

PROPAGATION D'UNE OPPM DANS UN PLASMA .
1- Caractéristiques d'un plasma :
1- Définition :

Un plasma est un gaz totalement ionisé constitué d'ions positifs et d'électrons de concentrations moyennes égales . Le gaz est suffisamment dilué pour que toutes les particules puissent être considérées comme libres .

Ordres de grandeurs :

métal : densité d'électrons libres $n \approx 10^{28} m^{-3}$

plasma : densité de charges $n \approx 10^{12} m^{-3}$

Le plasma est un milieu peu dense comparé à d'autres milieux comme les métaux par exemple . La permittivité diélectrique et la perméabilité magnétique sont celles du vide .

Joue un rôle important en astrophysique, la majeure partie de l'univers peut être modélisée par un plasma . L'ionosphère est un plasma, l'étude qui suit va nous permettre de comprendre les contraintes liées aux liaisons avec les satellites .

2- Modélisation :

On considère un plasma constitué de :

- N ions positifs par unité de volume de charge +e
- N ions négatifs par unité de volume de charge -e

On envisage la propagation, dans ce plasma, d'une oppm dont le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad \text{on prendra par exemple } \vec{k} = k \vec{u}_z$$

A cette onde est également associé une champ magnétique $\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$.

Sous l'action du champ électromagnétique, les particules chargées du plasma vont se mettre en mouvement , au bout d'un certain temps, on aboutit à un régime sinusoïdal de pulsation ω .

Les particules sont supposées non relativistes d'où $\|\vec{v}\| \ll c$

Dans toute la suite, on se place dans ce cadre, toutes les grandeurs sont sinusoïdales de pulsation ω ; nous travaillerons en notation complexe .

Le but de l'étude qui suit est de déterminer la densité volumique de courant et de déterminer le module d'onde k et les conditions de propagation dans le plasma .

Détermination de $\|\vec{j}\|$:

Pour cela on détermine d'abord la vitesse d'un porteur de charge . On applique la seconde loi de Newton à un électron et à un proton .

Le plasma étant un milieu peu dense, on peut négliger, contrairement au cas du métal, les interactions entre particules, on peut également négliger le poids des particules .

Pour un électron de masse m , de vitesse \vec{v} :

Pour un proton de masse m_p , de vitesse \vec{v}_p :

→ Comparaison des intensités des forces électriques et magnétiques :

Pour une structure d'onde plane, l'équation de Maxwell Faraday nous permet d'écrire

$$\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{k}\| \|\vec{E}\|}{\omega} = \frac{\|\vec{E}\|}{v_\phi}$$

$$\frac{\|\vec{F}_m\|}{\|\vec{F}_e\|} = \frac{\|\vec{v} \wedge \vec{B}\|}{\|\vec{E}\|} \leq v \frac{\|\vec{B}\|}{\|\vec{E}\|} = \frac{v}{v_\phi} \quad \text{or } v_\phi > c \quad \text{d'où } \frac{|\vec{F}_m|}{|\vec{F}_e|} \ll 1$$

On pourra donc négliger la force magnétique devant la force électrique .

→ Pour un électron, on obtient donc :

De même on obtient pour un ion positif :

Or $m_p \gg m$ d'où $\|\vec{v}_p\| \ll \|\vec{v}\|$

Dans la suite les ions positifs seront considérés comme fixes . On considérera donc que seuls les électrons contribuent au courant .

→ Vecteur densité volumique de courant :

Cette expression ressemble à la loi d'Ohm locale car le vecteur densité de courant et le champ électrique sont proportionnels, mais, contrairement à la loi d'Ohm, le coefficient qui joue le rôle de la conductivité

est imaginaire pur : $\chi = -i \frac{Ne^2}{m\omega}$.

Le vecteur densité de courant et le champ électrique sont en permanence en quadrature de ce fait la puissance volumique moyenne cédée par le champ électromagnétique aux charges est nulle .

$$\langle \mathbf{P}_v \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}^*) = 0$$

→ Densité volumique de charge :

Le plasma est globalement neutre mais rien ne garantit qu'il reste localement neutre .

On a $\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ or $\vec{j} = \chi \vec{E}$ d'où $\operatorname{div} \vec{j} = \chi \operatorname{div} \vec{E} = \chi \frac{\rho}{\epsilon_0}$

D'où en régime sinusoïdal de pulsation ω : $(\frac{\chi}{\epsilon_0} - i\omega)\rho = 0$ d'où $i(\frac{Ne^2}{m\epsilon_0\omega} - \omega)\rho = 0$

On en déduit donc que si la pulsation ω est différente de $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\epsilon_0}}$ appelée pulsation plasma alors la densité volumique de charge est nulle .

