Partie chimie : extrait mines PC 2019.

1 - * $\mu_g(T,P) = \mu_g^0(T) + RT\ln\left(\frac{P}{P^0}\right)$

$\mu_g^0(T)$ = potentiel chimique standard du G.P = pot chimique du G.P sous la pression P^0

* Pour une phase condensée : $\mu_s(T,P) = \mu_s^0(T)$

2 - $G = H - TS$

$dG = dH - TdS - SdT$

$dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta_i S$

$dH = dU + d(PV) = -PdV + \delta Q + VdP + PdV$

En travaillant sur un chemin

$dG = TdS - T\delta_i S - TdS - SdT + VdP$

$dG = VdP - SdT - T\delta_i S = VdP - SdT + \sum_i \mu_i dn_i$

D'où $\sum_i \mu_i dn_i = -T\delta_i S$

3 - D'après le second principe $\delta_i S \geq 0$ d'où $\sum_i \mu_i dn_i \leq 0$ dans le cas d'une évolution spontanée.

Dans le cas d'un corps pur sous forme solide et de ce même corps sous forme vapeur.

4 à l'éq à T, $P = P_{sat}(T)$

$\mu_g(T, P_{sat}) = \mu_s(T, P_{sat})$

$\mu_g^0(T) + RT\ln\left(\frac{P_{sat}}{P^0}\right) = \mu_s^0(T)$

$$\boxed{\mu_s^0(T) - \mu_g^0(T) = RT\ln\left(\frac{P_{sat}}{P^0}\right)}$$

b - Hors éq à (T,P)

$\mu_s dn_s + \mu_g dn_g < 0$

$\left(\mu_g^0(T) + RT\ln\left(\frac{P}{P^0}\right)\right)dn_g + \mu_s^0(T)\,dn_s < 0$

or $dn_g = -dn_s$

$\left[\mu_s^0(T) - \mu_g^0(T) - RT\ln\left(\frac{P}{P^0}\right)\right]dn_s < 0$

$RT\ln\left(\frac{P_{sat}}{P}\right)dn_s < 0$

Lorsque la phase solide est plus stable $dn_s > 0 \Rightarrow RT\ln\left(\frac{P_{sat}}{P}\right) < 0 \Rightarrow$ $P > P_{sat}$

5 - Pour un corps pur sous une phase :

μ_i est fonction de T et $P \Rightarrow \mu_i(T,P)$

$d\mu_i = \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial \mu_i}{\partial P}\right)_T dP = -s_i dT + v_i dP$

A l'éq à (T,P) : $\mu_g(T,P) = \mu_s(T,P)$

à l'éq à $(T+dT, P+dP)$: $\mu_g(T+dT, P+dP) = \mu_s(T+dT, P+dP)$

$\mu_g(T,P) + d\mu_g = \mu_s(T,P) + d\mu_s$

$\Rightarrow d\mu_g = d\mu_s$

$-s_g dT + v_g dP = -s_s dT + v_s dP$

(3)

$$\frac{dP}{dT} = \frac{s_g - s_s}{v_g - v_s}$$

Or $s_g - s_s = \frac{\Delta_{sub}H}{T}$ et $v_s \ll v_g$

D'où $\boxed{\frac{dP}{dT} \simeq \frac{\Delta_{sub}H}{T\, v_g}}$

6 – Pour un G.P $v_g = \frac{RT}{P}$ (volume molaire).

