Mise en rotation d'un robot

1. Il y a roulement sans glissement en C donc :

$$\vec{V}_{C\in 2/0} = \vec{0}$$

Et $\vec{V}_{C\in 2/0} = \vec{V}_{C\in 2/1} + \vec{V}_{C\in 1/0}$

Où $\vec{V}_{C\in 2/1} = \vec{V}_{A\in 2/1} + \vec{CA} \wedge \vec{\Omega}_{2/1}$
$= \vec{0} + r.\vec{z}_{01} \wedge (\dot{\beta}.\vec{x}_1)$
$= r.\dot{\beta}.\vec{y}_1$

$\vec{V}_{C\in 1/0} = \vec{V}_{O\in 1/0} + \vec{CO} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$
$= \vec{0} - l_3.\vec{x}_1 \wedge (\dot{\theta}.\vec{z}_{01})$
$= l_3.\dot{\theta}.\vec{y}_1$

On a donc : $\underline{r.\dot{\beta} + l_3.\dot{\theta} = 0}$

2. $Ec(\Sigma/0) = Ec(1/0) + Ec(2/0) + Ec(\text{arbre moteur}/0)$
$+ Ec(\text{pièces mobiles du réducteur}/0)$

Avec : $\cdot\ Ec(1/0) = \frac{1}{2}.I_1.\dot{\theta}^2$

$\cdot\ Ec(2/0) = \frac{1}{2}.\left\{\begin{matrix}\vec{\Omega}_{2/0}\\ \vec{V}_{A\in 2/0}\end{matrix}\right\}_A \otimes \left\{\begin{matrix}\vec{P}_{2/0} = m_2.\vec{V}_{A\in 2/0}\\ \vec{\sigma}_{A,2/0}\end{matrix}\right\}_A$

Où $\vec{\Omega}_{2/0} = \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\beta}.\vec{x}_{12} + \dot{\theta}.\vec{z}_1$

$\vec{V}_{A\in 2/0} = \cancel{\vec{V}_{A\in 2/1}} + \vec{V}_{A\in 1/0} = \cancel{\vec{V}_{O\in 1/0}} + \vec{AO} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$
$= -(l_3.\vec{x}_1 + r.\vec{z}_{01}) \wedge (\dot{\theta}.\vec{z}_{01})$
$= l_3.\dot{\theta}.\vec{y}_1$

$\vec{V}_{A\in 2/0} . \vec{P}_{2/0} = m_2.(l_3.\dot{\theta})^2$

$\vec{\sigma}_{A,2/0} . \vec{\Omega}_{2/0} = \left[I_A(2).\vec{\Omega}_{2/0} + m_2.\vec{AA} \wedge \vec{V}_{A\in 2/0} \right] . \vec{\Omega}_{2/0}$
$= (I_A(2).\vec{\Omega}_{2/0}).\vec{\Omega}_{2/0}$

$$\vec{\sigma}_{A,2/0} \cdot \vec{\Omega}_{2/0} = \left[\begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & B_2 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_{12}, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} \cdot \begin{bmatrix} \dot\beta \\ 0 \\ \dot\theta \end{bmatrix}_1 \right] \cdot \vec{\Omega}_{2/0}$$

$$= \begin{bmatrix} A_2 \cdot \dot\beta \\ 0 \\ B_2 \cdot \dot\theta \end{bmatrix}_1 \cdot \left(\dot\beta \cdot \vec{x}_{12} + \dot\theta \cdot \vec{z}_1 \right)$$

$$= A_2 \cdot \dot\beta^2 + B_2 \cdot \dot\theta^2$$

On a donc :

$$E_c(2/0) = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot l_3^2 \cdot \dot\theta^2 + \frac{1}{2} \cdot A_2 \cdot \dot\beta^2 + \frac{1}{2} \cdot B_2 \cdot \dot\theta^2$$

- $E_c(\text{arbre moteur}/0) = \frac{1}{2} \cdot I_m \cdot \omega_m^2$

- $E_c(\text{pièces mobiles du réducteur}/0) = \frac{1}{2} \cdot I_r \cdot \omega_m^2$

Avec : $\dot\beta = r_{red} \cdot \omega_m$ et $\dot\theta = -\frac{r}{l_3} \cdot \dot\beta = -\frac{r}{l_3} \cdot r_{red} \cdot \omega_m$

On a donc :

$$E_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot \left[I_1 \cdot \frac{r^2}{l_3^2} \cdot r_{red}^2 + m_2 \cdot \cancel{l_3^2} \cdot \frac{r^2}{\cancel{l_3^2}} \cdot r_{red}^2 + B_2 \cdot \frac{r^2}{l_3^2} \cdot r_{red}^2 + A_2 \cdot r_{red}^2 + I_m + I_r \right] \cdot \omega_m^2$$

On a donc : $E_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot J_{eq} \cdot \omega_m^2$

Avec

$$\boxed{J_{eq} = I_m + I_r + \left(m_2 \cdot r^2 + (B_2 + I_1) \cdot \frac{r^2}{l_3^2} \right) \cdot r_{red}^2 + A_2 \cdot r_{red}^2}$$

2. J'isole l'ensemble Σ dont le bilan des puissances est :

P_{int} : $P_{motrice} = C_m \cdot \omega_m$

$P_{frottements} = -f \cdot \omega_m^2$

P_{ext} : $P_{pesanteur} = 0$ (centres d'inertie qui restent à la même altitude)

$P_{0 \to 2/0} = 0$ (roulement sans glissement)

$P_{0 \to 1/0} = 0$ (liaison parfaite : $P_{0 \leftrightarrow 1}$)

Le th. de l'énergie cinétique s'écrit :

$$C_m \cdot \cancel{\omega_m} - f \cdot \omega_m^{\cancel{2}} = J_{eq} \cdot \cancel{\omega_m} \cdot \dot{\omega}_m$$

D'où : $\underline{J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m + f \cdot \omega_m = C_m}$

3. On a ici $C_m = cte = C_{m0} \simeq 10$ mN.m.

Je sais que : $\omega_{m,final} = \dfrac{C_{m0}}{f}$

et je mesure $\omega_{m,final} \simeq 5$ tr/min $\simeq 0,52$ rad/s

donc $\| \; f = \dfrac{C_{m0}}{\omega_{m,final}} \simeq 0,02$ N.m/(rad/s)

Je sais aussi que : $t_{r5\%} = 3 . \tau = 3 . \dfrac{J_{eq}}{f}$

et je mesure $t_{r5\%} \simeq 0,55$ s

donc $\| \; J_{eq} = f . \dfrac{t_{r5\%}}{3} \simeq 3,5 . 10^{-3}$ kg.m²