ONDES ELECTROMAGNETIQUES DANS LE VIDE

Qu'est ce qu'une onde ? Une onde est décrite par un champ scalaire ou vectoriel dont les dépendances spatiales et temporelles sont couplées par des équations aux dérivées partielles .
Une onde progressive est une grandeur physique se propageant dans l'espace au cours du temps : ex : ébranlement sur une corde vibrante , onde sonore , onde de température , lumière ...

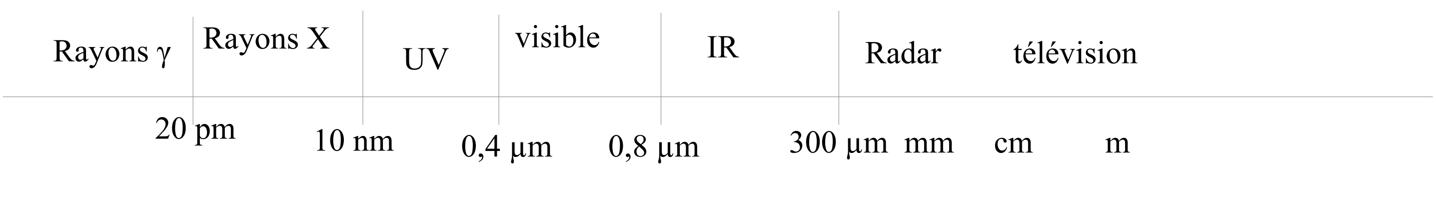
Onde électromagnétique :elle est caractérisée par un champ électromagnétique $(\vec{E}(M,t), \vec{B}(M,t))$.
Suivant la fréquence des ondes électromagnétiques , on définit différents domaines :

- Spectre visible : lien couleur-fréquence . A chaque couleur , on peut associer une longueur d'onde λ ou une fréquence $\nu = c / \lambda$ dans le vide . On peut donner également une description corpusculaire des ondes électromagnétiques introduite par Planck vers 1900 . Planck a postulé que les échanges d'énergie entre le champ et la matière se font sous forme de quanta d'énergie , le quantum associé à une onde électromagnétique de fréquence ν a pour énergie $E = h\nu$ (h constante de Planck $h = 6{,}62 . 10^{-34} J.s$
  L'énergie du quantum peut être attribuée à une particule : photon (masse nulle , charge nulle) de quantité de mouvement $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$
  Etendue du spectre visible : $\lambda_B = 0{,}4\,\mu m < \lambda < \lambda_R = 0{,}8\,\mu m$
  $\nu_R = 4.10^{14}\,Hz < \nu < \nu_B = 8.10^{14}\,Hz$
  $E_R = 1{,}5\,eV < E < E_B = 3\mathrm{eV}$

- Lumières invisibles :
  * infrarouge (IR) : 0,8µm(IR proche) - 300 µm (IR lointain). Les infrarouges sont produits par les corps chauffés par le processus du rayonnement thermique .
  * ultraviolet (UV) : limite du visible 0,4 µm à celle des rayons X (10 nm) , l'énergie de ces photons est plus iportante que celle des photons visibles (effet photoélectrique , réactions photochimiques ...) .
  * ondes hertziennes : s'étend sans limite supérieure à partir de 0,1 mm (ν< 1000 Ghz) . Elles peuvent être produites par des moyens électriques macroscopiques (antennes émettrices parcourues par des courants alternatifs .
  * radiodiffusion commerciale : du km à quelques m , utilisées par les émetteurs en modulation de fréquence ($\nu\, de\, l'ordre\, de\, 100\, MHz$.)
  * émission de télévision : λ domaine métrique .
  * radar : domaine métrique au domaine millimétrique .

- Rayons X : découverts en 18945 par l'allemand Winhelm von Röntgen , λ comprise entre 10 nm et 20 pm , de l'ordre de grandeur des distances interatomiques .

- rayons gamma : à partir de 20 pm sans limite inférieure , ils sont associés à des photons de forte énergie et intéragissent fortement avec le milieu . Ils sont produits sur terre par des réactions nucléaires ou par le rayonnement cosmique .



