FREINAGE AVION

(1) J'isole l'ensemble $\{1,2,3\}$ qui est soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $0 \to 3$
- $0 \to 2$
- $pdo \to 1$

1° J'écris le th. des moments en A_G et en projection sur $\vec{z_0}$:

$$\underbrace{\vec{M}_{A_G, 0\to 3}\cdot\vec{z_0}}_{=0} + \vec{M}_{A_G, 0\to 2}\cdot\vec{z_0} + \vec{M}_{A_G, pdo\to 1}\cdot\vec{z_0} = 0$$

$$\bullet\ \vec{M}_{A_G,0\to 2}\cdot\vec{z_0} = \cancel{\vec{M}_{A_D,0\to 2}\cdot\vec{z_0}} + \left[\vec{A_G A_D}\wedge\left(X_{02}\cdot\vec{x_0} + Y_{02}\cdot\vec{y_0}\right)\right]\cdot\vec{z_0}$$
$$= \left[(x_1+x_2)\cdot\vec{x_0}\wedge\left(X_{02}\cdot\vec{x_0} + Y_{02}\cdot\vec{y_0}\right)\right]\cdot\vec{z_0}$$
$$= (x_1+x_2)\cdot Y_{02}$$

$$\bullet\ \vec{M}_{A_G, pdo\to 1}\cdot\vec{z_0} = \cancel{\vec{M}_{G,pdo\to 1}\cdot\vec{z_0}} + \left[\vec{A_G G}\wedge\left(-M\cdot g\cdot\vec{y_0}\right)\right]\cdot\vec{z_0}$$
$$= \left[\left[\left(\frac{D}{2}+h\right)\cdot\vec{y_0} + x_1\cdot\vec{x_0}\right]\wedge\left(-M\cdot g\cdot\vec{y_0}\right)\right]\cdot\vec{z_0}$$
$$= -x_1\cdot M\cdot g$$

D'où $\boxed{Y_{02} = \dfrac{x_1}{x_1+x_2}\cdot M\cdot g}$ $\simeq$ 118 kN

2° J'écris le th. des moments en A_D et en projection sur $\vec{z_0}$: on obtient après calculs :

$$\boxed{Y_{03} = \frac{x_2}{x_1+x_2}\cdot M\cdot g} \simeq 471 \text{ kN}$$

(2) Il y a plus de roues à l'arrière pour mieux répartir la charge plus importante : $Y_{03} \simeq 4\cdot Y_{02}$.

(3) Je reprends la même méthode qu'à la q° 1 (mais en dynamique) :

1° $\vec{M}_{A_G,0\to 3}\cdot\vec{z_0} + \vec{M}_{A_G,0\to 2}\cdot\vec{z_0} + \vec{M}_{A_G,pdo\to 1}\cdot\vec{z_0} = \vec{\delta}_{A_G,\{1,2,3\}/0}\cdot\vec{z_0}$

Avec : $\vec{\delta}_{A_G,\{1,2,3\}/0}\cdot\vec{z_0} = \vec{\delta}_{A_G,1/0}\cdot\vec{z_0} + \vec{\delta}_{A_G,2/0}\cdot\vec{z_0} + \vec{\delta}_{A_G,3/0}\cdot\vec{z_0}$

où $\vec{\delta}_{A_G,1/0}\cdot\vec{z_0} = \vec{\delta}_{G,1/0}\cdot\vec{z_0} + \left(\vec{A_G G}\wedge\vec{Rd}_{1/0}\right)\cdot\vec{z_0}$

et $\bullet\ \vec{\delta}_{G,1/0}\cdot\vec{z_0} = \dfrac{d}{dt}\left[\vec{\sigma}_{G,1/0}\right]_0\cdot\underbrace{\vec{z_0}}_{\text{const.}} + \left(M\cdot\underbrace{\vec{V}_{G/0}\wedge\vec{V}_{G\in 1/0}}_{=\vec{0} \text{ car } \hat{m} \text{ vitesses}}\right)\cdot\vec{z_0}$

