SPE MP

DIPOLE ELECTROSTATIQUE

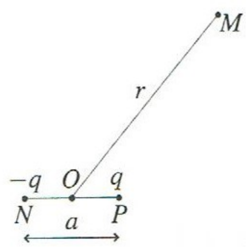
L'étude du dipôle électrostatique revêt une grande importance notamment en chimie . Ce modèle permet d'expliquer les interactions de type électrostatiques, qui existent à l'échelle microscopique .

Dans ce cours nous intéresserons au dipôle électrostatique sous deux aspects : le dipôle actif en étudiant le potentiel et le champ créés à grande distance par celui-ci et le dipôle passif en étudiant les actions subies par celui-ci lorsqu'il est plongé dans un champ extérieur .

I- Définition – Modèle du dipôle :

1- Définition :

On appelle dipôle électrostatique le système constitué de deux charges ponctuelles opposées -q et +q situées en deux points distincts N et P distants de a et telles que a = Np soit très petite devant les autres distances envisagées .



Remarque :

Plus généralement, le dipôle électrostatique constitue un modèle simple de distributions de charges de charge totale nulle mais dont les barycentres des charges positives et négatives ne sont pas confondus (ex molécules polaires comme H_2O) . Dans ce cas le point N est le barycentre des charges négatives et P le barycentre des charges positives .

2- Moment dipolaire :

On définit le moment dipolaire de la distribution par : $\boxed{\vec{p}=q\,\vec{NP}}$

Le vecteur moment dipolaire est dirigé de la charge négative vers la charge positive .

Le module du moment dipolaire **p = qa s'exprime en C.m .**

A l'échelle d'une molécule, q est de l'ordre de grandeur de la charge élémentaire et a de la taille d'un atome . L'ordre de grandeur des moments dipolaires moléculaire est donc de 10^{-29} C. m . On préfère souvent les donner en debye, symbole D, de valeur 1D = $3{,}336.10^{-30}$ C.m .

II- Potentiel et champ créés à grande distance :

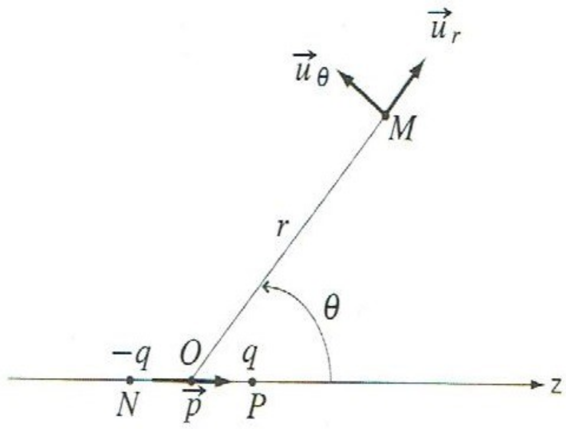
1- Symétries et invariances :

On travaille en coordonnées sphériques d'axe celui du dipôle appelé axe (Oz) .

La distribution de charges est invariante par rotation autour de l'axe du dipôle, donc le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ et le potentiel V(M) ne dépendent pas de l'angle ϕ mais uniquement de r et θ .

De plus le plan contenant le point M et l'axe (Oz) est plan de symétrie de la distribution de charges, le champ électrostatique appartient donc à ce plan , celui-ci n'a donc pas de composante selon $\vec{u}_\phi$.

On se place donc dans un plan $\phi=cste$ et on repère un point M par ses coordonnées r et θ . L'origine O est prise au milieu de [NP] .



