SPE MP **2024-2025**

DM SCIENCES PHYSIQUES 5 / 2

<u>Exercice 1 :</u>*Passage d'une onde électromagnétique sur un dioptre*

A- Relation de dispersion

1- Rappeler les équations de Maxwell dans une région vide de courant et de charge. En déduire l'équation de propagation d'une onde électromagnétique, sa relation de dispersion, sa vitesse de phase. Le vide est-il dispersif ?

2- On admet que dans un milieu linéaire, homogène, isotrope et parfaitement transparent, tout se passe comme si l'on remplaçait dans la relation de dispersion précédente la permittivité du vide ε_0 par la grandeur $n^2\varepsilon_0$, appelée permittivité du milieu, où n est l'indice optique du milieu (n est un réel supérieur à 1). On rappelle que la valeur de l'indice optique d'un matériau varie avec la longueur d'onde λ_0 dans le vide. En déduire la nouvelle relation de dispersion et l'expression de la vitesse de phase. Le milieu est-il dispersif ?

B- Coefficients de réflexion et de transmission

On considère une onde électromagnétique monochromatique incidente polarisée rectilignement selon la direction $\vec{e}_y$ et se propageant dans la direction donnée par son vecteur d'onde $\vec{k}_i = k_{ix}\vec{e}_x + k_{iz}\vec{e}_z$. On note $i_1 = \left(\vec{e}_z, \vec{k}_i\right)$ l'angle d'incidence de cette onde sur le dioptre plan d'équation $z = 0$. Le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E}_i = E_0\vec{e}_y \exp(-j(\omega t - \vec{k}_i.\overrightarrow{OM}))$$

On note $k_0 = \dfrac{\omega}{c}$ le module de son vecteur d'onde dans le vide. Au passage du dioptre, cette onde donne naissance :

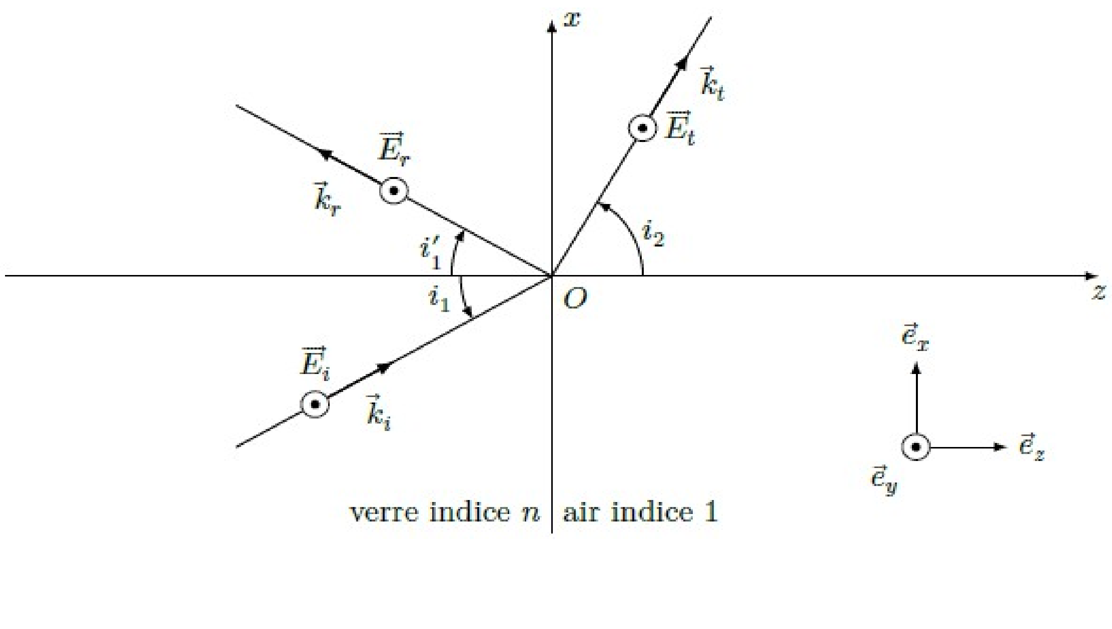
— à une onde réfléchie $\vec{E}_r = \underline{r}E_0\vec{e}_y \exp(-j(\omega t - \vec{k}_r.\overrightarrow{OM}))$,

— à une onde transmise (onde réfractée) $\vec{E}_t = \underline{t}E_0\vec{e}_y \exp(-j(\omega t - \vec{k}_t.\overrightarrow{OM}))$,

où $\underline{r}$ et $\underline{t}$ sont des nombres complexes appelées coefficients de réflexion et de transmission en amplitude.

De même, on note $\vec{k}_r = k_{rx}\vec{e}_x - k_{rz}\vec{e}_z$ et $\vec{k}_t = k_{tx}\vec{e}_x + k_{tz}\vec{e}_z$.