$$= \frac{d}{dt}\left[\vec{\sigma}_{G,1/0}\cdot\vec{z_0}\right]$$

$$\vec{\sigma}_{G,1/0}\cdot\vec{z_0} = \big(\underbrace{I_G(1)\cdot\vec{\Omega}_{1/0}}_{=\vec{0}\ \text{car solide en translat°}}\big)\cdot\vec{z_0} + \big(M\cdot\cancel{\vec{GG}}\wedge\vec{V}_{G\in1/0}\big)\cdot\vec{z_0} = 0$$

$$\text{donc}\quad \vec{\delta}_{G,1/0}\cdot\vec{z_0} = 0$$

- $$\vec{Rd}_{1/0} = M\cdot\frac{d}{dt}\Big[\underbrace{\vec{V}_{G\in1/0}}_{=V\cdot\vec{x_0}}\Big]_0$$

$$= M\cdot\dot{V}\cdot\vec{x_0} = M\cdot a_0\cdot\vec{x_0}$$

On a donc : $$\vec{\delta}_{A_G,1/0}\cdot\vec{z_0} = \underbrace{\vec{\delta}_{G,1/0}\cdot\vec{z_0}}_{=\vec{0}} + \Big[\Big(\big(\tfrac{D}{2}+h\big)\cdot\vec{y_0} + x_1\cdot\vec{x_0}\Big)\wedge\big(M\cdot a_0\cdot\vec{x_0}\big)\Big]\cdot\vec{z_0}$$

$$= -\Big[\frac{D}{2}+h\Big]\cdot M\cdot a_0$$

On a aussi : $$\vec{\delta}_{A_G,2/0}\cdot\vec{z_0} = \frac{d}{dt}\Big[\vec{\sigma}_{A_G,2/0}\Big]_0\cdot\vec{z_0} + \Big[\underbrace{m_2}_{=0\ \text{car masse négligée}}\cdot\vec{V}_{A_G/0}\wedge\vec{V}_{G_2\in2/0}\Big]\cdot\vec{z_0}$$

$$\text{Et}\quad \vec{\sigma}_{A_G,2/0} = \underbrace{I_{A_G}(2/0)}_{=0\ \text{car masse négligée}}\cdot\vec{\Omega}_{2/0} + \underbrace{m_2\cdot\vec{A_GG_2}\wedge\vec{V}_{G_2\in2/0}}_{=0}$$

> **À RETENIR :** Dire que : • les masses et inerties sont négligées,
> • ou que les effets dynamiques sont négligés
> signifie que le torseur dynamique (de la pièce concernée) est nul !

On a donc aussi $\vec{\delta}_{A_G,3/0}\cdot\vec{z_0} = 0$ donc $\vec{\delta}_{A_G,\{1,2,3\}/0}\cdot\vec{z_0} = -\left(\frac{D}{2}+h\right)\cdot M\cdot a_0$

D'où $$\boxed{Y_{02} = \frac{x_1}{x_1+x_2}\cdot M\cdot g - \frac{D/2+h}{x_1+x_2}\cdot M\cdot a_0}$$

2. Après calculs, on obtient : $\vec{\delta}_{A_D,\{1,2,3\}/0}\cdot\vec{z_0} = -\left(\frac{D}{2}+h\right)\cdot M\cdot a_0$

D'où $$\boxed{Y_{03} = \frac{x_2}{x_1+x_2}\cdot M\cdot g + \frac{D/2+h}{x_1+x_2}\cdot M\cdot a_0}$$

4 • Si $a_0 = 0\ m/s^2$, on retrouve le m̂ résultat.

• Si $a_0 > 0$, l'avion accélère : il y a transfert de masse/charge des roues avants vers les roues arrières.

• Si $a_0 < 0$, le transfert de charge va des roues arrières vers les roues avants.

5 J'isole les roues avant (2) soumises aux actions mécaniques extérieures suivantes : $0 \rightarrow 2$ et $1 \rightarrow 2$.

