

DM SCIENCES PHYSIQUES N°5
A rendre pour le mercredi 13 novembre

Réviser le chapitre de 1ère année sur les mouvements de particules chargées dans un champ électrique et dans un champ magnétique .

CHIMIE :

La caféine est connue pour posséder deux formes polymorphiques différentes : on appellera la forme basse température forme II (β -caféine) et la forme cristalline haute température forme I (α -caféine). La forme II est stable entre 25 °C et T_{trs} , température dite de transition à laquelle elle se transforme en forme I. La forme I fond à 236 °C.

L'objectif est de déterminer l'enthalpie de transition entre les deux formes.

Afin d'établir les relations utiles, on considère pour commencer le cas général de l'équilibre solide-vapeur d'un corps pur.

Soit un système contenant une quantité de matière n_s d'un corps pur sous forme solide et une quantité de matière n_g de ce même corps pur sous forme gazeuse. On note n la quantité de matière totale. Ce système diphasé est en équilibre thermique et mécanique avec l'extérieur.

Pour le système étudié, la différentielle totale de l'enthalpie libre G s'écrit :

$$dG = VdP - SdT + \sum_i \mu_i dn_i$$

où μ_i est le potentiel chimique ou enthalpie libre molaire partielle de l'espèce chimique i .

Le second principe s'écrit $dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta_i S$ où δQ est l'énergie thermique reçue par le système à la température T et $\delta_i S$ est la création d'entropie interne du système .

Les notations à introduire sont les suivantes :

$\mu_s ; \mu_g$	Potentiel chimique du corps pur dans la phase solide ; potentiel chimique du corps pur dans la phase vapeur
$\mu_g^I ; \mu_g^{II}$	Potentils chimiques des formes I et II de la caféine dans la phase vapeur
$\mu_s^I ; \mu_s^{II}$	Potentils chimiques des formes I et II de la caféine dans la phase solide
$h_s ; h_g$	Enthalpie molaire de la phase solide ; enthalpie molaire de la phase gazeuse.
$s_s ; s_g$	Entropie molaire de la phase solide ; entropie molaire de la phase gazeuse.
$v_s ; v_g$	Volume molaire de la phase solide ; volume molaire de la phase gazeuse.
$P_I ; P_{II}$	Pressions de sublimation relatives aux équilibres solide – vapeur des formes I et II de la caféine.
$\Delta_{sub}H = h_g - h_s$	Enthalpie de sublimation
$\Delta_{sub}S = s_g - s_s$	Entropie de sublimation
$\Delta_{sub}H(I) ; \Delta_{sub}H(II)$	Enthalpie de sublimation de la forme I ; enthalpie de sublimation de la forme II
$\Delta_{trs}H$	Enthalpie de transition (forme II --> forme I)
A_I et A_{II}	Coefficients relatifs à l'équilibre solide – vapeur de la forme I
B_I et B_{II}	Coefficients relatifs à l'équilibre solide – vapeur de la forme II

1-- Donner les expressions du potentiel chimique μ_g d'un gaz parfait pur en fonction de la pression totale P et le potentiel chimique μ_s d'une phase condensée solide pure (pour laquelle on négligera les effets de la pression). On précisera dans ces deux cas la signification de la grandeur $\mu_i^\circ(T)$.

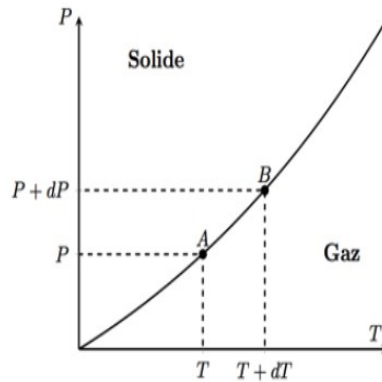
2- Montrer, à partir de la définition de l'enthalpie libre G et des deux principes de la thermodynamique, que : $\sum_i \mu_i dn_i = -T \delta_i S$

3- Déterminer la condition d'évolution spontanée du système.

4- a-Déterminer la relation reliant, à la température T, les potentiels chimiques standards du solide et du gaz à la pression de vapeur saturante.

b-Justifier que la phase solide est la plus stable lorsque le système est soumis à une pression P supérieure à la pression de vapeur saturante P_{sat} .

Toujours dans le cadre d'un équilibre solide-vapeur, on s'intéresse à deux états d'équilibre infiniment proches sur la courbe suivante, représentant les variations de la pression (de vapeur saturante) P en fonction de la température T.