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta_{sub}H\, P}{R T^2}$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{\Delta_{sub}H}{R} \frac{dT}{T^2}$$

D'où par intégration on obtient

$$\boxed{\begin{gathered} \ln(P) = -\frac{\Delta_{sub}H}{R}\frac{1}{T} + B \\ A = +\frac{\Delta_{sub}H}{R} \end{gathered}}$$

7 – Si $P_{sat,A}$ et $P_{sat,B}$ désignent les pressions de vapeur saturante des 2 formes de la caféine

si $P_{sat,A} < P_{sat,B}$

$\mu_{s,A}^{o}(T) - \mu_g^{o}(T) < \mu_{s,B}^{o}(T) - \mu_g^{o}(T)$

$\Rightarrow \mu_{s,A}^{o}(T) < \mu_{s,B}^{o}(T)$

Dans le cas où les 2 formes solides coexistent

$\mu_{s,A}^{o}(T)\, dn_A + \mu_{s,B}^{o}(T)\, dn_B < 0$

$dn_B = -dn_A \quad \left(\mu_{s,A}^{o}(T) - \mu_{s,B}^{o}(T)\right) dn_A < 0$

$dn_A > 0 \Rightarrow$ la forme A est la plus stable

(4)

La forme solide la plus stable à T est donc celle ayant la pression de vapeur saturante la plus faible.

8 – A la température de transition entre les 2 formes, les pressions de vapeur saturantes sont égales.

$$-\frac{A_I}{T_{tr}} + B_I = -\frac{A_{II}}{T_{tr}} + B_{II}$$

$$\left(A_I - A_{II}\right)\frac{1}{T_{tr}} = B_I - B_{II}$$

$$\boxed{T_{tr} = \frac{A_I - A_{II}}{B_I - B_{II}}}$$

9 – D'après la formule établie au 6 –

$+\frac{\Delta_{sub}H}{R} = A \qquad \Delta_{sub}H = +A \times R$

$\Delta_{sub}H_I = +1{,}3.10^4 \times 8{,}31 = 108\ kJ.mol^{-1}$

$\Delta_{sub}H_{II} = 116\ kJ.mol^{-1}$

$$T_{tr} = \frac{-1{,}3.10^4 + 1{,}4.10^4}{-33{,}1 + 35{,}8}$$

$\underline{T_{tr} = 370\ K}$

10 –

$$\begin{tikzcd} Caf_{II} \arrow[rr, "\Delta_{tr}H"] \arrow[dr, "\Delta_{sub}H_{II}"'] & & Caf_{I} \\ & Caf(g) \arrow[ur, "\Delta_{sub}H_{I}"'] & \end{tikzcd}$$

D'après le cycle ci-dessus

$\Delta_{tr}H = \Delta_{sub}H_{II} - \Delta_{sub}H_{I}$

$\underline{\Delta_{tr}H = 8\ kJ.mol^{-1}}$

L'hypothèse $\Delta_{tr}H$ indépendante de T est sans doute à remettre

1

Concours ATS 2015.

Etude du LHC du CERN

1 – L'atome d'hydrogène:

1-1 Ionisation de l'atome d'hydrogène : Transitions.

1 – $Z = 1$ $1^{ère}$ ligne $1^{ère}$ colonne

H• H – H

2 $E_1 = -13{,}6\ eV$

$E_2 = -3{,}4\ eV$

$E_3 = -1{,}5\ eV$

$E_4 = -0{,}85\ eV$

$\Delta E_{21} = -10{,}2\ eV$

$\Delta E_{13} = 12{,}1\ eV$

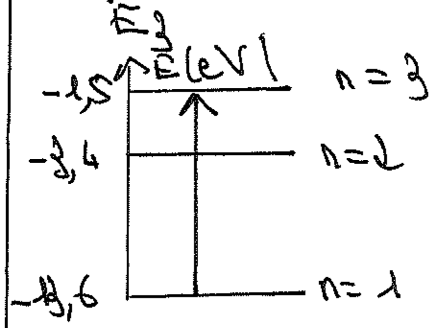
$\Delta E_{14} = 12{,}75\ eV$

3 – $E_{photon} = h\nu = 1{,}9 \cdot 10^{-19}\ eV$
$= 12{,}1\ eV$

2

$E_{phot} = \Delta E_{13}$

L'atome va passer du niveau fondamental E_1 au niveau d'énergie E_3



2 – Brève histoire d'un proton accéléré par le complexe d'accélérateurs du LHC et du CERN :

2-1 Particule dans un chp électrique constant et uniforme:

4 – $\vec{F} = e\vec{E}$

5 – $mg = 1{,}6 \cdot 10^{-26}\ N$

$eE = 1{,}6 \cdot 10^{-14}\ N$

$\|m\vec{g}\| \ll \|e\vec{E}\|$, le poids est donc négligeable.

