BARRIÈRE MANUELLE

① Compte-tenu des symétries des pièces 1 et 2 :

$$\begin{cases} L_{G_1} = L_1/2 \\ L_{G_2} = L_2/2 \end{cases}$$

② $m_1 = \rho \cdot L_1 \cdot H^2 - \rho \cdot L_1 \cdot (H-2e)^2$

$= \cancel{\rho \cdot L_1 \cdot H^2} - \cancel{\rho \cdot L_1 \cdot H^2} + 4\rho \cdot L_1 \cdot H \cdot e \underbrace{-4\rho \cdot L_1 \cdot e^2}$ et $e^2 \ll e \cdot H$

$m_1 \simeq 4\rho \cdot L_1 \cdot H \cdot e \simeq 56{,}2$ kg

$m_2 = \rho \cdot L_2 \cdot H^2 \simeq 78$ kg

$m_3 = \rho \cdot L_{3x} \cdot L_{3y} \cdot L_{3z}$

③ Avec $L_G > 0$, et donc $\overrightarrow{OG} \cdot \vec{x} < 0$, la barrière sera naturellement fermée en l'absence de sollicitation extérieure.

La valeur de $L_G \ll L_1$ sous-entend que relever la barrière ne sera pas trop difficile (couple de relevage $= g \cdot m_{barrière} \cdot L_G$).

Calculons :

$$\overrightarrow{OG} \cdot \vec{x} = \frac{1}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot \left(m_1 \cdot \overrightarrow{OG_1} \cdot \vec{x} + m_2 \cdot \overrightarrow{OG_2} \cdot \vec{x} + m_3 \cdot \overrightarrow{OG_3} \cdot \vec{x} \right)$$

$$= \frac{1}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot \left(-m_1 \cdot L_{G_1} + m_2 \cdot L_{G_2} + m_3 \cdot L_{G_3} \right) = -L_G$$

④ $m_2 \cdot L_{G_2} + m_3 \cdot L_{G_3} = -(m_1 + m_2 + m_3) \cdot L_G + m_1 \cdot L_{G_1}$

donc $m_3 \cdot (L_{G_3} + L_G) = m_1 \cdot L_{G_1} - (m_1 + m_2) \cdot L_G - m_2 \cdot L_{G_2}$

donc $\boxed{m_3 = \frac{1}{L_G + L_{G_3}} \cdot \left(m_1 \cdot L_{G_1} - (m_1 + m_2) \cdot L_G - m_2 \cdot L_{G_2} \right)}$

AN : $m_3 \simeq 217$ kg

(5) $m_3 = \rho \cdot L_3^3$ donc $\underline{L_3 = \left(\frac{m_3}{\rho}\right)^{1/3}} \simeq 30{,}3 \text{ cm}$

(6) La barrière complète présente une symétrie par rapport au plan $(O, \vec{x}, \vec{y})$.

On aura donc :

$$\int_{M \in \text{barrière}} x \cdot z \cdot dm = 0 \quad \text{et} \quad \int_{M \in \text{barrière}} y \cdot z \cdot dm = 0$$

On aura donc :

$$I(O, \text{barrière}) = \begin{bmatrix} A & -F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$