<u>2- Calcul du potentiel :</u>

Le potentiel créé par le dipôle est :

$$V(M)=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}.\vec{OM}}{OM^3}$$

3- Champ créé à grande distance :

$$\vec{E}(M)=E_r(r,\theta)\vec{u}_r+E_\theta(r,\theta)\vec{u}_\theta$$

Le champ créé par le dipôle est :

$$\boxed{\vec{E}(M)=\frac{2p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}\vec{u}_r+\frac{p\sin\theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}\vec{u}_\theta}$$

Remarque :

1- l'expression ci-dessus est équivalente à l'expression intrinsèque (indépendante du système de coordonnées) suivante :

$$\vec{E}(M)=\frac{1}{4\pi\epsilon_0 OM^5}(3(\vec{p}.\vec{OM})\vec{OM}-OM^2\vec{p})$$

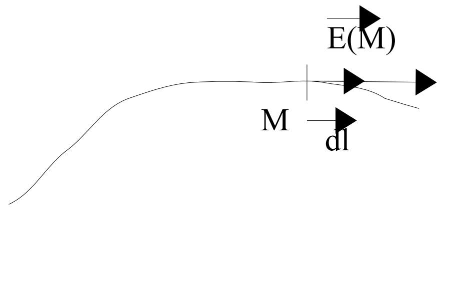
2- Champ et potentiel électrostatiques s'expriment en fonction du moment dipolaire $\vec{p}$. Le moment dipolaire est la grandeur caractéristique du dipôle .

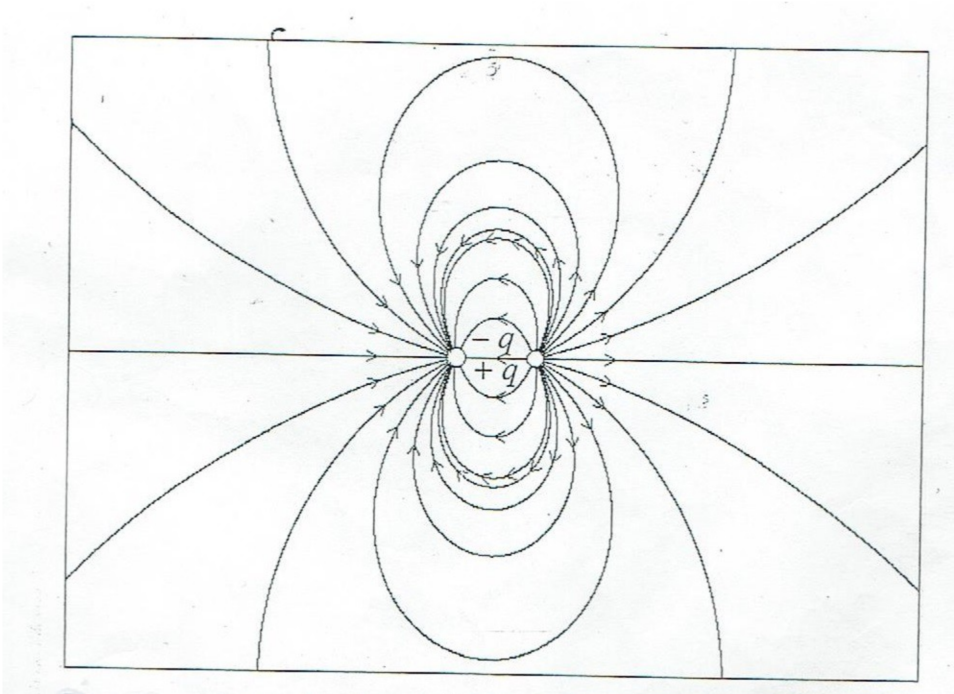
3- Le potentiel créé par un dipôle décroît en $\frac{1}{r^2}$, le champ en $\frac{1}{r^3}$ alors que pour une charge ponctuelle ils décroissent en $\frac{1}{r}$ et en $\frac{1}{r^2}$: les effets d'un dipôle se font ressentir à moins grande distance que ceux d'une charge seule .

III- Lignes de champ et équipotentielles :

1- Equation des lignes de champ :

Les lignes de champ sont des lignes tangentes en chacun de leur point au vecteur champ en ce point



