



Numéro d'inscription

Numéro de table

Né(e) le

Nom : _____

Prénom : _____

Emplacement QR Code

Filière :

Session :

Épreuve de : **SCIENCES INDUSTRIELLES**

Consignes

- Remplir soigneusement l'en-tête de chaque feuille avant de commencer à composer
- Rédiger avec un stylo non effaçable bleu ou noir
- Ne rien écrire dans les marges (gauche et droite)
- Numéroté chaque page (cadre en bas à droite)
- Placer les feuilles A3 ouvertes, dans le même sens et dans l'ordre

Robot de nettoyage ROBUGLASS

Question 1. Déterminer une stratégie de calculs pour déterminer Z_{05}^4 et Z_{05}^1 .

J'isole l'ensemble du porteur (S) soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $O \xrightarrow{1} S$ (en J_1) ✓
- $O \xrightarrow{4} S$ (en J_4) ✗
- $pd_6 \rightarrow S$ ✓

→ Pour déterminer Z_{05}^1 , j'écris le théorème des moments en J_4 et en projection sur \vec{x} .

De même, pour déterminer Z_{05}^4 , j'écris le théorème des moments en J_1 et en projection sur \vec{x} .

Question 2. Mener les calculs puis effectuer l'application numérique.

Z_{05}^1 ?

$$\vec{\Pi}_{J_4, O \xrightarrow{1} S} \cdot \vec{x} + \underbrace{\vec{\Pi}_{J_4, O \xrightarrow{4} S} \cdot \vec{x}}_{=0} + \vec{\Pi}_{J_4, pd_6 \rightarrow S} \cdot \vec{x} = 0$$


$$= (l_1 + l_2) \cdot \vec{\gamma}_P$$

• $\vec{\Pi}_{J_4, O \xrightarrow{1} S} \cdot \vec{x} = \vec{\Pi}_{J_1, O \xrightarrow{1} S} \cdot \vec{x} + (\vec{J}_4 \vec{J}_1 \wedge (\gamma_{05} \cdot \vec{\gamma}_P + z_{05} \cdot \vec{z}_P)) \cdot \vec{x}$

$$= (l_1 + l_2) \cdot z_{05}^1$$

$$= l_2 \cdot \vec{\gamma}_P + h \cdot \vec{z}_P$$

• $\vec{\Pi}_{J_4, pd_6 \rightarrow S} \cdot \vec{x} = \vec{\Pi}_{G, pd_6 \rightarrow S} \cdot \vec{x} + (\vec{J}_4 G \wedge (-\eta \cdot g \cdot \vec{z})) \cdot \vec{x}$

$$= - (l_2 \cdot \sin(-\alpha + \frac{\pi}{2}) + h \cdot \sin(-\alpha)) \cdot \eta \cdot g$$


$$= -(l_2 \cos \alpha - h \sin \alpha) \cdot M \cdot g$$

On a donc:

$$Z_{05}^1 = \frac{l_2 \cos \alpha - h \sin \alpha}{l_1 + l_2} \cdot M \cdot g \approx 93 \text{ N}$$

Z_{05}^4

$$\underbrace{\vec{M}_{J_1, O \rightarrow S}^1 \cdot \vec{X}}_{=0} + \vec{M}_{J_1, O \rightarrow S}^4 \cdot \vec{X} + \vec{M}_{J_1, P \rightarrow S} \cdot \vec{X} = 0$$

$$\begin{aligned} \bullet \vec{M}_{J_1, O \rightarrow S}^4 \cdot \vec{X} &= \vec{M}_{J_1, O \rightarrow S}^4 \cdot \vec{X} + (\vec{J}_1 \vec{J}_4 \wedge (\gamma_{05}^4 \cdot \vec{r}_P + z_{05}^4 \cdot \vec{z}_P)) \cdot \vec{X} \\ &= -(l_1 + l_2) \cdot Z_{05}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \vec{M}_{J_1, P \rightarrow S} \cdot \vec{X} &= \vec{M}_{G, P \rightarrow S} \cdot \vec{X} + (\vec{J}_1 \vec{G} \wedge (-M \cdot g \cdot \vec{z})) \cdot \vec{X} \\ &= -(-l_1 \sin(-\alpha + \frac{\pi}{2}) + l \sin(-\alpha)) \cdot M \cdot g \\ &= + (l_1 \cos \alpha + h \sin \alpha) \cdot M \cdot g \end{aligned}$$

On a donc:

$$Z_{05}^4 = \frac{l_1 \cos \alpha + h \sin \alpha}{l_1 + l_2} \cdot M \cdot g \approx 62 \text{ N}$$

Question 3. Dans la théorie du frottement de Coulomb, quelle relation existe-t-il entre l'effort normal noté Z_{ij} et l'effort tangentiel noté Y_{ij} transmissible par une liaison ponctuelle à la limite du glissement (on note le coefficient de frottement f entre les solides i et j).