Soit A(T, P) un point de la courbe ci-dessus. L'équilibre impose l'égalité des potentiels chimiques de la phase gaz et de la phase liquide : $\mu_g(T, P) = \mu_s(T, P)$

Suite à une variation infinitésimale de la pression dP et de la température dT, l'équilibre entre les deux phases impose à nouveau l'égalité des potentiels chimiques au point B :

$$\mu_g(T + dT, P + dP) = \mu_s(T + dT, P + dP)$$

5- On note $(\frac{\partial \mu_i}{\partial T})_{P, n_i} = -s_i$ et $(\frac{\partial \mu_i}{\partial P})_{T, n_i} = v_i$. Etablir à l'aide des deux conditions précédentes sur les potentiels chimiques et d'une approximation qu'on justifiera, la relation dite de Clapeyron sous la forme :

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta_{subl} H}{T v_g}$$

6- Montrer, en supposant l'enthalpie de sublimation $\Delta_{subl} H$ indépendante de la température, que la relation précédente peut également se mettre sous la forme de l'équation dite de Clausius-Clapeyron :

$$\ln(P) = \frac{-A}{T} + B$$

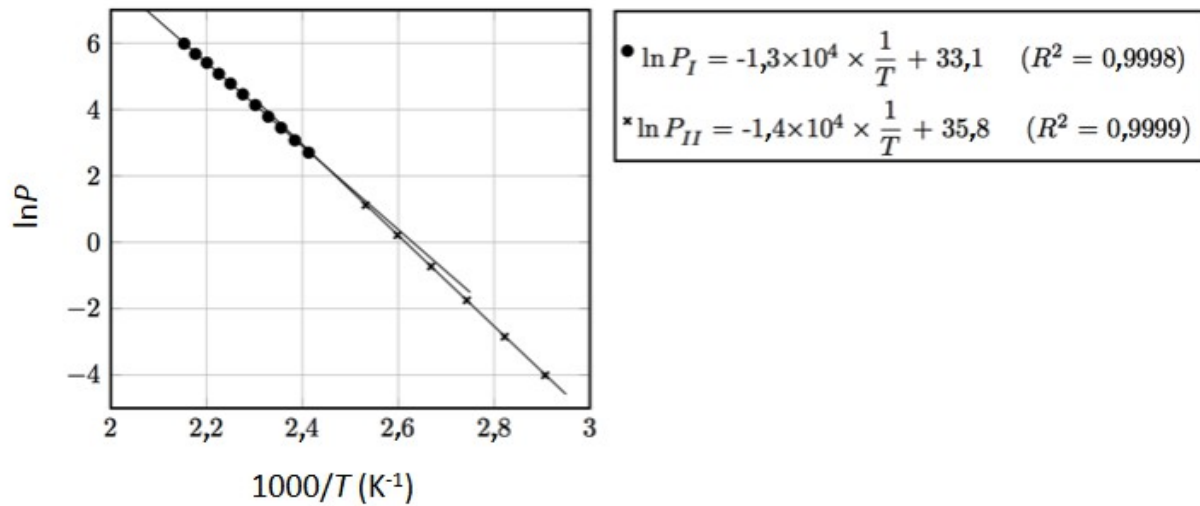
où B est une constante. Préciser l'expression de A en fonction de R et $\Delta_{subl} H$.

On considère désormais les équilibres solide-vapeur de chaque forme solide de la caféine avec leur vapeur selon :
Solide (Forme I) = Vapeur et Solide (Forme II) = Vapeur

7-- Vérifier que la forme la plus stable est celle qui possède la pression de sublimation la plus faible.

8 - Etablir l'expression de la température de transition T_{trs} entre les deux formes cristallines de la caféine en fonction des coefficients A et B respectifs (qu'on notera avec les indices correspondant à chaque forme).

Le graphique suivant donne les pressions de sublimation mesurées à différentes températures pour la forme II et pour la forme I de la caféine :



9- À l'aide du graphique précédent, déterminer les valeurs de l'enthalpie de sublimation de chaque forme de la caféine ainsi que de la température de transition T_{tr} entre ces deux formes.

37- Evaluer l'enthalpie de transition $\Delta_{tr}H$ de la forme II vers la forme I. Proposer une justification de l'écart entre la valeur calculée et la valeur tabulée ($\Delta_{tr}H = 3,6 \text{ kJ.mol}^{-1}$).

PHYSIQUE :

Le Grand Collisionneur de Hadrons (Large Hadron Collider ; LHC) est entré en fonctionnement en 2008. Il est situé dans un anneau de 27 kilomètres de circonférence et enterré à 100 m sous terre à la frontière franco-suisse, près de Genève. Le LHC est désormais le plus puissant des accélérateurs de particules au monde.