Dans le cas de l'ionosphère située environ entre 60 et 300 km d'altitude, $n \approx 10^{12} m^{-3}$ alors

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = 9 \text{ MHz} \quad \text{se situe dans le domaine hertzien .}$$

2- Structure d'une onde plane dans un plasma – Fréquence de coupure :

1- Equation d'onde dans le plasma :

2- Relation de dispersion :

3- Pulsation de coupure :

3- Phénomène de dispersion :

1-Paquet d'onde :

Précédemment nous nous sommes intéressés à une onde ou nous avons vu qu'une telle onde ne peut pas représenter un signal physique .

Une onde physique quasi monochromatique peut s'écrire comme la superposition d'ondes que l'on appelle un paquet d'ondes (ou groupe d'ondes) $\vec{E}(M, t) = \int A(\omega) \exp(i(\omega t - k(\omega)z)) d\omega \vec{u}_x$ pour un paquet d'onde se propageant dans le sens de z croissant et polarisé rectilignement selon \vec{u}_x .

Pour un paquet d'onde quasi monochromatique, $A(\omega)$ ne prend des valeurs notables que si

$$\omega \in \left[\omega_0 - \frac{\delta\omega}{2}, \omega_0 + \frac{\delta\omega}{2} \right] \text{ avec } \delta\omega \ll \omega_0 . \text{ Si on appelle } \tau \text{ la durée temporelle du signal,}$$

$$\delta\omega \tau \approx 1 . \text{ Plus } \delta\omega \text{ est faible, plus } \tau \text{ est grand .}$$

La phase de chacune des composantes sinusoïdale de l'onde se propage à la vitesse $v_\phi = \frac{\omega}{k(\omega)}$ appelée vitesse de phase .

Si la vitesse de phase dépend de la pulsation , alors les phases des différentes composantes du paquet d'onde se propagent à des vitesses différentes et l'onde se déforme au cours de la propagation (cf propagation d'un paquet d'onde Gaussien) : on dit qu'il y a dispersion ou que le milieu est dispersif .

Il est possible de définir une autre vitesse, qui correspond à la vitesse d'ensemble de propagation du paquet d'onde, c'est à dire à la vitesse de propagation de l'enveloppe du paquet d'onde .

Prenons l'exemple simple d'un paquet d'onde constitué de deux signaux de pulsations proches :

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \left(\cos\left(\left(\omega - \frac{\Delta\omega}{2}\right)t - \left(k - \frac{\Delta k}{2}\right)z\right) + \cos\left(\left(\omega + \frac{\Delta\omega}{2}\right)t - \left(k + \frac{\Delta k}{2}\right)z\right) \right) \vec{u}_x$$

$$\vec{E}(M, t) = 2 E_0 \left(\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}z\right) \cos\left(\left(\omega + \frac{\Delta\omega}{2}\right)t - \left(k + \frac{\Delta k}{2}\right)z\right) \right) \vec{u}_x$$

$$\vec{E}(M, t) \approx 2 E_0 \left(\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}z\right) \cos(\omega t - k z) \right) \vec{u}_x$$

Le terme $\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}z\right)$ constitue l'enveloppe du paquet d'onde

$$\Phi_{env} = \frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}z$$

$0 = \frac{\Delta\omega}{2} dt - \frac{\Delta k}{2} dz$ d'où $\left(\frac{dz}{dt}\right)_{\Phi_{env}=cste} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$ représente la vitesse de propagation de l'enveloppe du paquet d'onde .

Généralisation : pour un paquet d'onde quelconque on définit la vitesse de propagation du paquet d'onde ou vitesse de groupe par $v_g = \frac{d\omega}{dk}$.

2- Vitesse de phase- Vitesse de groupe :

a- Définition :

Pour une onde réelle se propageant dans un milieu quelconque il est possible de définir deux vitesses :

→ **La vitesse de phase :** $v_\phi(\omega) = \frac{\omega}{k}$ **qui correspond à la vitesse de propagation de la phase d'une composante monochromatique. Elle n'a pas de réalité physique (c'est à dire ne correspond pas à un transport d'énergie), elle peut-être supérieure à c .**

→ **La vitesse de groupe :** $v_g(\omega) = \frac{d\omega}{dk}$ **qui est la vitesse de propagation de l'enveloppe de l'onde .**

On montre qu'elle s'identifie généralement à la vitesse de propagation de l'énergie (ou de

l'information) . Le principe de relativité restreinte impose donc que la vitesse de groupe reste inférieure à la vitesse de la lumière dans le vide : $v_g \leq c$.