③

6 – $m\vec{a} = e\vec{E}$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m}}$$

7 – $V_L - V_0 = \int_{0 \to L} -\vec{E} \cdot dl\,\vec{e}_x = -EL$

$V_L = V_0 - EL$

Pour $V_0 = 0$ $\boxed{V_L = -EL}$

On retrouve bien $\vec{E}$ selon des potentiels décroissants.

8 – Th. de l'E_c appliquée au proton :

$\frac{1}{2} m v_L^2 = eEL$ $\left(W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot L\vec{e}_x\right)$

ou conservation de l'énergie mécanique, l'énergie potentiel du proton en un point où le potentiel est V vaut

$E_p = eV$

D'où : $\frac{1}{2} m v_L^2 + eV_L = \underbrace{\frac{1}{2} m v_0^2 + eV_0}_{0}$

④

$\frac{1}{2} m v_L^2 = -eV_L = eEL$.

2-2 Un accélérateur linéaire de particules : le Linac 2.

9 – Dans les tubes = translation rect. uniforme.

Entre 2 tubes la ddp valant U_C, l'énergie cinétique s'accroît de eU_C.

10 – A la sortie du 1er tube

$E_{c1} = \frac{1}{2} m v_0^2 = eU_0$

A la sortie du 2ème tube

$E_{c2} = E_{c1} + eU_C = e(U_0 + U_C)$

A la sortie du nième tube :

$$\boxed{E_{cn} = E_{c1} + (n-1)eU_C = e\left(U_0 + (n-1)U_C\right)}$$

$\frac{1}{2} m_p v_n^2 = e\left(U_0 + (n-1)U_C\right)$

$$\boxed{v_n = \sqrt{\frac{2e\left(U_0 + (n-1)U_C\right)}{m_p}}}$$

A la sortie du $10^{\text{ème}}$ tube :

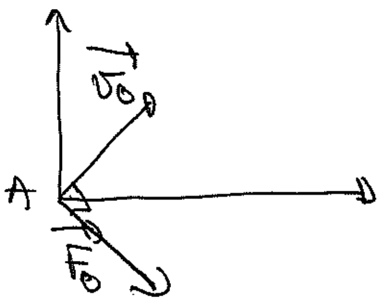
$$v_{10} = \sqrt{\boxed{\dfrac{2\times 1{,}6\,10^{-19}\times(200\cdot10^{3} + 9\times 2000\cdot 10^{3})}{1{,}6\cdot 10^{-27}}}}$$

$$\underline{v_{10} = 6\cdot 10^{7}\ m.s^{-1}} < \frac{c}{3}$$

Les protons sont non relativistes.

2-3 Du linac 2 au synchroton à protons :

1° $\to \vec{F} = e\vec{v}\wedge\vec{B_0}$



$\to \delta W = \vec{F}\cdot\vec{v}dt = 0$

$\vec{F}$ ne travaille pas donc

$\Delta E_c = 0 \Rightarrow \|\vec{v}\| = cste \Rightarrow$ mvt uniforme.