Enfin, on admet que les champs électriques et magnétiques sont continus à la traversée de ce dioptre.



3- Montrer que, en tout point du dioptre, $\exp(jk_{ix}x) + \underline{r}\exp(jk_{rx}x) = \underline{t}\exp(k_{tx}x))$

4- En déduire une relation notée (I.1) entre $\underline{r}$ et $\underline{t}$.

5- On admet que (I.1) conduit à l'égalité $k_{ix}= k_{rx} = k_{tx}$. En déduire les deux relations de Descartes portant sur les angles i_1, i'_1 et i_2.

6- À partir de l'étude du champ magnétique, trouver une deuxième équation notée (I.3) reliant $\underline{r}$ et $\underline{t}$.

La solution du système d'équation conduit à $\underline{r} = \dfrac{1-\underline{\upsilon}}{1+\underline{\upsilon}}$ et $\underline{t} = \dfrac{2}{1+\underline{\upsilon}}$, où l'on a posé $\underline{\nu} = \dfrac{k_{tz}}{k_{iz}}$, qui est éventuellement un nombre complexe. On remarque immédiatement qu'on n'a jamais $\underline{t} = 0$, même dans le cas d'une réflexion totale. Il y a toujours une onde électromagnétique transmise. Dans la suite de cette sous-partie, nous nous intéressons à la forme que prend cette onde transmise.

7- Expliciter les composantes du vecteur d'onde $\vec{k}_i$ en fonction de n, k_0 et i_1.

8- En remarquant que $k_{tz}^2 = k_0^2 - k_{tx}^2$, exprimer k_{tz}^2 en fonction de n, k_0 et i_1. En déduire l'expression de k_{tz} (on distinguera deux cas). Écrire le champ électrique transmis complexe dans les deux cas (sans chercher à expliciter $\underline{t}$).

9- Quelle est la forme de l'onde transmise dans le cas d'une réflexion totale au sens de l'optique géométrique ? Comment la qualifie-t-on *? Exprimer la longueur typique, notée δ,* de pénétration de cette onde dans la direction $\vec{e}_z$. Expliquer qualitativement pourquoi il n'y pas, en moyenne, de puissance propagée dans la direction $\vec{e}_z$.

<u>Exercice 2 :</u> Biréfringence du Scotch

Le Scotch® est un milieu *biréfringent*, c'est-à-dire que son indice de réfraction n'est pas unique : il dépend de la direction de polarisation de l'onde lumineuse qui le traverse. Pour la suite, on considère un morceau de Scotch® assimilé à une lame plane à faces parallèles, orthogonales à l'axe Oz d'épaisseur *e*. On envoie sur cette lame une onde lumineuse plane, progressive se propageant dans le sens des z croissants, monochromatique, polarisée rectilignement, et on admet que :

− pour une polarisation rectiligne selon Ox , l'onde se propage à la vitesse $v_0 = \dfrac{c}{n_0}$ dans la lame, sans changer de direction de polarisation ;

− pour une polarisation rectiligne selon Oy , l'onde se propage à la vitesse $v_e = \dfrac{c}{n_e}$ dans la lame, avec $n_e = n_0 + \Delta n$, sans changer de direction de polarisation.

Les axes Ox et Oy sont appelés *lignes neutres* de la lame.
L'origine de l'axe est choisie au niveau de la face d'entrée de la lame. On néglige tout phénomène de réflexion partielle au niveau des faces de la lame.

1- En notation complexe, le champ électrique associé à l'onde incidente (dans le domaine z < 0) s'écrit

$\underline{\vec{E}}(M,t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k}.\vec{OM})}$, où ω est la pulsation de l'onde et $\vec{E}_0$ un vecteur constant.

a- Exprimer le vecteur d'onde $\vec{k}$ correspondant à la situation étudiée.

b- Justifier que les vecteurs $\vec{k}$ et $\vec{E}_0$ sont nécessairement orthogonaux entre eux.

2- On suppose dans cette question que l'onde incidente est polarisée rectilignement selon Ox. Expliciter, en notation complexe, le champ électrique associé à l'onde au niveau de la face de sortie de la lame (en $z = e$), puis en un point quelconque du domaine z > e.

3- L'onde incidente est désormais polarisée rectilignement selon la première bissectrice des axes Ox et Oy : $\vec{E}_0 = \dfrac{E_0}{\sqrt{2}}(\vec{u}_x + \vec{u}_y)$ (avec $E_0 = \|\vec{E}_0\|$) .

a- En admettant que la biréfringence du Scotch® est un phénomène linéaire, donner en notation complexe l'expression du champ électrique obtenu dans le domaine $z > e$.

b- Après avoir traversé la lame, l'onde est-elle toujours polarisée rectilignement ?

c- Montrer que, si $\Delta n e = p\lambda$ avec p un entier et λ la longueur d'onde de l'onde dans le vide, l'onde émergente est polarisée rectilignement dans la même direction que l'onde incidente.