Dans tout ce cours on se place dans le vide en l'absence de charge et courant . On travaille également en coordonnées cartésiennes de base $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$. Un point M de l'espace sera repéré par ses coordonnées x, y et z .

I- Equation de propagation du champ électromagnétique – Onde plane :

1- Equation d'onde ou équation de propagation :

2- Onde plane :

a- Définition :

L'onde est dite plane si les champ $\vec{E}(M,t) et \vec{B}(M,t)$ sont uniformes à tout instant dans un plan orthogonal à une direction fixe de vecteur unitaire $\vec{u}$.

Si $\vec{u}=\vec{u}_x$ par exemple, cela implique que les coordonnées des champs sont des fonction uniquement de x et de t .

$$\vec{E}(M,t)=\vec{E}(x,t)=E_x(x,t)\vec{u}_x+E_y(x,t)\vec{u}_y+E_z(x,t)\vec{u}_z$$
$$\vec{B}(M,t)=\vec{B}(x,t)=B_x(x,t)\vec{u}_x+B_y(x,t)\vec{u}_y+B_z(x,t)\vec{u}_z$$

L'ensemble des points M tels que à t, $\vec{E}(M,t)$ (respectivement $\vec{B}(M,t)$) a une valeur donnée sont des plans : les surfaces d'onde sont des plans (plans d'onde) d'où le nom d'onde plane .

b- Equation de d'Alembert – Solutions

Aux deux équations vectorielles vérifiées par les champs électrique et magnétique, correspondent six équations scalaires de la forme $\boxed{\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial x^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial t^2}=0}$.

Cette équation est **une équation de d'Alembert**, équation introduite historiquement lors de l'étude des cordes vibrantes .

On montre que **la solution, sous forme d'onde plane, de l'équation de d'Alembert est** :

$\boxed{F(x,t)=f(x-ct)+g(x+ct)}$ f et g étant des fonctions quelconque de classe C²

On peut écrire également celle-ci sous la forme $\boxed{F(x,t)=f_1(t-\frac{x}{c})+g_1(t+\frac{x}{c})}$

→ Vérifions que $F(x,t)=f(x-ct)=f(u)$ est solution de l'équation de d'Alembert :

De la même manière on montre que $g(x+ct)$ est solution de cette équation , cette dernière étant linéaire, $F(x,t)=f(x-ct)+g(x+ct)$ est donc bien solution de l'équation de d'Alembert .

→ Examinons le contenu physique des deux termes intervenant dans $F(x,t)$:

Considérons le cas où $\boxed{F(x,t)=f(x-ct)}$. On considère deux points M_1 et M_2 de coordonnées x_1 et x_2 et deux instants t_1 et $t_2>t_1$ .Cherchons à quel abscisse x_2 F a à nouveau la valeur $F(x_1,t_1)=F(x_2,t_2)$ à l'instant t_2 , ceci implique $f(x_1-ct_1)=f(x_2-ct_2)$ d'où $x_1-ct_1=x_2-ct_2$ c'est à dire $\boxed{x_2-x_1=c(t_2-t_1)>0}$ **l'onde plane se propagent donc dans le sens de x croissants à la vitesse c .** L'onde se reproduit identique à elle même en x_2 avec un retard $t_2-t_1=\frac{x_2-x_1}{c}$.

Considérons le cas où $\boxed{F(x,t)=g(x+ct)}$. On considère deux points M_1 et M_2 de coordonnées x_1 et x_2 et deux instants t_1 et $t_2>t_1$ .Cherchons à quel abscisse x_2 F a à nouveau la valeur $F(x_1,t_1)=F(x_2,t_2)$ à l'instant t_2 , ceci implique $g(x_1+ct_1)=g(x_2+ct_2)$ d'où $x_1+ct_1=x_2+ct_2$ c'est à dire $\boxed{x_2-x_1=-c(t_2-t_1)<0}$ **l'onde plane se propagent donc dans le sens de x décroissants à la vitesse c .**

$\boxed{F(x,t)=f(x-ct)+g(x+ct)}$ **correspond donc à la superposition de deux ondes planes se propageant à la vitesse c, dans le sens des x croissants pour la première et dans le sens des x décroissants pour la seconde .**

<u>c- Propriétés – Structure d'une onde plane :</u>

d- Ecriture générale d'une onde plane – Propriétés :

Dans le cas ci-dessus si le point M est repéré par rapport à une origine O , $\vec{OM}=x\vec{u}_x+y\vec{u}_y+z\vec{u}_z$ alors $x=\vec{u}_x.\vec{OM}$ alors $f(x-ct)=f(\vec{u}_x.\vec{OM}-ct)$ ce ci va nous permettre de déterminer l'écriture générale d'une onde plane .