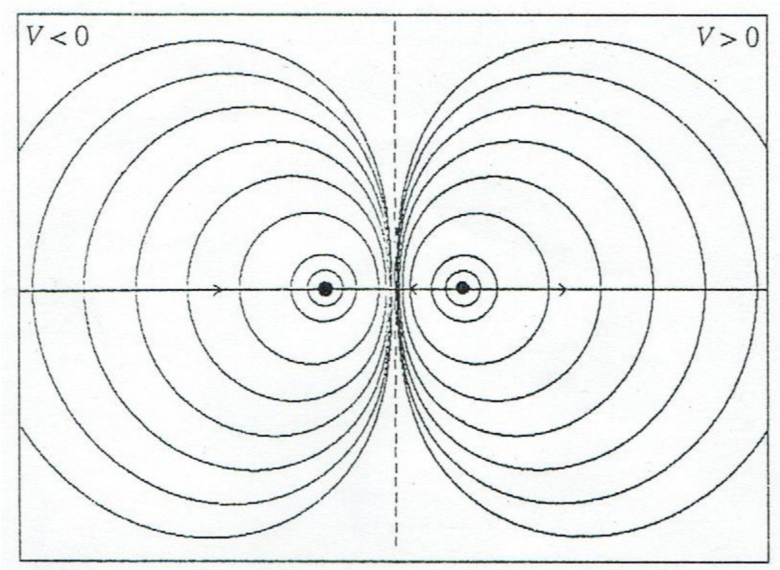


Le plan $\theta=\frac{\pi}{2}$ est un plan d'antisymétrie de la distribution de charges , en un point M de ce plan $\vec{E}(M)$ est orthogonal à ce plan et est donc dirigé selon $\vec{u}_z$.
Le plan $\theta=0$ est un plan de symétrie de la distribution de charges , en un point M de ce plan $\vec{E}(M)$ appartient à ce plan c'est à dire selon $\vec{u}_z$.
Les lignes de champ sont ouvertes, elles partent de la charge positive et convergent vers la charge négative .

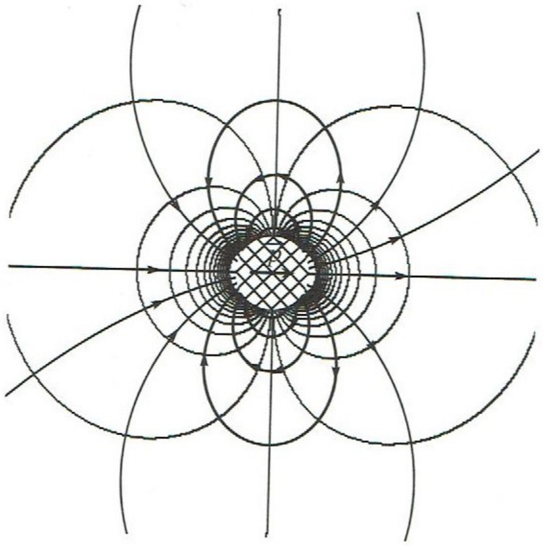
<u>2- Equipotentielles :</u>
Ensemble des points M tels que V(M) = cste .

$V_0=\frac{p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ Ce qui donne pour équation $r=K\sqrt{|\cos\theta|}$

Le signe de $\cos\theta$ reste le même sur une équipotentielle .
Si Vo > 0 , $\cos\theta>0$ c'est à dire $\theta\in[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$
L'équipotentielle – Vo se déduit de l'équipotentielle Vo par symétrie par rapport au plan médiateur .
$|V_0|$ augmente lorsque r diminue .



Lignes de champ et équipotentielles : les lignes de champ sont normales aux équipotentielles en leur point d'intersection et sont dirigées selon les potentiels décroissants .



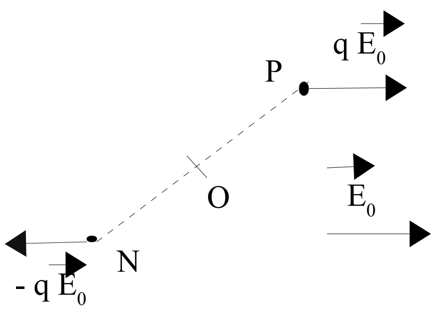
IV Action d'un champ extérieur sur un dipôle :

1- Cas d'un champ uniforme :

On s'intéresse aux actions subies par un dipôle plongé dans un champ extérieur uniforme $\vec{E}_{ext}=\vec{E}_0$

a- Résultante :

La résultante des forces qui s'exercent sur un dipôle électrostatique est la somme des forces qui s'exercent sur chacune des charges .