Si la vitesse de phase dépend de w , la phase de chaque composante d'un paquet d'onde se propage à sa propre vitesse : il y a alors déformation du paquet d'onde au cours de sa propagation : le milieu est alors dispersif (il y a dispersion) . La relation $k(w)$ est appelée relation de dispersion .

Remarque :

De manière générale, lorsque k possède une partie réelle et une partie imaginaire, seule la partie réelle du vecteur d'onde est liée à la propagation de l'onde, on définit alors les vitesses de phase et de groupe de la

manière suivante : $v_\phi = \frac{w}{\Re(k)}$ $v_g = \frac{dw}{d\Re(k)}$

b- Exemples :

→ Opm dans le vide illimité $v_\phi = v_g = c$ milieu non dispersif .

Un paquet d'onde se propage sans déformation .

→ Cas du plasma : pour $w > w_p$ $k = \frac{w}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{w_p}{w}\right)^2}$

Vitesse de phase :

$$v_\phi = \frac{w}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{w_p}{w}\right)^2}}$$

La vitesse de phase dépend de w , il y a dispersion dans le plasma, un paquet se déformera au cours de sa propagation .

Remarque :

- $v_\phi > c$.

- Si $w \gg w_p$, $v_\phi \approx c$ $k \approx \frac{w}{c}$ les variations du champ électrique sont trop rapides pour être suivies par les électrons. L'onde traverse le milieu sans interagir avec lui, elle se propage comme dans le vide .

Indice optique :

$$n = \frac{c}{v_\phi}$$

Pour le plasma $n = \sqrt{1 - \left(\frac{w_p}{w}\right)^2}$. Contrairement aux indices des milieux transparents $n < 1$, il dépend de la pulsation, le milieu étant dispersif .

Vitesse de groupe :

$$k^2 = \frac{w^2 - w_p^2}{c^2} \text{ on différencie la relation de dispersion } 2k dk = 2w \frac{dw}{c^2}$$

$$v_g = \frac{dw}{dk} = \frac{c^2 k}{w} = \frac{c^2}{v_\phi} = c \sqrt{1 - \frac{w_p^2}{w^2}}$$

$v_g < c$ s'identifie à la vitesse d'énergie . Si $w \gg w_p$, $v_g \approx c$

Ionosphère et télécommunications :

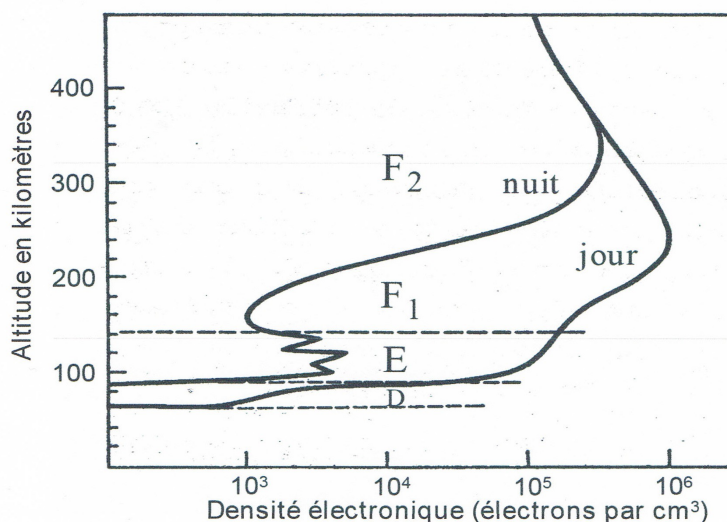
→ Quelques données sur l'ionosphère :

L'ionosphère est la partie la plus élevée de l'atmosphère, comprise entre 80 et 800 km d'altitude. À haute altitude (à partir de quelques dizaines de kilomètres de la surface), la pression devient très faible, de l'ordre du pascal. Le rayonnement ultraviolet provenant du Soleil dissocie et/ou ionise les molécules présentes. Dans le cas de l'ionisation, un électron est arraché à la molécule, créant un ion chargé positivement. La présence de ces particules chargées confère à la couche atmosphérique concernée les propriétés d'un plasma.