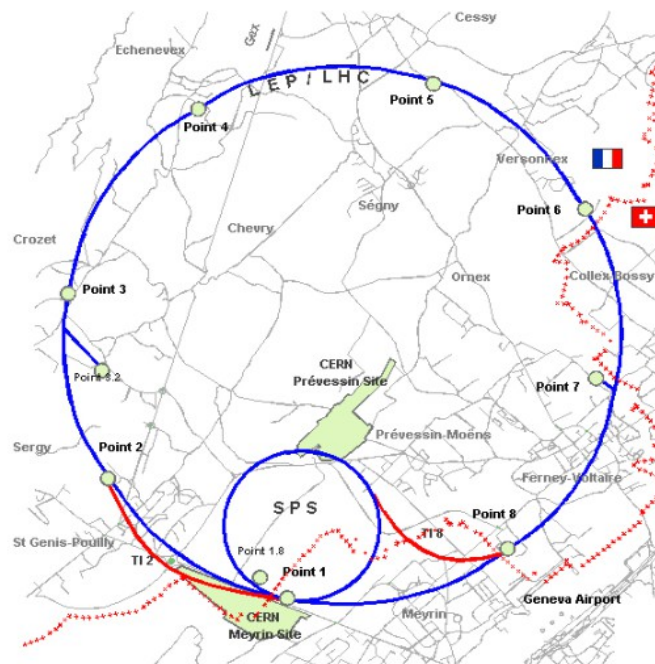


Figure 1 : Site du CERN, dans les environs de Genève. Le grand cercle représente la position du tunnel du LHC.

Dans les accélérateurs de particules, des protons (ou des ions) de très haute énergie circulant dans deux faisceaux tournant à contre-sens se choquent les uns contre les autres, dans le but de rechercher des indices de la supersymétrie, de la matière noire et de l'origine de la masse des particules élémentaires.

Les faisceaux se composent de paquets contenant des centaines de milliards de protons chacun. Voyageant quasiment à la vitesse de la lumière, ils sont injectés, accélérés, et maintenus en circulation pendant des heures, guidés par des milliers d'aimants supraconducteurs puissants. L'énergie des protons est transformée au moment du choc en une myriade de particules exotiques, que les détecteurs observent avec attention.

Le 04 juillet 2012, les chercheurs ont annoncé l'observation du boson de Higgs dont l'existence était prédite par le modèle standard.

Constantes physiques

Masse du proton	$m_p \simeq 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Masse de l'électron	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Charge électrique élémentaire	$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Célérité de la lumière dans le vide	$c \simeq 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
Constante d'Avogadro	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
Constante des gaz parfaits	$R = 8,31 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
Constante de Planck	$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

Unités

Énergie	$1,00 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
	$1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$

I- L'atome d'hydrogène

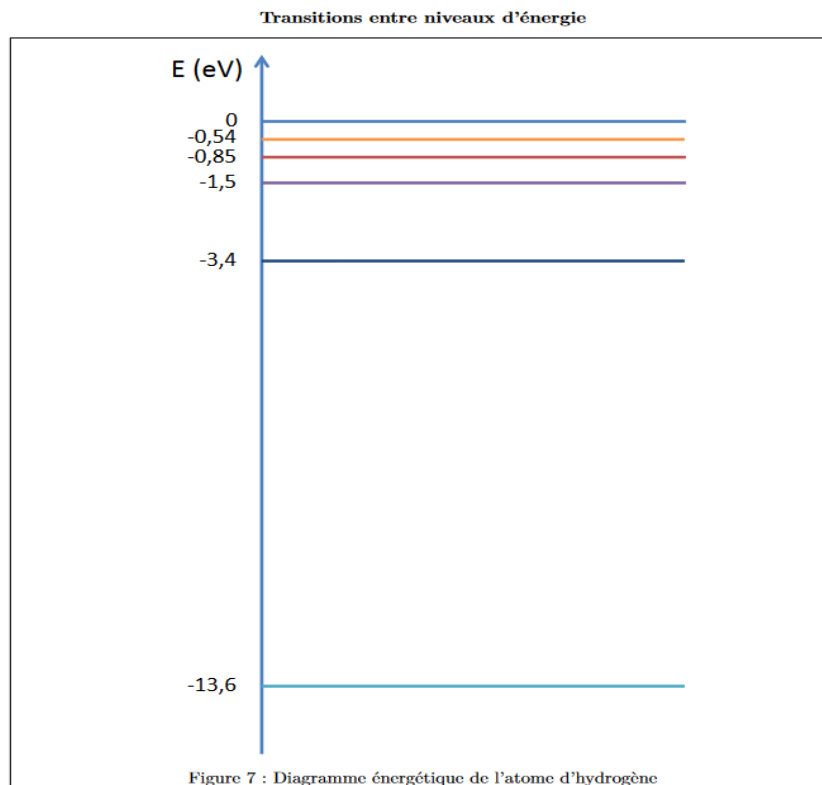
Les niveaux d'énergie de cet atome sont donnés par la relation : $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ où n représente un entier strictement positif et $E_0 = 13,6 \text{ eV}$. Le niveau d'énergie le plus bas, $n = 1$, correspond à l'état fondamental de l'atome d'hydrogène, son état de repos. Les niveaux $n = 2, n = 3, \dots$ correspondent aux états excités de l'atome.