La résultante des actions mécaniques subies par un dipôle électrostatique plongé dans un champ extérieur uniforme est nulle .

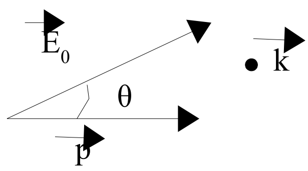
b- Moment :

Calculons le moment en O qui est égal à la somme des moments en O des forces exercées sur chaque particule .

Le moment est non nul et indépendant du point où on le calcule : le torseur des actions mécaniques est donc un couple de moment $\vec{\Gamma} = \vec{P} \wedge \vec{E}_0$.

c- Action d'un champ extérieur uniforme sur un dipôle :

On note θ l'angle entre $\vec{p}\ et\ \vec{E}_0$ et $\vec{k}$ un vecteur unitaire perpendiculaire à $\vec{p}\ et\ \vec{E}_0$.

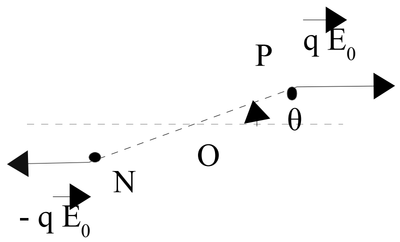


Le dipôle sera à l'équilibre dans le champ extérieur si $\vec{\Gamma} = \vec{0}$ donc si $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$.

Etude de la stabilité des positions d'équilibre :

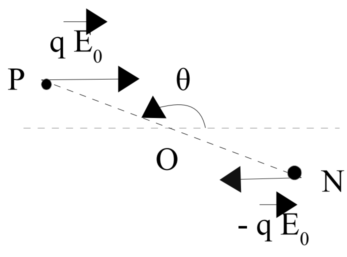
On suppose que l'on écarte légèrement le dipôle de sa position d'équilibre et on étudie l'évolution de ce dernier .

→ $\theta = 0$:



Les forces s'exerçant sur les deux charges tendent à ramener celui-ci dans sa position d'équilibre, **la position $\theta = 0$ est donc une position d'équilibre stable .**

→ $\theta = \pi$ **:**



Les forces s'exerçant sur les deux charges tendent à éloigner celui-ci dans sa position d'équilibre, **la position $\theta = \pi$ est donc une position d'équilibre instable .**

Plongé dans un champ électrostatique uniforme un dipôle électrostatique tend à s'aligner dans le sens du champ extérieur appliqué .

2- Cas d'un champ extérieur non uniforme : $\vec{E}_{ext}(M)=\vec{E}(M)$

a- Résultante :

$\vec{R}=q\vec{E}(P)-q\vec{E}(N)\neq\vec{0}$

Les dimensions du dipôle étant faibles par un développement du champ en N et P, on aboutie à une expression de $\vec{R}$ sous la forme $\vec{R}=(\vec{p}.\vec{grad})\vec{E}$ (non exigible) .

Remarques :

→ en coordonnées cartésiennes : $\vec{R}=(\vec{p}.\vec{grad})\vec{E}=(p_x\frac{\partial}{\partial x}+p_y\frac{\partial}{\partial y}+p_z\frac{\partial}{\partial z})\vec{E}$

$$\vec{R}=(p_x\frac{\partial E_x}{\partial x}+p_y\frac{\partial E_x}{\partial y}+p_z\frac{\partial E_x}{\partial z})\vec{u}_x+(p_x\frac{\partial E_y}{\partial x}+p_y\frac{\partial E_y}{\partial y}+p_z\frac{\partial E_y}{\partial z})\vec{u}_y+(p_x\frac{\partial E_z}{\partial x}+p_y\frac{\partial E_z}{\partial y}+p_z\frac{\partial E_z}{\partial z})\vec{u}_z$$

→ Dans le cas d'un dipôle rigide, c'est à dire un dipôle dont la norme du moment dipolaire est constante alors $\vec{R}=\vec{grad}(\vec{p}.\vec{E})$. Peut être retrouvé à partir de l'énergie potentielle définie dans le paragraphe suivant .

b- Moment :

Posons $\vec{E}(N)=\vec{E}(O)+\delta\vec{E}(N)$ et $\vec{E}(P)=\vec{E}(O)+\delta\vec{E}(P)$

Le moment en O vaut :

En ne gardant que les termes d'ordre 0, on retrouve la même expression du moment que dans le cas du champ uniforme . $\vec{\Gamma}\approx\vec{p}\wedge\vec{E}(O)$.

