Centrale 1 PSI 2024 :

1

Autour d'une centrale nucléaire.

I Étude du circuit primaire :

IA - Évolution de la température entre le cœur du combustible et le fluide caloporteur :

Q1 - $S_{tot} = N\pi d H$

A.N $S_{tot} = 41448 \times \pi \times 9{,}5 \cdot 10^{-3} \times 3{,}66$

$S_{tot} = 4527\ m^2$

Q2 - On réalise un bilan de puissance, en régime stationnaire, sur le volume compris entre 2 cylindres de hauteur H et de rayons r et r + dr.

Soit $\Phi(r)$ la puissance thermique sortant du cylindre de rayon r

$\Phi(r) = \iint \vec{j}_{th}(r) \cdot dS\,\vec{u}_r = j_{th}(r)\, 2\pi r H$

2

Avec $\vec{j}_{th} = j_{th}(r)\,\vec{u}_r = -\lambda_c \overrightarrow{grad}\, T$

$= -\lambda_c \dfrac{dT}{dr}\,\vec{u}_r$

$$\frac{d(\delta U)}{dt} = 0 = \underbrace{\Phi(r) - \Phi(r+dr)}_{\text{diffusion}} + \underbrace{P_0\, 2\pi r\, dr\, H}_{\text{puissance réactions nucléaires}}$$

$$-\frac{d\Phi}{dr}\,dr + P_0\, 2\pi r\, dr\, H = 0$$

$$-\frac{d\left(r\, j_{th}(r)\right)}{dr} + P_v r = 0$$

$$\boxed{\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{P_v}{\lambda_c} r = 0}$$

$$\boxed{A = \frac{P_v}{\lambda_c}}$$

Q3 - $\dfrac{d}{dr}\left(r\dfrac{dT}{dr}\right) = -\dfrac{P_v}{\lambda_c} r$

$r\dfrac{dT}{dr} = -\dfrac{P_v}{2\lambda_c} r^2 + K_1$

$\dfrac{dT}{dr} = -\dfrac{P_v}{2\lambda_c} r + \dfrac{K_1}{r}$

$T(r) = -\dfrac{P_v}{4\lambda_c} r^2 + K_1 \ln r_1 + K_2$

$r \to 0$ T ne pouvant diverger

$K_1 = 0$

$T(R_g) = T_L = -\frac{p_v}{4\lambda} R_g^2 + K_2$

$$\boxed{T(r) = T_L - \frac{p_v}{4\lambda}\left(r^2 - R_g^2\right)}$$

Q4 – En régime stationnaire, la puissance totale P_1 développée dans le coeur est évacuée dans la gaine.

P_1 = puissance évacuée en $r = R_g$

P = puissance conducto-convective en $r = R_g$ d'après la continuité du flux thermique en $r = R_g$

$P_1 = 2\pi R_g N H h_L (T_L - T_g)$

$P_1 = \pi(d - 2e) N H h_L (T_L - T_g)$

$$\boxed{T_g = T_L - \frac{P_1}{\pi(d-2e) N H h_L}}$$

Q5 – Dans la gaine, pas de source ⇒ il y a continuité du flux thermique dans la gaine qui est égal à P_1.

$P_1 = \Phi_{gaine}(r) = -\lambda_g \frac{dT}{dr} 2\pi r H N$

$\frac{dT}{dr} = -\frac{P_1}{2\pi \lambda_g H N} \frac{1}{r}$

$T(r) - T_4 = -\frac{P_1}{2\pi \lambda_g H N} \ln\left(\frac{r}{R_4}\right)$

$$\boxed{T(R_g < r < R_4) = T_4 + \frac{P_1}{2\pi \lambda_g H N} \ln\left(\frac{R_4}{r}\right)}$$

Q6 – On connaît $T_5 = 303°C$

On écrit la continuité du flux thermique en $r = R_4$.

$P_1 = S_{tot} h_4 (T_4 - T_5)$

$$\boxed{T_4 = T_5 + \frac{P_1}{h_4 S_{tot}}}$$

de se vaporiser qui peut conduire à une mauvaise évacuation de l'énergie produite par le combustible (↓ coeff^t d'échange, pb de fct des pompes) et à une fusion du cœur du réacteur.

II - Prise en compte de dépendances longitudinales pour la puissance thermique volumique et de la température :

Q9 – On applique le bilan enthalpique pour un fluide en écoulement stationnaire à la tranche d'eau comprise entre z et $z+dz$.

