + \frac{2776 \times 10^6 \times 9,5 \cdot 10^{-3}}{2 \times 16 \times 4527} \ln\left(\frac{9,5}{8,3}\right)$

$T_3 = 352\,°C$

$\boxed{T_2 = T_3 + \frac{P_1 d}{(d - 2e) h_2 S_{tot}}}$

$T_2 = 352 + \frac{2776 \cdot 10^6 \times 9,5 \cdot 10^{-3}}{8,3 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot 10^3 \times 4527}$

$T_2 = 422\,°C$

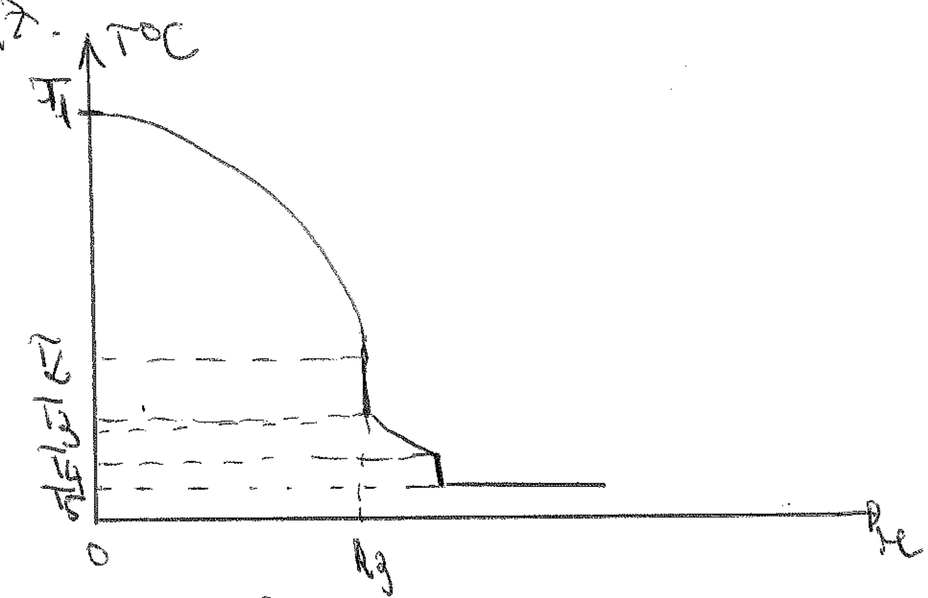
$T_1 = T_2 + \frac{P_v R_2^2}{4 \lambda_2} = T_2 + \frac{P_1 \pi R_2^2 N H}{4 \lambda_2 \pi N H}$

$\boxed{T_1 = T_2 + \frac{P_1 d}{4 \lambda_2 S_{tot}}}$

$T_1 = 422 + \frac{2776 \times 10^6 \times 9,5 \cdot 10^{-3}}{4 \times 3,5 \times 4527}$

$T_1 = 838\,°C$

Q7.



Q8 – Un problème de fonctionnement des pressuriseur entraîne une baisse de pression dans le circuit primaire et donc une baisse de température de vaporisation de l'eau. L'eau du circuit primaire risque de se vaporiser qui peut conduire à une mauvaise évacuation de l'énergie produite par le combustible (↓ coeff^t d'échange, pb de fct des pompes) et à une fusion du cœur du réacteur.

III – Prise en compte de dépendances longitudinales pour la puissance thermique volumique et de la température :

Q9 – On applique le bilan enthalpique pour un fluide en écoulement stationnaire à la tranche d'eau comprise entre z et $z+dz$.

En régime stationnaire, le système reçoit la puissance thermique fournie par les réactions nucléaires ayant lieu dans le volume du crayon compris entre z et $z+dz$

$$D_m\left(h(z+dz) - h(z)\right) = P_0(z)\,\pi R_c^2\, dz$$

$$D_m c_p\left[T(z+dz) - T(z)\right] = P_0(z)\,\pi R_c^2\, dz.$$

Q10 – D'où

$$D_m c_p \frac{dT}{dz} = P_0 \pi R_c^2 \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

En intégrant entre $z=0$ et $z=H$, on obtient

$$D_m c_p (T_S - T_e) = P_0 \pi R_c^2 \int_0^H \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) dz$$

$$T_S - T_e = \frac{P_0 \pi R_c^2}{D_m c_p} \times \frac{H}{\pi}\left(-\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right)_0^H$$

$$\boxed{T_S - T_e = \frac{2 P_0 R_c^2 H}{D_m c_p}}$$

De même en intégrant entre 0 et z on obtient :

$$T(z) - T_e = \frac{P_0 \pi R_c^2}{D_m c_p}\left[-\frac{H}{\pi}\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right]_0^z$$

9

$$T(z) - T_e = \frac{b\, R_4^2 H}{D_m C_5}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right)$$

D'où d'après l'expression de $T_S - T_e$

$$\boxed{T(z) - T_e = \frac{T_S - T_e}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right)}$$