- 1- Quelle est la position de l'atome d'hydrogène dans la classification périodique des éléments ? Justifier.
- 2- Donner la représentation de Lewis de l'atome d'hydrogène puis de la molécule de dihydrogène.
- 3- Identifier les 4 premiers niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sur le diagramme énergétique du document réponse n° 1. Calculer en eV : $\Delta E_{12} = E_2 - E_1, \Delta E_{13} = E_3 - E_1, \Delta E_{14} = E_4 - E_1$.

Un atome d'hydrogène, initialement dans son état fondamental, absorbe un photon de fréquence $\nu = 2,92 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$.

- 4- Calculer l'énergie du photon absorbé en joules et en électron-volts.
- 5- En déduire la valeur du nombre n qui caractérise le niveau d'énergie de l'atome après absorption du photon par un atome d'hydrogène dans son état fondamental.
- 6- Sur le document réponse n° 1, représenter par une flèche, la transition correspondant à l'absorption du photon.

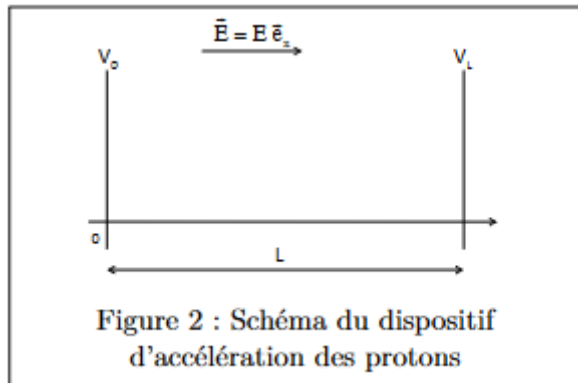
Document réponse n°1 pour les questions 3) et 6)



II Brève histoire d'un proton accéléré par le complexe d'accélérateurs du LHC au CERN

Dans cette partie, nous étudions la trajectoire des protons dans le Large Hadron Collider. Le LHC est formé d'une succession d'accélérateurs, d'énergies toujours croissantes. Chaque accélérateur injecte un faisceau dans la machine suivante, qui prend le relais pour porter ce faisceau à une énergie encore plus élevée, et ainsi de suite. Tous les accélérateurs de particules sont composés de la même façon : une source de particules, des champs électriques accélérateurs, des champs magnétiques de guidage et finalement des détecteurs pour observer les particules et leurs collisions.

A - Particule dans un champ électrique constant et uniforme



7- Quelle est la force que subit un proton plongé dans une région de l'espace où règne un champ électrique uniforme \vec{E} ?

8- Montrer que l'on peut négliger le poids du proton devant la force générée par un champ $E = 100 \text{ kV.m}^{-1}$. On prendra $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$.

9- En utilisant le principe fondamental de la dynamique appliqué à un proton, exprimer l'accélération que ressent un proton dans une zone de l'espace où règne un champ électrique uniforme \vec{E} .

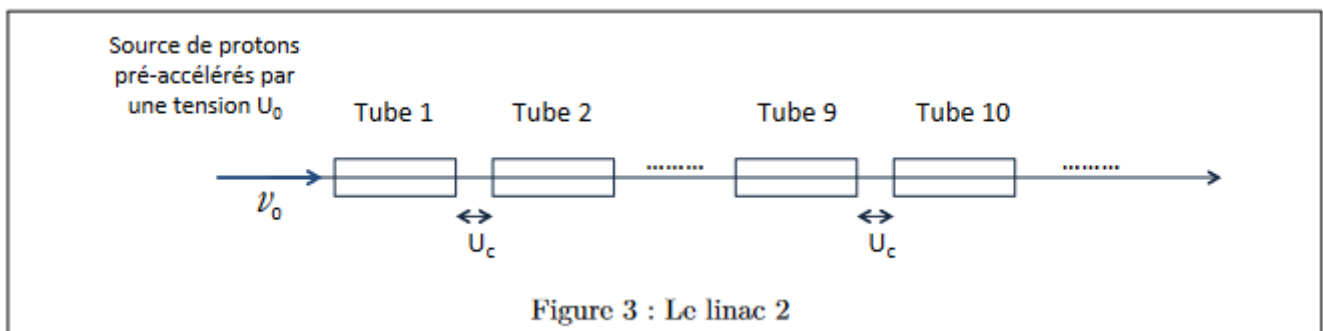
10- La zone de l'espace où règne le champ \vec{E} a une longueur L . En considérant que le potentiel V_0 du plan $x = 0$ est nul, exprimer le potentiel V_L du plan $x = L$.