Afin d'étudier la valeur de la densité d'électrons n à une altitude donnée, une possibilité est d'émettre verticalement vers le haut depuis la surface terrestre une onde électromagnétique de fréquence variable. Si celle-ci est réfléchi, il est alors possible d'en déduire l'altitude h à laquelle la réflexion a eu lieu en mesurant le délai Δt entre l'émission et la réception de l'onde réfléchi.

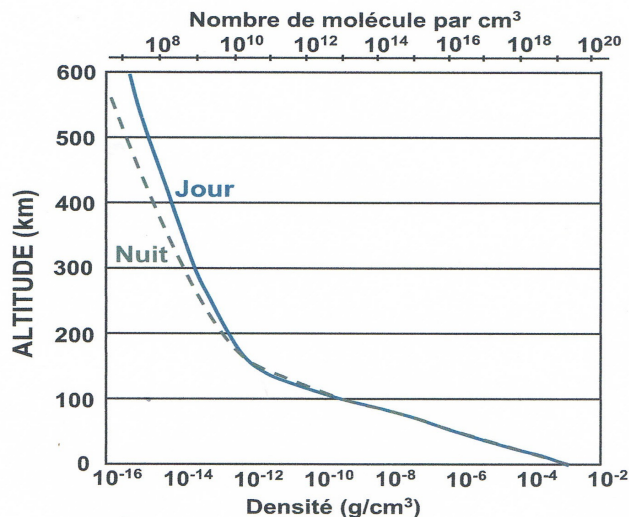
Les résultats sont indiqués sur la figure 1 :

Répartition de l'ionisation dans la haute atmosphère



Radio-club F6KRK Conférence sur l'ionosphère le 28 mars 2008 par F5NB, Robert BERRANGER

Variation verticale de la densité de l'air (Latitudes moyennes)



Radio-club F6KRK Conférence sur l'ionosphère le 28 mars 2008 par F5NB, Robert BERRANGER

On distingue trois couches dans l'ionosphère:

- entre 80 et 100 km la couche D, composée principalement de molécules de dioxygène et de diazote, partiellement ionisées,
- entre 100 et 150 km une zone de transition appelée couche E,
- au dessus de 150 km la couche F principalement composée d'oxygène atomique partiellement ionisé.

Le processus d'ionisation d'un atome ou d'une molécule X peut s'écrire: $X + \text{photon} \rightarrow X^+ + e^-$.

Les photons mis en jeu sont principalement des photons du domaine ultraviolet dans les couches E et F et des photons X dans la couche D.

→ **Communications par satellites :**

Afin de pouvoir communiquer avec les satellites, les signaux employés doivent pouvoir traverser les trois couches D, E et F de l'ionosphère, de plus sans être trop affaiblis. Leurs fréquences doivent donc être supérieures à la plus grande fréquence plasma c'est à dire environ 9MHz .

Les fréquences employées sont les suivantes :

- VHF: very high frequency: $30 \text{ MHz} \leq f \leq 300 \text{ MHz}$;
- UHF : ultra high frequency: $300 \text{ MHz} \leq f \leq 3000 \text{ MHz}$;
- hyperfréquences (micro-ondes): $1 \text{ GHz} \leq f \leq 300 \text{ GHz}$.

Le réseau de satellite GPS (global positioning system) doit évaluer très précisément la durée mise par les signaux pour se propager du satellite au récepteur GPS. En effet, le principe du système est de chronométrer la durée de parcours entre l'émission d'un signal à partir d'un des satellites et sa réception au sol. La durée est ensuite convertie en distance .

→ **Transmissions transatlantiques :**

En 1901, l'Italien Guglielmo Marconi réalisa la première transmission transatlantique d'un message par ondes radiométriques de fréquence $f = 500 \text{ kHz}$, soit une longueur d'onde d'environ 1 km (Marconi a reçu en 1909 le prix Nobel de physique pour sa contribution à l'avancée de la transmission de signaux sans fil). Le fait que ces ondes radio, qui se propagent en ligne droite dans un milieu homogène, aient réussi à être captées après la traversée de l'océan Atlantique, malgré la rotondité de la Terre, suggère l'existence de couches atmosphériques pouvant réfléchir les ondes radio (fréquences inférieures à la fréquence plasma) . C'est effectivement ce qu'ont proposé indépendamment l'Anglais Oliver Heaviside et l'Américain Arthur Kennely en 1902. Progressivement, l'existence de hautes couches atmosphériques, constituées d'ions, a été mise en évidence par des expériences successives. Notamment, depuis les années 1960, l'essor des satellites artificiels a permis une meilleure compréhension de ces phénomènes.