À la limite du glissement : $|Y_{ij}| = f \cdot |Z_{ij}|$

Question 4. Valeur maximum des composantes tangentielles Y_{05}^1 et Y_{05}^4 et calcul dans cette situation de l'effort tangentiel global $Y_{05}^1 + Y_{05}^4$.

Dans ce cas limite, on a alors:

$$Y_{05}^1 \approx 65 \text{ N}$$

$$Y_{05}^4 \approx 43 \text{ N}$$

NOTA: on a forcément $Z_{ij} > 0$ sinon, il y a décolllement du patteur et $Y_{ij} > 0$ pour "contrer" la pesanteur.

$$\text{On a donc } Y_{05}^1 + Y_{05}^4 \approx 108 \text{ N}$$

Question 5. Écrire le théorème des résultantes en projection sur \vec{Y}_p appliqué à l'ensemble du porteur. Conclure quant à la vérification du critère du cahier des charges en lien avec l'inclinaison à respecter.

Toujours avec le même isolement, le théorème des résultantes donne:

$$\underbrace{\vec{R}_{0 \rightarrow s} \cdot \vec{T}_p}_{\gamma_{0s}^1} + \underbrace{\vec{R}_{0 \rightarrow s} \cdot \vec{T}_p}_{\gamma_{0s}^4} + \underbrace{\vec{R}_{pt \rightarrow s} \cdot \vec{T}_p}_{-M \cdot g \cdot \vec{z} \cdot \vec{T}_p = -M \cdot g \cdot \sin \alpha} = 0$$

Pour être à l'équilibre $\gamma_{0s}^1 + \gamma_{0s}^4 = M \cdot g \cdot \sin \alpha = 180 \text{ N} > 108 \text{ N} !$

À la limite du glissement, les composantes tangentielles ne peuvent maintenir le porteur à l'équilibre. Il va donc glisser, l'exigence du cahier des charges n'est pas respectée.

Question 6. Quels éléments, non pris en compte dans les questions précédentes, permettent d'améliorer l'adhérence du porteur ?

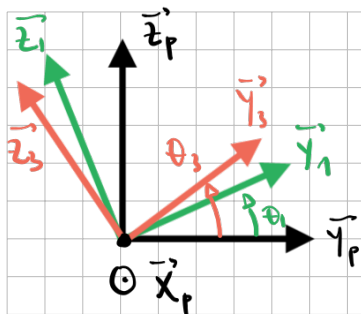
ce sont les ventouses qui permettront d'améliorer l'adhérence du porteur.

Question 7. Écrire la fermeture géométrique du cycle CAB sous forme vectorielle en fonction de a, b, c, d et λ .

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$$

$$\text{et donc } d \cdot \vec{T}_1 - c \cdot \vec{T}_3 - d \cdot \vec{z}_3 - a \cdot \vec{T}_p + b \cdot \vec{z}_p = \vec{0}$$

Question 8. Projeter l'expression obtenue à la question précédente sur \vec{Y}_p et \vec{Z}_p .



On a donc :

$$d \cdot \cos \theta_3 - c \cdot \cos \theta_3 + d \cdot \sin \theta_3 - a = 0$$

$$d \cdot \sin \theta_1 - c \cdot \sin \theta_3 - d \cdot \cos \theta_3 + b = 0$$

Question 9. Déterminer l'expression de λ en fonction de θ_3 et des constantes géométriques.

On a donc :

$$\lambda = \sqrt{(a + c \cdot \cos \theta_3 - d \cdot \sin \theta_3)^2 + (b - c \cdot \sin \theta_3 - d \cdot \cos \theta_3)^2}$$

Question 10. On considère que la brosse est en contact avec le sol pour : $\theta_3 = 0$ rad. Pour cette valeur de θ_3 , en déduire l'expression de λ en fonction uniquement des longueurs a , b , c et d . Effectuer l'application numérique.