Les coordonnées des champs électrique et magnétique associés à une onde plane se propageant dans le sens du vecteur unitaire $\vec{u}$ s'écrivent sous la forme $f(ct-\vec{u}.\vec{OM})$.
Cette onde est transverse électrique et magnétique (TEM) c'est à dire que $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont orthogonaux à $\vec{u}$. De plus $(\vec{u},\vec{E},\vec{B})$ forment un trièdre direct et la norme du champ magnétique est égale à celle du champ électrique divisée par c .

$\boxed{\vec{u}.\vec{E}=0}$ $\boxed{\vec{u}.\vec{B}=0}$ $\boxed{\vec{B}=\frac{\vec{u}\wedge\vec{E}}{c}}$ $(\vec{u},\vec{E},\vec{B})$ **trièdre direct** $\boxed{\|\vec{B}\|=\frac{\|\vec{E}\|}{c}}$

II- Ondes planes progressives monochromatiques (ou harmoniques ou sinusoïdales) :

1- Définition :

Dans toute le suite, on note $\vec{r}=\vec{OM}$.

Les composantes des champs électrique et magnétique associés à une onde plane progressive monochromatique oppm de pulsation w s'écrivent sous la forme :

$$\boxed{f(M,t)=A\cos(w(t-\frac{\vec{u}.\vec{r}}{c})+\phi_0)=A\cos(wt-\vec{k}.\vec{r}+\phi_0)}$$

$\vec{k}=k\vec{u}=\frac{w}{c}\vec{u}$ **est le vecteur d'onde de l'onde**

ϕ_0 **sa phase à l'origine du temps et de l'espace**

On peut introduire également

→ **sa fréquence (temporelle)** $f=\frac{w}{2\pi}$ **, sa période temporelle** $T=\frac{1}{f}=\frac{2\pi}{w}$

→ **sa fréquence spatiale** $\sigma=\frac{\|\vec{k}\|}{2\pi}$ **et sa période spatiale appelée longueur d'onde** $\lambda=\frac{1}{\sigma}=\frac{2\pi}{\|k\|}$

2- Propriétés :

Prenons l'exemple d'une oppm de pulsation w, se propageant dans le sens des x croissants $\vec{k}=k\vec{u}_x$ avec $k>0$.

Alors les composantes du champ électrique associé à cette onde s'écrivent :

a- Double périodicité :

Ce champ présente une double périodicité .

→ Une périodicité temporelle : pour x donné le champ est représenté par une fonction sinusoïdale du temps de période $T=\frac{2\pi}{w}$.

→ Une périodicité spatiale, à t donné, le champ est représenté par une fonction périodique de x , la période spatiale étant égale à $\lambda=\frac{2\pi}{k}=cT$. La longueur d'onde représente donc la distance parcourue par l'onde pendant une période . k Joue le rôle de pulsation spatiale .

b- Relation de dispersion :

Pour une oppm de vecteur d'onde $\vec{k}=k_x\vec{u_x}+k_y\vec{u_y}+k_z\vec{u_z}$ et de pulastion w , les composantes du champ électromagnétique s'écrivent sous la forme $f(M,t)=A\cos(wt-\vec{k}.\vec{r}+\phi_0)$ et vérifient l'équation $\Delta f-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}=0$.

D'où $\boxed{\|\vec{k}\|^2=k^2=\frac{w^2}{c^2}}$ **la relation liant k à w est appelée relation de dispersion** .

c- Vitesse de phase :

Reprenons le cas d'une oppm se propageant dans le sens des x croissants .