Q11 - On écrit la continuité du flux radial traversant le cylindre de rayon R_4 compris entre z et $z+dz$

$$P_0(z)\pi R_4^2\, dz = h_{cc}\left(T_p(z) - T(z)\right)2\pi R_4\, dz$$

$$T_p(z) = T(z) + \frac{R_4 P_0}{2h_{cc}}\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

$$T_p(z) - T_e = \frac{T_S - T_e}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right) + \frac{(T_S - T_e)D_m C_5}{4h_{cc} R_4 H}\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

10

$$\frac{T_p(z) - T_e}{T_S - T_e} = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right) + \frac{D_m C_5}{2R_4 h_{cc} H}\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

$$\boxed{\frac{T_p(z) - T_e}{T_S - T_e} = \frac{1}{2}\left(1 + B\cos\frac{\pi z}{H} + C\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right)}$$

avec $\boxed{B = -1 \quad C = \frac{D_m C_5}{2h_{cc} R_4 H}}$

Q12 - On peut faire un bilan d'énergie en régime stationnaire sur le vol. du crayon compris entre r et $r+dr$ et z et $z+dz$. comme à la question Q2 - On obtient le même type de relation:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_c}{\partial r}\right) = -\frac{P_0(z)\, r}{\lambda}$$

$$r\frac{\partial T_c}{\partial r} = -\frac{P_0(z)\, r^2}{2\lambda} + f(z)$$

$$\frac{\partial T_c}{\partial r} = -\frac{P_0(z)\, r}{2\lambda} + \frac{f(z)}{r}$$

$$T_c(r,z) = -\frac{P_0(z)\,r^2}{4\lambda} + f(z)\ln(r) + g(z)$$

T_c ne pouvant diverger en $r = 0$.

$f(z) = 0$

De plus $T_c(R_4, z) = T_p(z) = -\frac{P_0(z) R_4^2}{4\lambda} + g(z)$

D'où

$$T_c(r,z) = T_p(z) - \frac{P_0(z)}{4\lambda}\left(r^2 - R_4^2\right)$$

$$\frac{T_c(r,z) - T_e}{T_S - T_e} = \frac{T_p(z) - T_e}{T_S - T_e} - \frac{P_0 \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)}{4\lambda(T_S - T_e)}\left(r^2 - R_4^2\right)$$

$$\frac{T_c(r,z) - T_e}{T_S - T_e} = \frac{1}{\alpha}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) + \frac{D_m C_5}{\alpha h_{cc} R_4 H}\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right) - \frac{D_m C_5}{8\lambda R_4^2 H}\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)\left(r^2 - R_4^2\right)$$

$$\frac{T_c(r,z) - T_e}{T_S - T_e} = \frac{1}{\alpha}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right] + \left[\frac{D_m C_5}{4 h_{cc} R_4 H} + \frac{D_m C_5}{8\lambda H}\left(1 - \frac{r^2}{R_4^2}\right)\right]\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

On trouve bien la forme demandée avec

$$\boxed{D = -1 \qquad E = \frac{D_m C_5}{4 h_{cc} R_4 H} \qquad F = \frac{D_m C_5}{8\lambda H}}$$

Q 13 –

$$\boxed{T_c(0,z) = T_e + \frac{T_S - T_e}{\alpha}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right) + (T_S - T_e)\left(\frac{D_m C_5}{4 h_{cc} R_4 H} + \frac{D_m C_5}{8\lambda H}\right)\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)}$$

$$\frac{dT_c}{dz} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{\alpha H}\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) + \frac{\pi}{H}\frac{D_m C_5}{4H}\left(\frac{1}{R_4 h_{cc}} + \frac{1}{2\lambda}\right)\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi z}{H}\right) = -\frac{D_m C_5}{\alpha H}\left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda}\right)$$

Or $0 < z < H$, $0 < \frac{\pi z}{H} < \pi$

$$\frac{\pi z_{max}}{H} = \pi - \arctan\left(\frac{D_m C_5}{\alpha H}\left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda}\right)\right)$$

$$\boxed{z_{max} = H - \frac{H}{\pi} \arctan\left(\frac{D_m C_p}{\lambda H}\left(\frac{1}{h_c R_4} + \frac{1}{\lambda k}\right)\right)}$$

$\underline{z_{max} = 1,86\ m}$

$\underline{T_c(0, z_{max}) = 971,5°C}$

On obtient une température très inférieure à celle de fusion du combustible ⇒ critère de sûreté en température respecté.

Q15 –
En $z=0$ et $z=H$, $P_v(z=0 \text{ ou } z=H)=0$
⇒ pas de puissance à évacuer
⇒ $T_p(z=0) = T_e = 284°C$.
$T_p(z=H) = T_s = 322°C$

La puissance à évacuer augmente avec z pour $0 < z < \frac{H}{2}$ et est maximale en $\frac{H}{2}$ (écart maxi entre $T_p(z)$ et $T(z)$)
De plus la température $T(z)$ augmente avec z.

La combinaison des 2 effets entraîne que $T_p(z)$ maxi pour $z > \frac{H}{2}$.
Ensuite même si $T(z) \nearrow$, comme la puissance à évacuer diminue $T_p(z)$ diminue jusqu'en $z=H$ où $T_p(H) = T(H)$.

$T_{p\,max} \simeq 337°C < 345°C$ temp. de vaporisation de l'eau sous 155 bar ⇒ l'eau du circuit primaire ne se vaporisera pas.