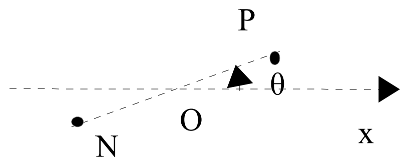
c- Actions d'un champ non uniforme :

L'effet d'un champ non uniforme dépend de la résultante et du moment qui s'exerce sur le dipôle .

Le moment tend comme précédemment à orienter le dipôle dans le sens du champ extérieur . Ce sera l'action principale exercée par la champ extérieur .
La résultante tend, quant à elle, à attirer le dipôle vers les zones de champ intense .

3-Energie potentielle d'un dipôle rigide dans un champ électrostatique extérieur :

Prenons par exemple, le cas d'un champ extérieur uniforme $\vec{E}_{ext}=\vec{E}_0=E_0\vec{ux}$



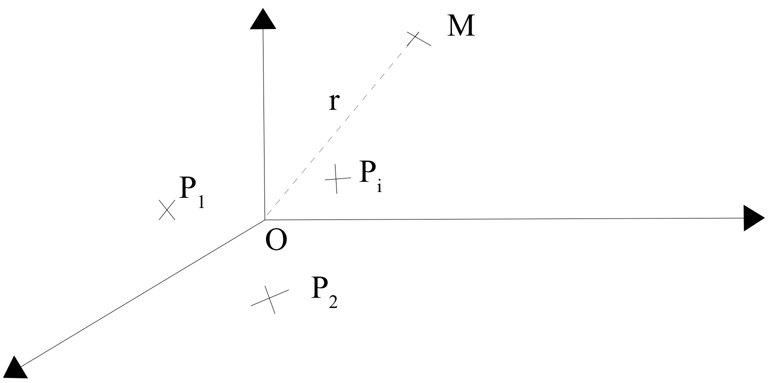
L'expression ci-dessus se généralise (à l'ordre 0 pour un champ non uniforme) .

L'énergie potentielle d'un dipôle rigide dans un champ extérieur $\vec{E}$ est : $E_P = -\vec{p}.\vec{E}$.

Cette énergie correspond à l'énergie que doit fournir un opérateur extérieur pour amener le dipôle rigide depuis l'infini jusqu'à sa position actuelle .

Remarque :
On peut retrouver les positions d'équilibre à partir de l'énergie potentielle .
$E_P = -p\,E\cos\theta$ où θ est l'angle entre $\vec{p}$ et $\vec{E}$.
A l'équilibre l'énergie potentielle est extrémale ce qui correspond à $\theta=0$ et $\theta=\pi$.
Pour $\theta=0$ l'énergie potentielle est minimale, cette position d'équilibre est stable .
Pour $\theta=\pi$ l'énergie potentielle est maximale, cette position d'équilibre est instable .

V Approximation dipolaire- Applications :
On considère un ensemble de charges qi placées en des points Pi .
On pose $OP_1 = a_i$, OM = r , ai << r .



Rappel :
DL $(1+x)^{\frac{-1}{2}} = 1 - \frac{x}{2} + \frac{3}{8}x^2 + o(x^2)$

1- Potentiel à grande distance :

$$V(M) = \sum_i V_i(M) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 P_i M}$$
$$\frac{1}{P_i M} = (\|\vec{P_iO} + \vec{OM}\|^2)^{\frac{-1}{2}} = (a_i^2 + r^2 - 2\,\vec{OP_i}.\vec{OM})^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{r}\left(1 - 2\frac{\vec{OP_i}.\vec{OM}}{r^2} + \frac{a_i^2}{r^2}\right)^{\frac{-1}{2}}$$
$$\frac{1}{P_i M} = \frac{1}{r}\left[1 + \frac{\vec{OP_i}.\vec{OM}}{r^2} - \frac{a_i^2}{2r^2} + \frac{3}{8}\left(\frac{4*(\vec{OP_i}.\vec{OM})^2}{r^4}\right)\right]$$