$\Phi=wt-kx+\phi_0$ = phase de l'onde, les plans d'équation x = cste sont les plans d'onde

à t la phase de l'onde est égale à $\Phi=wt-kx+\phi_0$ dans le plan d'abscisse x

à t + dt, on retrouve la même valeur Φ dans le plan d'équation x+dx tel que

$wt-kx+\phi_0=w(t+dt)-k(x+dx)+\phi_0$, pendant dt, le plan correspondant à la valeur Φ de la phase s'est déplacé de dx tel $w\,dt-k\,dx=0$

On définit la vitesse de phase de l'oppm $\boxed{v_\phi=\frac{w}{k}}$ **, pour une onde plane dans le vide,** $v_\phi=c$ **quelque soit la pulsation de l'onde .**

Cette vitesse de phase étant indépendante de w, le milieu est dit non dispersif .

Remarque :

Un milieu dans lequel la vitesse de phase d'une onde dépend de w est dit dispersif .

d- Caractère idéal du modèle d'oppm :

A une oppm correspond à un train d'onde de durée illimitée (temporellement et spatialement) transportant donc une énergie infinie .

Une onde réelle ne peut donc pas être représentée par une oppm . On introduit, pour caractériser une onde réelle, la notion de paquet d'ondes pour lequel l'énergie reste finie, un paquet d'onde est une superposition d'oppm de pulsations w réparties dans une bande spectrale de largeur Δw centrée autour de w_0 . Chaque composante du paquet d'onde se propage à sa propre vitesse de phase et a une amplitude modulée par une enveloppe .

La vitesse de propagation de l'enveloppe du paquet d'onde est appelée **vitesse de groupe** $\boxed{v_g=\frac{dw}{dk}}$ cette vitesse s'identifie dans de nombreux cas à la vitesse de propagation de l'énergie de l'onde .

Dans le cas d'une oppm dans le vide en l'absence de charge et courant $\boxed{v_\phi=v_g=c}$

3- Représentation complexe d'une onde plane progressive monochromatique :

4- Aspects énergétiques :

Attention les valeurs énergétiques font intervenir des produits (scalaires ou vectoriels) de champs .
Ces grandeurs ne sont pas linéaires .
Le calcul à partir des définitions données dans le chapitre précédent doit se faire avec des champs en notation réelle .

a- Densité volumique d'énergie électromagnétique :

Cas d'une oppm se propageant dans le sens des x croissants .

L'énergie est équirépartie entre les termes électrique et magnétique .

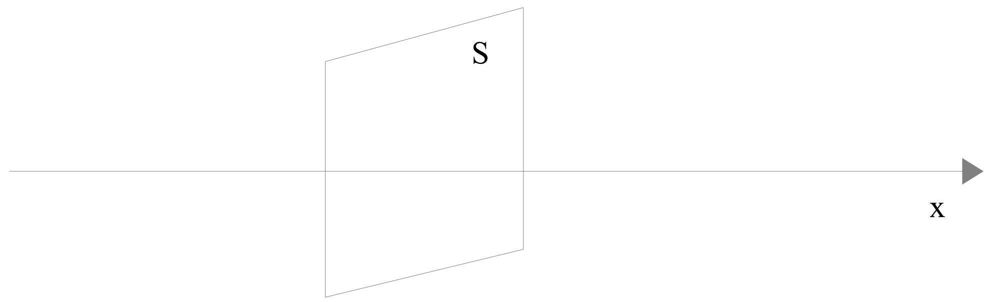
b- Vecteur de Poynting :

Déterminons la puissance moyenne surfacique rayonnée par l'onde .

Le vecteur de Poynting a même sens et direction que le vecteur d'onde .
C'est assez logique, l'onde, en se propageant dans la direction du vecteur d'onde transporte de l'énergie dans cette même direction .
$I=\langle\Pi\rangle$ Représente l'intensité en $W.m^{-2}$ de l'onde

<u>Remarque :</u>
Dans le domaine optique, un faisceau parallèle venant d'une source monochromatique peut-être considéré , en première approximation, comme une oppm de fréquence de l'ordre de 10^{15} Hz .
L'éclairement (ou l'intensité) est défini comme la puissance moyenne reçue par unité de surface sur un écran normal à la direction de propagation de la lumière et est donc proportionnel à la valeur moyenne du carré du module du champ électrique . Ce qui cohérent avec ce qui est défini dans le cours d'optique .