11- En supposant que le proton entre dans la zone de champ avec une énergie cinétique négligeable, exprimer l'énergie cinétique du proton sortant de la zone d'accélération, en fonction de E puis de V_L .

B- Un accélérateur linéaire de particules : le Linac 2

L'accélérateur linéaire 2 (Linac 2) constitue le point de départ des protons utilisés dans les expériences menées au CERN.

Les protons passent dans une série de conducteurs métalliques coaxiaux. On considère que le champ est nul à l'intérieur des conducteurs. Ces protons sont accélérés par une tension maximale U_c toutes les fois qu'ils passent d'un tube à l'autre. On considérera que la distance entre deux tubes est négligeable par rapport à la longueur des tubes. Les protons sont injectés en O avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_z$ parallèle à l'axe de l'accélérateur et générée par une tension pré-accelératrice U_0 .



12- Quel est l'accroissement d'énergie cinétique de ces protons au passage entre deux tubes voisins ?

13- Exprimer leur énergie cinétique à la sortie du n -ième tube en fonction de U_c et U_0 . Exprimer la vitesse d'un proton à la sortie du n -ième tube.

14- Calculer la valeur de la vitesse des protons à la sortie du 10ème tube pour $U_0 = 200 \text{ kV}$, $U_c = 2000 \text{ kV}$.

15- Sachant qu'une particule est considérée comme relativiste lorsque sa vitesse atteint le tiers de la vitesse de la lumière, ces protons sont-ils relativistes ?

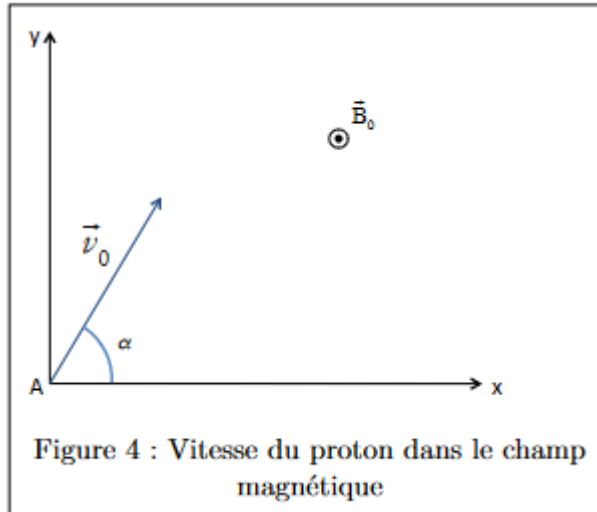
C- Du linac 2 au synchrotron à protons (PS)

Un élément fondamental du complexe accélérateur est le synchrotron à protons (PS). Pendant une courte période de l'histoire des grands instruments, le PS a été l'accélérateur produisant les plus hautes énergies du monde.

Aujourd'hui, il sert principalement à alimenter le LHC.

On considère un proton injecté en A dans le synchrotron où règne un champ magnétique statique et uniforme

$\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$. À $t = 0$ sa vitesse \vec{v}_0 est perpendiculaire au champ magnétique conformément à la figure 4.



- 16- Donner le nom et l'expression vectorielle de la force que subit le proton soumis au champ magnétique \vec{B}_0 .
Pour les questions suivantes, on considère que le proton n'est soumis qu'à cette force.
- 17- Reproduire la figure 4 sur votre copie afin de représenter la force magnétique subie par le proton en A.
Exprimer la norme de cette force.
- 18- Montrer que le travail associé à cette force est nul. En déduire que le mouvement du proton est uniforme.
- 19- En supposant que la trajectoire du proton est un cercle, déterminer le rayon de la trajectoire en fonction de m_p, B_0, c et v_0 (vous travaillerez en coordonnées polaires).
- 20- A partir des équations du mouvement établies en coordonnées cartésiennes, montrer que la trajectoire du proton est un cercle et retrouver l'expression du rayon de la trajectoire.
- 21- Quelle est la nature du mouvement du proton après sa sortie de la zone de champ magnétique ?