Donc : $\lambda = \sqrt{(a + c)^2 + (b - d)^2}$

AN : $\lambda = 400 \text{ mm}$

Question 11. En position haute, la longueur λ vaut 380 mm. En déduire la course nécessaire entre ces deux positions extrêmes. Le vérin est-il adapté ?

La course du vérin est $\Delta \lambda = \lambda_{\max} - \lambda_{\min}$
 $\Delta \lambda = 400 - 380 = 20 \text{ mm}$

On a $\Delta \lambda < 100 \text{ mm}$ donc le vérin a une course largement suffisante.

Question 12. Montrer que $v_z = e \cdot \dot{\theta}_3$ lorsqu'il y a contact entre 4 et 0.

Calculons : $v_z = \vec{v}_{I \in S_3/0} \cdot \vec{z}_P = \vec{v}_{C \in S_1/0} \cdot \vec{z}_P + (\vec{IC} \wedge \vec{\omega}_{3/0}) \cdot \vec{z}_P$
 $= (r_4 \cdot \vec{z}_P - e \cdot \vec{y}_{3P} + f \cdot \vec{z}_{3P}) \wedge (\dot{\theta}_3 \cdot \vec{x}_P) \cdot \vec{z}_P$ *s'annule*
 $v_z = e \cdot \dot{\theta}_3$

Question 13. Effectuer les applications numériques afin de déterminer v_z et conclure.

<p>Je remarque que : $\dot{\theta}_3 = k \cdot \lambda + \text{cte}$ où $k = \frac{0 - 0,17}{400 - 380} \approx -0,435 \text{ } ^\circ/\text{mm}$ $\approx -7,6 \cdot 10^{-3} \text{ rad/mm}$</p> <p>On a donc : $\dot{\theta}_3 = k \cdot \lambda$ et le sujet indique que $\dot{\lambda} = 4 \text{ mm/s}$</p> <p>On a donc :</p> <p>$v_z \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$</p>	<p>On a bien $v_z < 5 \text{ mm/s}$ ce qui permet de valider l'exigence de vitesse d'approche de la brosse sur la vitre.</p>
---	---

Question 14. Isoler l'ensemble $\{1, 2\}$, en déduire le support de l'action $\vec{F}_{3 \rightarrow 2}$.

J'isole $\{1, 2\}$ qui est soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $0 \rightarrow 1$
- $3 \rightarrow 2$

Avec :

th: Hypothèse du problème plan

$$\{0 \rightarrow 1\} = \left\{ \vec{F}_{0 \rightarrow 1} = X_{01} \vec{X}_P + Y_{01} \vec{Y}_P + Z_{01} \vec{Z}_P \right.$$

$$\text{A} \left\{ \vec{M}_{A,0 \rightarrow 1} = M_{01} \vec{X}_P + N_{01} \vec{Z}_P = \vec{0} \right.$$

$$\text{Et } \{3 \rightarrow 2\} = \left\{ \vec{F}_{3 \rightarrow 2} = X_{32} \vec{X}_P + Y_{32} \vec{Y}_P + Z_{32} \vec{Z}_P \right.$$

$$\text{et } \left\{ \vec{M}_{B,3 \rightarrow 2} = M_{32} \vec{Y}_P + N_{32} \vec{Z}_P = \vec{0} \right.$$

Sous l'hypothèse du pb. plan, $\{1, 2\}$ n'est donc soumis qu'à 2 glisseurs donc leurs résultantes seront dirigées par \vec{t}_B .

$$\text{Et donc } \vec{F}_{3 \rightarrow 2} = Y_{32}^+ \vec{Y}_1$$

Question 15. Isoler le solide 2 et en déduire $\vec{F}_{3 \rightarrow 2}$ en fonction de F_{mot} .