<u>c- Bilan énergétique – Vitesse de l'énergie :</u>
Faisons un bilan d'énergie moyenne .
On considère une surface S orthogonale à la direction de propagation de l'onde, (Ox) dans notre exemple



Déterminons par deux méthodes l'énergie moyenne traversant S pendant dt :
→ par définition du vecteur de Poynting :

→ si v_e désigne la vitesse de propagation de l'énergie, l'énergie moyenne traversant S pendant dt est contenue, à t , dans le parallélépipède de volume Sv_e dt .

Remarque:calcul des grandeurs énergétiques moyennes avec les champs en notation complexe .

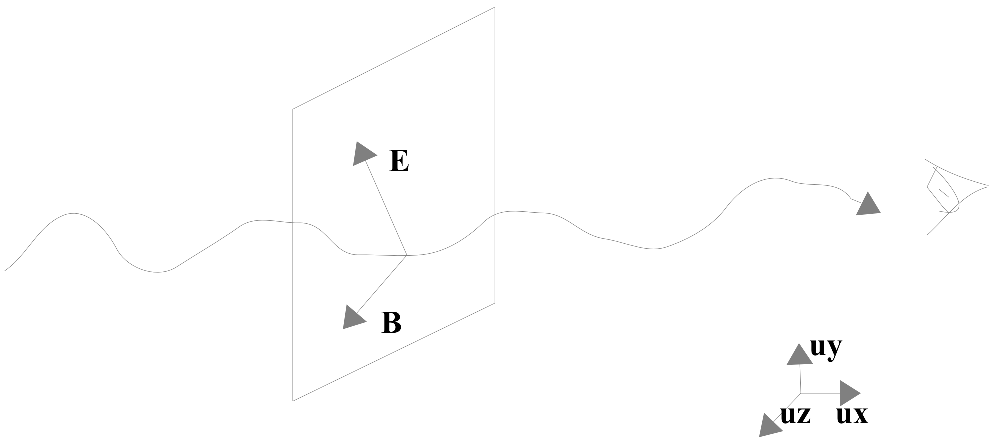
III Polarisation des ondes planes progressives :

La polarisation a pour objet l'étude générale des phénomènes liés au caractère vectoriel de l'onde électromagnétique .

1- Définition :

On considère une onde plane progressive dans le vide . On a vu qu'une telle onde est transverse : le champ électrique (et magnétique) est contenu à chaque instant dans un plan orthogonal à sa direction de propagation.

L'étude de la polarisation d'une onde électromagnétique consiste à suivre , au cours du temps , l'évolution du champ électrique dans un plan normal à sa direction de propagation . L'observateur se mettant dans la situation où il reçoit l'onde (observation dans le sens opposé à celui de la propagation .



Considérons une oppm se propageant dans le sens de **ux** .

De manière générale , les composantes du champ électrique $\vec{E}$ associé à cette onde s'écrivent :

$E_x=0$ $\quad E_y=E_{0y}\cos(wt-kx-\phi_{0y})$ $\quad E_z=E_{0z}\cos(wt-kx-\phi_{0z})$

avec $E_{0y}\, et\, E_{0z}\, positifs$

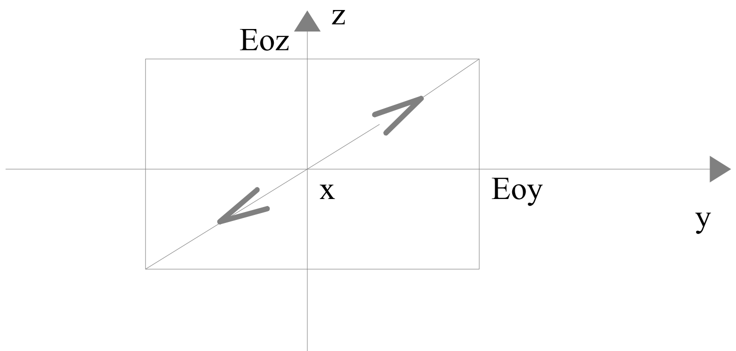
Ces expressions caractérisent totalement le champ électromagnétique car le champ magnétique s'en déduit par la relation :