J'écris le th. des moments en B_D et en projection sur $\vec{z_0}$:

$$\underbrace{\vec{M}_{B_D,0\to2}\cdot\vec{z_0}} + \underbrace{\vec{M}_{B_D,1\to2}\cdot\vec{z_0}}_{=0\ (\text{pivot})} = \underbrace{\vec{\delta}_{B_D,2/0}\cdot\vec{z_0}}_{=0 \text{ car masse négligée}}$$

$$\text{et}\quad \vec{M}_{B_D,0\to2}\cdot\vec{z_0} = \cancel{\vec{M}_{A_D,0\to2}}\cdot\vec{z_0} + [\underbrace{\vec{B_DA_D}}_{-\frac{D}{2}\cdot\vec{y_0}} \wedge (X_{02}\cdot\vec{x_0} + Y_{02}\cdot\vec{y_0})]\cdot\vec{z_0}$$

$$= \frac{D}{2}\cdot X_{02}$$

D'où $X_{02} = 0$

6 J'isole $\{1, 2, 3\}$ soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $0 \to 3$
- $pds \to 1$
- $0 \to 2$

J'écris le th. des résultantes en projection sur $\vec{x_0}$:

$$\underbrace{\vec{R}_{0\to3}\cdot\vec{x_0}}_{=X_{03}} + \underbrace{\vec{R}_{0\to2}\cdot\vec{x_0}}_{=0} + \underbrace{\vec{R}_{pds\to1}\cdot\vec{x_0}}_{=0} = \vec{Rd}_{\{1,2,3\}/0}\cdot\vec{x_0}$$

$$\text{et}\quad \vec{Rd}_{\{1,2,3\}/0}\cdot\vec{x_0} = \vec{Rd}_{1/0}\cdot\vec{x_0} \quad (\text{masses négligées pour } 2\ \&\ 3)$$

$$= M\cdot a_0$$

D'où $X_{03} = M\cdot a_0$

7 J'isole 3 soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $0 \to 3$
- $1 \xrightarrow{piv.} 3$
- $1 \xrightarrow{frein} 3$

J'écris le th. des moments en B_G et en projection sur $\vec{z_0}$:

$$\underbrace{\vec{M}_{B_G,0\to3}\cdot\vec{z_0}}_{=\frac{D}{2}\cdot X_{03}} + \underbrace{\vec{M}_{B_G,1\xrightarrow{piv.}3}\cdot\vec{z_0}}_{=0} + \underbrace{\vec{M}_{B_G,1\xrightarrow{frein}3}\cdot\vec{z_0}}_{=C_f} = \underbrace{\vec{\delta}_{B_G,3/0}\cdot\vec{z_0}}_{=0}$$

On a donc $C_f = -\frac{D}{2}\cdot X_{03} = -\frac{D}{2}\cdot M\cdot a_0$

À la limite du glissement : $\left|\frac{X_{03}}{Y_{03}}\right| = f$ (ici : $Y_{03} > 0$ et $X_{03} < 0$)

$$\text{Donc}\quad -\frac{M\cdot a_0}{\frac{x_2}{x_1+x_2}\cdot M\cdot g + \frac{D/2+h}{x_1+x_2}\cdot M\cdot a_0} = f$$

Donc $-(x_1 + x_2) \cdot a_0 = f \cdot x_2 \cdot g + f \cdot (\frac{D}{2} + h) \cdot a_0$

D'où $\boxed{a_0 = - \dfrac{f \cdot x_2 \cdot g}{x_1 + x_2 + f \cdot (\frac{D}{2} + h)}} \simeq -7 \ m/s^2$

Dans ce cas : $C_f \simeq 1211$ kN.m !!!

On sait que :

$acc^\circ = a_0$

Donc $v = a_0 \cdot t + v_0$ (ici $v_0 = 240$ km/h $= 67$ m/s)

$x = \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2 + v_0 \cdot t + \cancel{x_0}$

On a $v = 0$ lorsque $t = -v_0/a_0$ et dans ce cas:

$x = \frac{1}{2} a_0 \cdot \frac{v_0^2}{a_0^2} + v_0 \cdot (-v_0/a_0)$

$\boxed{x = -\frac{1}{2} \cdot v_0^2/a_0} \simeq 317$ m

⑧ Avec $a = -3 \ m/s^2$, on a: $C_f \simeq 90$ kN.m

$x \simeq 750$ m