J'isole 2 qui est soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $1 \rightarrow 2$ X
- $1 \xrightarrow{mot} 2$ ✓
- $3 \rightarrow 2$ ✓

$$\text{On a donc : } Y_{32}^* = -F_{mot}$$

Et donc :

$$\vec{F}_{3 \rightarrow 2} = -F_{mot} \cdot \vec{Y}_1$$

J'écris le th. des résultantes en projection sur \vec{Y}_1 :

$$\underbrace{\vec{F}_{1 \rightarrow 2} \cdot \vec{Y}_1}_{=0} + \underbrace{\vec{F}_{1 \rightarrow 2}^{mot} \cdot \vec{Y}_1}_{F_{mot}} + \underbrace{\vec{F}_{3 \rightarrow 2} \cdot \vec{Y}_1}_{Y_{32}^*} = 0$$

Question 16. Isoler ensuite l'ensemble $\{3, 4\}$ puis déterminer F_{mot} en fonction des données du problème.

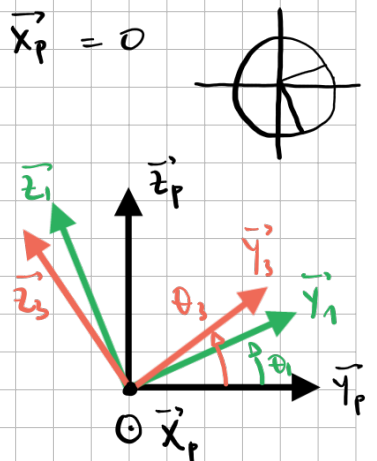
J'isole maintenant $\{3, 4\}$ soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $2 \rightarrow 3$ ✓
- $0 \rightarrow 3$ X
- $0 \rightarrow 4$ ✓

J'écris donc le th. des moments en C et en projection sur \vec{X}_P :

$$\vec{M}_{C,2 \rightarrow 3} \cdot \vec{X}_P + \vec{M}_{C,0 \rightarrow 3} \cdot \vec{X}_P + \vec{M}_{C,0 \rightarrow 4} \cdot \vec{X}_P = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_{C,2 \rightarrow 3} \cdot \vec{X}_P &= \vec{M}_{B,2 \rightarrow 3} \cdot \vec{X}_P + (\vec{CB} \wedge (F_{mot} \cdot \vec{Y}_1)) \cdot \vec{X}_P \\ &= (c \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3) + d \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3 - \frac{\pi}{2})) \cdot F_{mot} \\ &= (c \cdot \sin(\theta_1 - \theta_3) - d \cdot \cos(\theta_1 - \theta_3)) \cdot F_{mot} \\ &= (c \cdot \sin(\theta_1) - d \cdot \cos(\theta_1)) \cdot F_{mot} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \bullet \vec{M}_{C, O \rightarrow 54} \cdot \vec{X}_P &= \vec{M}_{I, O \rightarrow 54} \cdot \vec{X}_P + (\underline{\underline{CI}} \wedge (\gamma_{54} \cdot \vec{T}_P + z_{54} \cdot \vec{Z}_P)) \cdot \vec{X}_P \\ &= e \cdot \vec{T}_P - (f + r_4) \cdot \vec{Z}_P \\ &= e \cdot z_{54} + (f + r_4) \cdot \gamma_{54} \end{aligned}$$

On a donc :

$$z_{54} = \frac{1}{e} \cdot \left[(d \cdot \cos(\theta_1) - c \cdot \sin(\theta_1)) \cdot F_{\text{mot}} - (f + r_4) \cdot \gamma_{54} \right]$$

Question 17. En utilisant les résultats issus de la fermeture géométrique de la question 8, déterminer une relation entre θ_1 , θ_3 et des caractéristiques géométriques.

$$\begin{cases} d \cdot \cos \theta_1 - c - a = 0 \\ d \cdot \sin \theta_1 - d + b = 0 \end{cases} \quad \text{et donc} \quad \tan \theta_1 = \frac{d-b}{a+c}$$

$$\text{donc } \theta_1 = \arctan \left(\frac{d-b}{a+c} \right) \approx 1,43^\circ$$

Question 18. On donne $r_4 = 40$ mm et $f = 45$ mm. Faire l'application numérique. Le vérin est-il adapté pour une utilisation sans régulation d'effort ?

Sans régulation, $F_{\text{mot}} = 130$ N et dans ce cas : $z_{54} \approx 185$ N
 $z_{54} \notin [97 \text{ N}; 103 \text{ N}]$ donc une utilisation sans régulation d'effort ne peut pas être envisagée.