$$\vec{B}=\frac{\vec{ux}\wedge\vec{E}}{c}$$

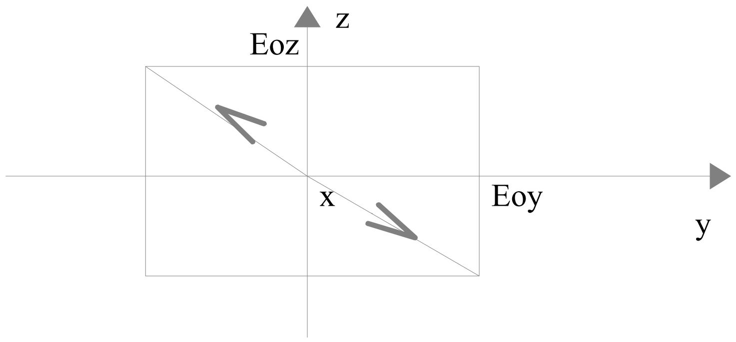
2- Polarisation rectiligne :

- Si $\phi_{0z}-\phi_{0y}=0+2n\pi$: $\frac{E_z}{E_y}=\frac{E_{0z}}{E_{0y}}$ la courbe décrite au cours du temps , dans un plan x=cste par l'extrémité du champ électrique est une droite . Les champs électrique et magnétique gardent une

direction fixe au cours de la propagation .
L'onde possède une polarisation rectiligne (onde polarisée rectilignement) .



- Si $\phi_{0z} - \phi_{0y} = \pi + 2n\pi$ $\quad \frac{E_z}{E_y} = \frac{-E_{0z}}{E_{0y}}$ l'onde est à nouveau polarisée rectilignement .



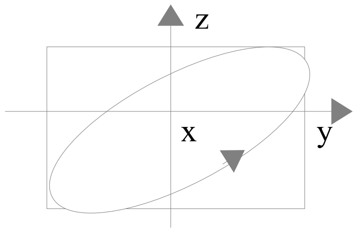
Conclusion : si $\phi_{0z} - \phi_{0y} = n\pi$ alors l'onde est polarisée rectilignement . Les champs électrique et magnétique gardent une direction fixe au cours de la propagation .
La direction de polarisation correspond à la direction du champ électrique .
Le plan définit par le vecteur d'onde et le champ électrique est appelé plan de polarisation .

Attention !!! Ne pas confondre direction de propagation (indiquée par le vecteur d'onde) et direction de polarisation qui correspond à la direction du champ électrique .

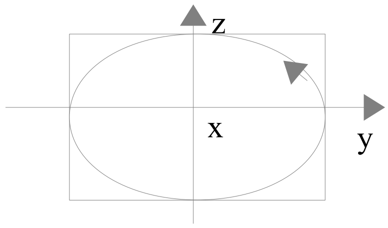
Exemples :
Pour une oppm polarisée rectilignement selon la direction Oz se propageant dans le sens des x croissants le champ électrique s'écrit $\vec{E} = E_0 \cos(wt - kx)\vec{u}_z$.
Pour une oppm polarisée rectilignement selon la direction Ox se propageant dans le sens des z croissants le champ électrique s'écrit $\vec{E} = E_0 \cos(wt - kz)\vec{u}_x$.

Remarque:la polarisation d'une onde ne se restreint pas aux ondes électromagnétiques , mais se généralise à toutes les ondes vectorielles possédant une composante transverse .

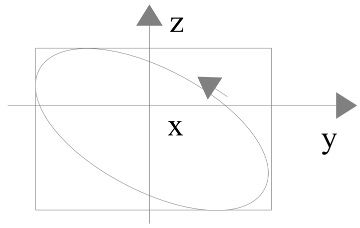
3- Polarisation elliptique (hors programme) :
C'est le cas général où $\phi_{0z} - \phi_{0y}$ n'est pas un multiple de π .
L'extrémité du champ électrique décrit au cours du temps , dans un plan x=cste , une ellipse : on dit que l'onde est polarisée elliptiquement ou que la polarisation de l'onde est elliptique .
Le sens de parcours de l'ellipse dépend du signe de $\sin(\phi)\, avec\ \phi = \phi_{0z} - \phi_{0y}$.
Si $\sin\phi > 0$ l'ellipse est parcourue dans le sens trigo (un observateur qui reçoit l'onde voit tourner , au cours du temps , le champ électrique vers la gauche) : la polarisation est elliptique gauche .
Si $\sin\phi < 0$ l'ellipse est parcourue dans le sens horaire (un observateur qui reçoit l'onde voit tourner , au cours du temps , le champ électrique vers la droite) : la polarisation est elliptique droite .