En régime stationnaire, le système reçoit la puissance thermique fournie par les réactions nucléaires ayant lieu dans le volume du crayon compris entre z et $z+dz$

$$D_m\left(h(z+dz) - h(z)\right) = P_0(z)\,\pi R_4^2\,dz$$

$$D_m c_p\left[T(z+dz) - T(z)\right] = P_0(z)\,\pi R_4^2\,dz.$$

Q10 – D'où

$$D_m c_p \frac{dT}{dz} = P_0 \pi R_4^2 \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

En intégrant entre $z=0$ et $z=H$, on obtient

$$D_m c_p\left(T_s - T_e\right) = P_0 \pi R_4^2 \int_0^H \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)dz$$

$$T_s - T_e = \frac{P_0 \pi R_4^2}{D_m c_p} \times \frac{H}{\pi}\left(-\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right)_0^H$$

$$\boxed{T_s - T_e = \frac{2 P_0 R_4^2 H}{D_m c_p}}$$

De même en intégrant entre 0 et z on obtient :

$$T(z) - T_e = \frac{P_0 \pi R_4^2}{D_m c_p}\left[-\frac{H}{\pi}\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right]_0^z$$

5

AN : $T_4 = 327{,}5\,°C$

$$T_3 = T(r = R_3^+) = T_4 + \frac{P_1 d}{2 \lambda_g S_{tot}} \ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right)$$

$$\boxed{T_3 = T_4 + \frac{P_1 d}{2 \lambda_g S_{tot}} \ln\left(\frac{d}{d - 2e}\right)}$$

AN : $T_3 = 324{,}5 + \frac{2776 \times 10^6 \times 9{,}5 \cdot 10^{-3}}{2 \times 16 \times 4527} \ln\left(\frac{9{,}5}{8{,}3}\right)$

$T_3 = 352\,°C$

$$\boxed{T_2 = T_3 + \frac{P_1 d}{(d - 2e) h_c S_{tot}}}$$

$$T_2 = 352 + \frac{2776 \cdot 10^6 \times 9{,}5 \cdot 10^{-3}}{8{,}3 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot 10^3 \times 4527}$$

$T_2 = 422\,°C$

$$T_1 = T_2 + \frac{P_V R_2^2}{4 \lambda_c} = T_2 + \frac{P_0 \pi R_2^2 N H}{4 \lambda_c \pi N H}$$

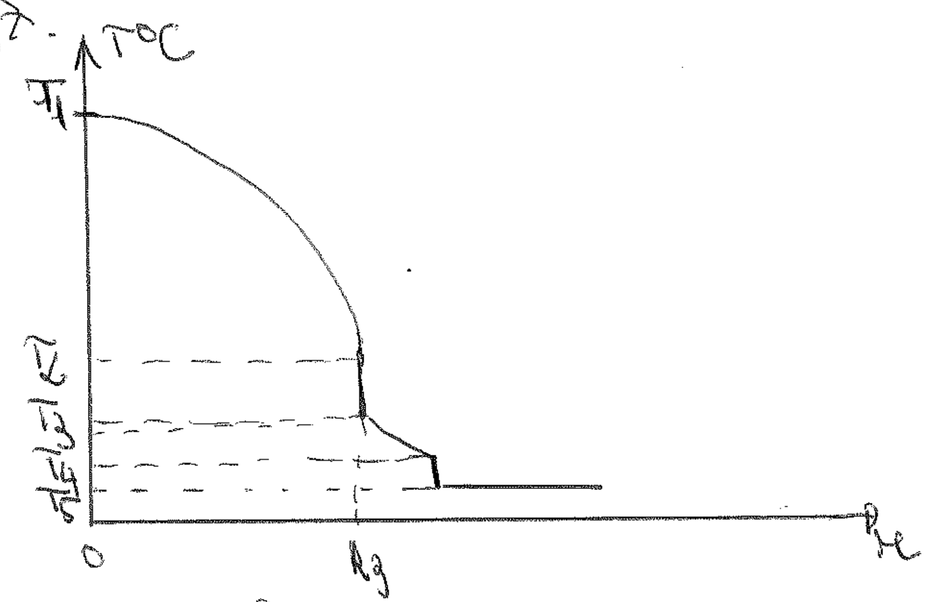
6

$$\boxed{T_1 = T_2 + \frac{P_1 d}{4 \lambda_c S_{tot}}}$$

$$T_1 = 422 + \frac{2776 \times 10^6 \times 9{,}5 \cdot 10^{-3}}{4 \times 3{,}5 \times 4527}$$

$T_1 = 838\,°C$

Q7.



Q8 – Un problème de fonctionnement des pressuriseur entraîne une baisse de pression dans le circuit primaire et donc une baisse de température de vaporisation de l'eau.
L'eau du circuit primaire risque

$$T(z) - T_e = \frac{b R_4^2 H}{D_m c_S}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right)$$

D'où d'après l'expression de $T_S - T_e$

$$\boxed{T(z) - T_e = \frac{T_S - T_e}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right)}$$

Q11 – On écrit la continuité du flux radial traversant le cylindre de rayon R_4 compris entre z et $z+dz$

$$P_0(z)\pi R_4^2\,dz = h_{cc}\left(T_p(z) - T(z)\right)2\pi R_4\,dz$$

$$T_p(z) = T(z) + \frac{R_4 P_0}{2h_{cc}}\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

$$T_p(z) - T_e = \frac{T_S - T_e}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right) + \frac{(T_S - T_e)D_m c_S}{4h_{cc}R_4 H}\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

$$\frac{T_p(z) - T_e}{T_S - T_e} = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) + \frac{D_m c_S}{2R_4 h_{cc} H}\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right)$$

$$\boxed{\frac{T_p(z) - T_e}{T_S - T_e} = \frac{1}{2}\left(1 + b\cos\frac{\pi z}{H} + C\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right)}$$

avec $\boxed{\begin{array}{l} b = -1 \\ C = \dfrac{D_m c_S}{2h_{cc}R_4 H}\end{array}}$