D'où V(M) peut s'écrire comme la somme de trois termes :
$$V(M) = V_0(M) + V_1(M) + V_2(M)$$

Avec $V_0(M) = \frac{\sum_i q_i}{4\pi\epsilon_0 r}$, $V_1(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{OM}.(\sum_i q_i \vec{OP_i})}{r^3}$

$$V_2(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sum_i (3q_i(\vec{OP_i}.\vec{OM})^2 - q_i a_i^2 r^2)}{2r^5}$$

2- Distribution unipolaire :

Si $\sum_i q_i \neq 0$ le terme prépondérant est $V_0(M)$.

En prenant le point O comme barycentre des charges q_i , $\sum_i q_i \vec{OP_i} = \vec{0}$

La distribution se comporte, en première approximation, comme une charge ponctuelle de valeur $Q = \sum_i q_i$.

$\boxed{V(M) \approx \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r}}$ on dit qu'une telle distribution est unipolaire .

3- Distribution dipolaire :

Cas où $\sum_i q_i = 0$ et $\sum_i q_i \vec{OP_i} \neq 0$ le terme $V_1(M)$ est prépondérant .

Soit N le barycentre des charges négatives et P le barycentre des charges positives .

On pose $q = \sum_{i, q_i > 0} q_i = -\sum_{i, q_i < 0} q_i$

Le point N est tel que : $-q\vec{ON} = \sum_{i, q_i < 0} q_i \vec{OP_i}$ et le point P est tel que $q\vec{OP} = \sum_{i, q_i > 0} q_i \vec{OP_i}$.

$$\sum_i q_i \vec{OP_i} = \sum_{i, q_i > 0} q_i \vec{OP_i} + \sum_{i, q_i < 0} q_i \vec{OP_i} = q(\vec{OP} - \vec{ON}) = q\vec{NP}$$

On pose $\boxed{\vec{p} = q\vec{NP}}$, on a $\boxed{V_1(M) \approx \frac{\vec{p}.\vec{OM}}{4\pi \epsilon_0 r^3}}$

La distribution est équivalente à deux charges opposées q et – q placées aux barycentres P et N des charges positives et négatives , le système est équivalent à un dipôle de moment $\vec{p} = q\vec{NP}$, la distribution est dite dipolaire .

4- Distribution quadripolaire :

$\sum_i q_i = 0$ et si N et P sont confondus $\sum_i q_i \vec{OP_i} = 0$ d'où $V(M) \approx V_2(M)$

La distribution est dite quadripolaire .

5- Application aux molécules polaires :

a- Moment dipolaire permanent :

Dans leur état fondamental, les atomes sont neutres et les barycentres des charges positives et négatives sont confondus donc $\sum_i q_i = 0$ et $\vec{p} = \vec{0}$. La distribution est donc quadripolaire .

Les molécules sont globalement neutres mais peuvent présenter un moment dipolaire non nul . En effet la disposition spatiale des atomes et/ou leur différence des propriétés les rendent dissymétriques : les barycentres des charges positives et des charges négatives peuvent ne pas être confondus . Dans ce cas, on a une distribution dipolaire . On parle alors de moment dipolaire permanent .

Les moments dipolaires sont d'autant plus grands que la molécule est dissymétrique .

Exemples : $\mu(H_2O) = 1{,}85$ D $\mu(CO) = 0{,}11$ D $\mu(HCl) = 1{,}08$ D

B- Moment dipolaire induit :

Sous l'action d'un champ électrique un atome ou une molécule qui ne possède pas de moment dipolaire peut en acquérir un (déplacement des barycentres des charges positives et négatives) : on parle de moment dipolaire induit .

Dans le cas où le moment dipolaire n'est pas trop intense , le moment dipolaire induit est proportionnel au champ électrique $\vec{p} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}$ où α est le coefficient de polarisabilité, la molécule est dite polarisable .

Rem : dans le cas où une molécule possède un moment dipolaire permanent , le moment dipolaire induit est toujours plus faible .