$0 < \phi_{oz} - \phi_{oy} = \phi < \frac{\pi}{2}$

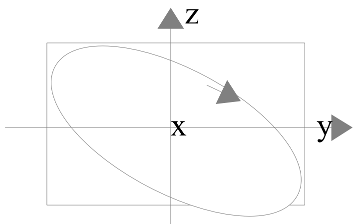


$\phi_{oz} - \phi_{oy} = \phi = \frac{\pi}{2}$

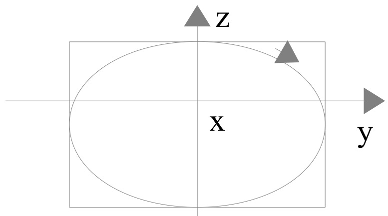


$\frac{\pi}{2} < \phi_{oz} - \phi_{oy} = \phi < \pi$

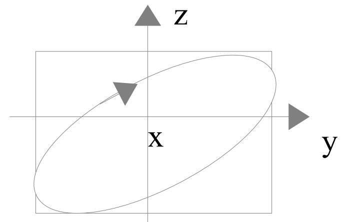
polarisation elliptique gauche



$\pi < \phi_{oz} - \phi_{oy} = \phi < \frac{3\pi}{2}$



$\phi_{oz} - \phi_{oy} = \phi = \frac{3\pi}{2}$

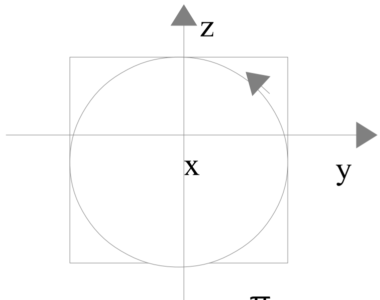


$\frac{3\pi}{2} < \phi_{oz} - \phi_{oy} = \phi < 2\pi$

polarisation elliptique droite

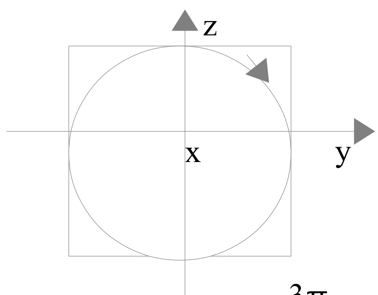
<u>4- Polarisation circulaire (hors programme) :</u>

C'est un cas particulier de la polarisation elliptique obtenu quand $E_{oz} = E_{oy}$ et $\phi = \phi_{oz} - \phi_{oy} = \frac{\pi}{2} + n\pi$



$\phi_{0z} - \phi_{0y} = \phi = \frac{\pi}{2}$

polarisation circulaire gauche



$\phi_{0z} - \phi_{0y} = \phi = \frac{3\pi}{2}$

polarisation circulaire droite

<u>5- Lumière naturelle :</u>

Si on isole par un filtre , la lumière naturelle , on obtient une onde quasi monochromatique .
L'onde obtenue est transverse et est non polarisée dans le cas général . Les deux composantes du champ vibrent de manière incohérente . Le champ électrique peut s'écrire sous la forme .