Q12 – On peut faire un bilan d'énergie en régime stationnaire sur le vol. du crayon compris entre r et $r+dr$ et z et $z+dz$.

comme à la question Q2 –

On obtient le même type de relation :

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_c}{\partial r}\right) = -\frac{P_0(z)\,r}{\lambda_c}$$

$$r\frac{\partial T_c}{\partial r} = -\frac{P_0(z)\,r^2}{2\lambda_c} + f(z)$$

$$\frac{\partial T_c}{\partial r} = -\frac{P_0(z)\,r}{2\lambda_c} + \frac{f(z)}{r}$$

11

$$T_c(r,z) = -\frac{P_0(z) r^2}{4\lambda} + f(z)\ln(r) + g(z)$$

T_c ne pouvant diverger en $r = 0$

$f(z) = 0$

De plus $T_c(R_4, z) = T_p(z) = -\frac{P_0(z) R_4^2}{4\lambda} + g(z)$

D'où

$$T_c(r,z) = T_p(z) - \frac{P_0(z)}{4\lambda}\left(r^2 - R_4^2\right)$$

$$\frac{T_c(r,z) - T_e}{T_s - T_e} = \frac{T_p(z) - T_e}{T_s - T_e} - \frac{P_0 \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)}{4\lambda(T_s - T_e)}\left(r^2 - R_4^2\right)$$

$$\frac{T_c(r,z) - T_e}{T_s - T_e} = \frac{1}{\alpha}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) + \frac{D_m C_5}{\alpha h_{cc} R_4 H}\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right) - \frac{D_m C_5}{8\lambda R_4^2 H}\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)\left(r^2 - R_4^2\right)$$

$$\frac{T_c(r,z) - T_e}{T_s - T_e} = \frac{1}{\alpha}\left[1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right] + \left[\frac{D_m C_5}{4 h_{cc} R_4 H} + \frac{D_m C_5}{8\lambda H}\left(1 - \frac{r^2}{R_4^2}\right)\right]\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

12

On trouve bien la forme demandée avec

$$\boxed{\begin{aligned} D &= -1 \\ E &= \frac{D_m C_5}{4 h_{cc} R_4 H} \\ F &= \frac{D_m C_5}{8\lambda H} \end{aligned}}$$

Q 13 -

$$\boxed{T_c(0,z) = T_e + \frac{T_s - T_e}{\alpha}\left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)\right) + (T_s - T_e)\left(\frac{D_m C_5}{4 h_{cc} R_4 H} + \frac{D_m C_5}{8\lambda H}\right)\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right)}$$

$$\frac{dT_c}{dz} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{\alpha H}\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) + \frac{\pi}{H}\frac{D_m C_5}{4H}\left(\frac{1}{R_4 h_{cc}} + \frac{1}{2\lambda}\right)\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi z}{H}\right) = -\frac{D_m C_5}{\alpha H}\left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda}\right)$$

Or $0 < z < H$, $0 < \frac{\pi z}{H} < \pi$

$$\frac{\pi z_{max}}{H} = \pi - \arctan\left(\frac{D_m C_5}{\alpha H}\left(\frac{1}{h_{cc} R_4} + \frac{1}{2\lambda}\right)\right)$$

$$\boxed{z_{max} = H - \frac{H}{\pi}\arctan\left(\frac{D_m c_p}{2H}\left(\frac{1}{h_c R_4} + \frac{1}{2\lambda}\right)\right)}$$

$\underline{z_{max} = 1{,}86\ m}$

$\underline{T_c(0, z_{max}) = 971{,}5\,°C}$

On obtient une température très inférieure à celle de fusion du combustible ⇒ critère de sûreté en température respecté.

Q15 –

En $z=0$ et $z=H$, $P_v(z=0$ ou $z=H) = 0$

⇒ pas de puissance à évacuer

⇒ $T_p(z=0) = T_e = 284\,°C$

$T_p(z=H) = T_s = 322\,°C$

La puissance à évacuer augmente avec z pour $0 < z < \frac{H}{2}$ et est maximale en $\frac{H}{2}$ (écart maxi entre $T_p(z)$ et $T(z)$)

De plus la température $T(z)$ augmente avec z.

La combinaison des 2 effets entraîne que $T_p(z)$ maxi pour $z > \frac{H}{2}$.

Ensuite même si $T(z) \nearrow$, comme la puissance à évacuer diminue $T_p(z)$ diminue jusqu'en $z=H$ où $T_p(H) = T(H)$.

$T_{p\,max} \simeq 337\,°C < 345\,°C$ temp. de vaporisation de l'eau sous 155 bar ⇒ l'eau du circuit primaire ne se vaporisera pas.