$\to$ Appliquons le PFD au proton :

$$m_p\frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{v}\wedge\vec{B_0} = e\begin{vmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{vmatrix}\wedge\begin{vmatrix}0\\0\\B_0\end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} m_p\ddot{x} = eB_0\dot{y} \\ m_p\ddot{y} = -eB_0\dot{x} \\ \ddot{z} = 0\end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = \dfrac{eB_0}{m_p}\dot{y} = \omega_0\dot{y}\ (1) \\ \ddot{y} = -\dfrac{eB_0}{m_p}\dot{x} = -\omega_0\dot{x}\ (2)\end{cases} \qquad \omega_0 = \frac{eB_0}{m_p}$$

$\dot{z}(0) = 0$, $z(0) = 0$ $\Rightarrow z(t) = 0$ mvt dans le plan (xOy)

(2) $\Rightarrow \dot{y} = -\omega_0 x + cste$

$\underline{t=0}$ $\left.\begin{array}{l}\dot{y} = v_0\sin\alpha \\ x = 0\end{array}\right)$ $cste = v_0\sin\alpha$

$$\dot{y} = -\omega_0 x + v_0\sin\alpha$$

En réinjectant dans l'eq (1), on obtient :

7

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x + v_0 \omega_0 \sin\alpha$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = v_0 \omega_0 \sin\alpha$$

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t) + \frac{v_0}{\omega_0}\sin\alpha$$

$$x(0) = 0 \Rightarrow A = -\frac{v_0}{\omega_0}\sin\alpha$$

$$\dot{x}(0) = v_0\cos\alpha = B\omega_0$$

$$\boxed{x(t) = \frac{v_0}{\omega_0}\sin\alpha - \frac{v_0}{\omega_0}\sin\alpha\cos(\omega_0 t) + \frac{v_0\cos\alpha}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)}$$

$$(1) \Rightarrow \dot{x} = \omega_0 y + cste$$

$$\dot{x}(0) = v_0\cos\alpha \qquad y(0) = 0$$

$$\dot{x}(t) = \omega_0 y + v_0\cos\alpha$$

$$(2) \Rightarrow \ddot{y} = -\omega_0^2 y - \omega_0 v_0 \cos\alpha$$

$$y(t) = C\cos(\omega_0 t) + D\sin(\omega_0 t) - \frac{v_0}{\omega_0}\cos\alpha$$

$$y(0) = 0 \Rightarrow C = \frac{v_0}{\omega_0}\cos\alpha$$

$$\dot{y}(0) = v_0\sin\alpha = D\omega_0$$

$$\boxed{y(t) = \frac{v_0}{\omega_0}\cos\alpha\cos(\omega_0 t) + \frac{v_0\sin\alpha}{\omega_0}\sin(\omega_0 t) - \frac{v_0}{\omega_0}\cos\alpha}$$

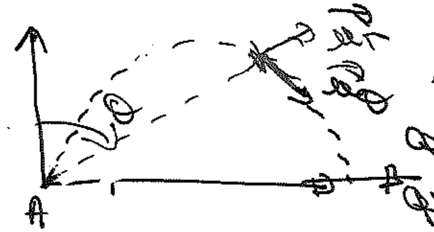
8

$$\boxed{\left(x - \frac{v_0}{\omega_0}\sin\alpha\right)^2 + \left(y + \frac{v_0}{\omega_0}\cos\alpha\right)^2 = \frac{v_0^2}{\omega_0^2}}$$

On obtient l'équation d'un cercle de rayon $\boxed{R = \frac{v_0}{\omega_0} = \frac{v_0 m_p}{e B_0}}$

<u>Remarque:</u>

Si on n'nous demande de montrer que la trajectoire est circulaire, pour déterminer R, on passe en coordonnées polaire.



$$\vec{v} = R\dot{\theta}\,\vec{u_\theta} = v_0\,\vec{u_\theta}$$

car on a montrer que $\|\vec{v}\| = cste = v_0$.

$$\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\,\vec{u_r} = -\frac{v_0^2}{R}\vec{u_r}$$

$$\vec{F} = -e v_0 B_0\,\vec{u_r}$$

$$m_p \vec{a} = \vec{F}$$

$$m_p \frac{v_0^2}{R} = e v_0 B_0 \Rightarrow \boxed{R = \frac{m_p v_0}{e B_0}}$$

11 - Si on néglige toujours le poids, (9)
la résultante des forces est
nulle ⇒ mvt rectiligne uniforme