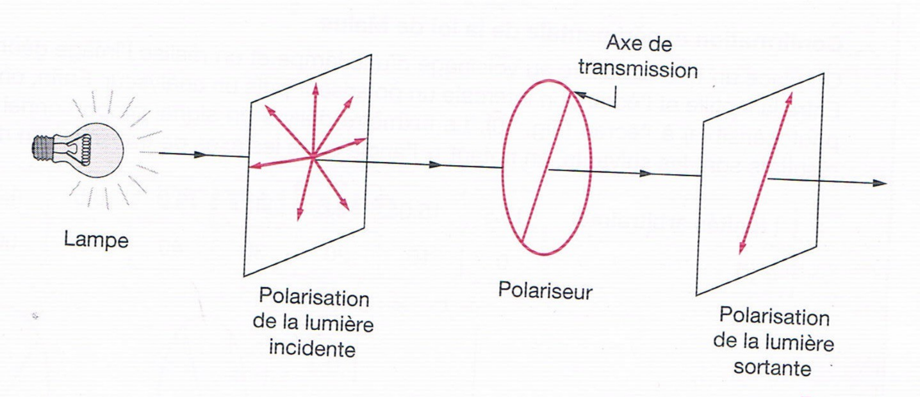
$$\vec{E} = \begin{vmatrix} 0 \\ E_0 \cos(wt - kx) \\ E_0 \cos(wt - kx - \phi(t)) \end{vmatrix}$$ Où $\phi(t)$ est une fonction variant aléatoirement au cours du temps .

<u>6- Obtention d'une lumière polarisée .</u>

Un polariseur est réalisé en étirant un film de polymères (polaroïd) ce qui a pour effet d'aligner les molécules. Une telle feuille laisse passer sans atténuation une onde polarisée rectilignement dans la direction perpendiculaire à la direction des molécules alors qu'elle absorbe une onde polarisée rectilignement dans la direction parallèle aux molécules. L'onde polarisée parallèlement aux molécules met en mouvement des électrons de conduction pouvant se déplacer le long des molécules et perd ainsi son énergie; il n'y a pas ce phénomène pour l'onde polarisée perpendiculairement aux molécules. Un matériau présentant ainsi une anisotropie d'absorption est dit dichroïque.

Pratiquement, le fonctionnement du polariseur est le suivant:

Un polariseur transmet une onde polarisée rectilignement suivant une direction particulière de son plan appelée axe du polariseur ou direction de transmission du polariseur . Une onde polarisée rectilignement dans une direction orthogonale à l'axe du polariseur ne sera pas transmise .

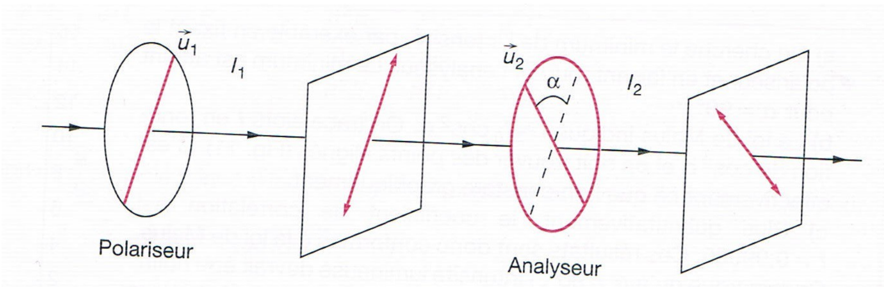


Remarque : dans le domaine des micro-ondes sur le même principe , on utilise des grilles métalliques dont la période est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde du rayonnement .

Analyseur . Loi de Malus :

Pour analyser une lumière polarisée rectilignement on peut utiliser également un polariseur appelé analyseur .

Loi de Malus :



Soit F un faisceau de lumière non polarisé .

Le polariseur (P) ne laisse passé que la direction de vibration parallèle à son axe de transmission et engendre un faisceau F' polarisé rectilignement selon l'axe du polariseur $\vec{E}_1 = E_1 \vec{u}_1$. Si Eo est l'amplitude du champ en sortie du polariseur , l'intensité est $I_1 = K E_0^2$.

Si l'axe de transmission de l'analyseur fait un angle α avec celui du polariseur , l'analyseur transmet une vibration polarisée rectilignement selon son axe $\vec{E}_2 = E_2 \vec{u}_2 = E_1 \cos\alpha \, \vec{u}_2$ soit d'intensité

$I_2 = I_1 \cos^2\alpha$ constitue la loi de Malus .

Si $\alpha = \frac{\pi}{2}, I_2 = 0$ polariseur et analyseur sont dits croisés .

L'intensité est maximale lorsque polariseur et analyseur ont des axes parallèles .