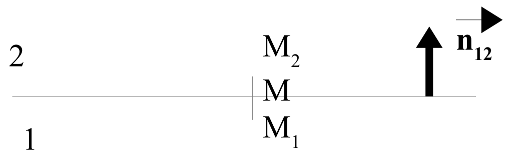
DM SCIENCES PHYSIQUES N°7 .

Rédiger sur feuille les exercices d'induction non traités et traiter le problème suivant .

<u>Donnée :relations de passage du champ électromagnétique de part et d'autre d'une surface chargée</u>

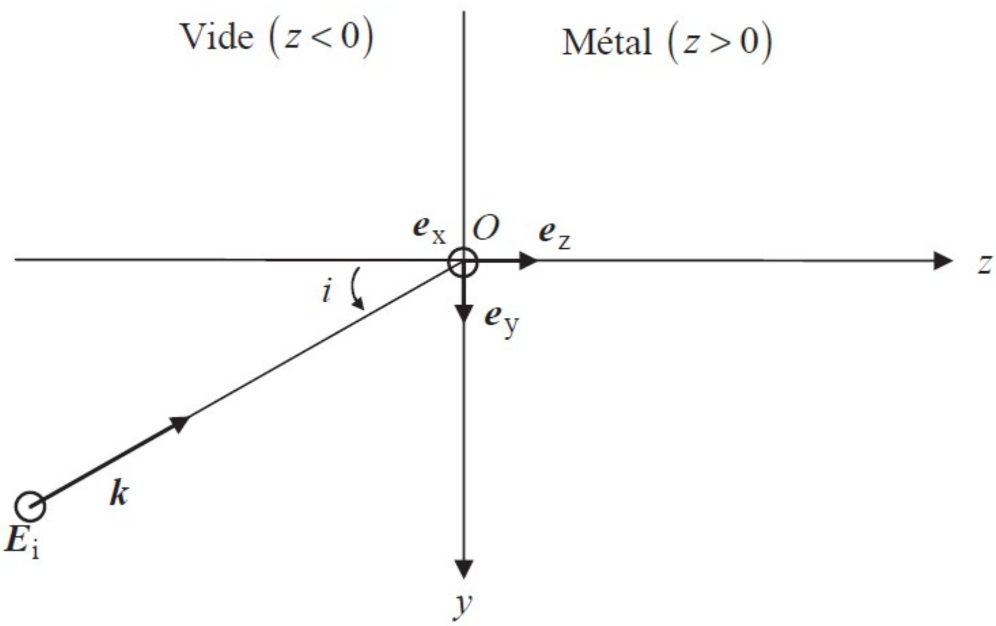


$\vec{E}(M_2)-\vec{E}(M_1)=\frac{\sigma(M)}{\epsilon_0}\vec{n_{12}}$ M_1 et M_2 étant deux points infiniment voisins de M respectivement situés dans les milieu 1 et 2 et σ (M) la densité surfacique de charge au point M .

$\vec{rot}(\vec{rot}\,\vec{A})=\vec{grad}$ (div $\vec{A}$) - $\vec{\Delta}\vec{A}$

A- Réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait :

Dans l'espace , défini par le repère (O, x , y , z), une onde plane électromagnétique, progressive, sinusoïdale, monochromatique de pulsation w et polarisée rectilignement suivant Ox arrive avec l'incidence i sur l'interface en z= 0 séparant le vide ($z < 0$) d'un milieu conducteur métallique parfait non chargé ($z > 0$) de permittivité et perméabilité assimilables respectivement à $\epsilon_0=8{,}85.10^{-12}\,F.m^{-1}$ et $\mu_0=4\pi.10^{-7}\,H.m^{-1}$. On s'intéresse aux champs complexes caractérisant les ondes .



1- Onde incidente :

a- Rappeler ce qu'est une onde progressive .

b- Déterminer les composantes du vecteur d'onde de l'onde incidente .

c- Ecrire, en notation complexe, en un point M du vide repéré par ses coordonnées cartésiennes x,y et z< 0 et à un instant t donné, l'expression du champ électrique $\underline{\vec{E}_i}(M,t)$. On notera E_0 son amplitude, on prendra une phase à l'origine de l'espace et du temps nulle et on prendra la convention $\exp[-j(wt-\phi)]$ avec j² = -1 . .
d- Déduire des équations de Maxwell, la relation de structure de l'onde .
e- Ecrire, en notation complexe, l'expression du champ magnétique $\underline{\vec{B}_i}(M,t)$ associé à $\underline{\vec{E}_i}(M,t)$. Quelle est la direction de polarisation de $\underline{\vec{B}_i}(M,t)$?
f- Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{R}_i$ de l'onde incidente . Quelle est sa valeur moyenne temporelle . Quelle est la direction de $\vec{R}_i$? Justifier .

2- Onde réfléchie :

a- Après avoir énoncé les lois de Descartes pour la réflexion, déterminer l'expression du vecteur d'onde $\vec{k}_r$ de l'onde réfléchie . On suppose que l'onde réfléchie est plane monochromatique, de même pulsation que l'onde incidente .
b- Donner l'expression générale en M et à l'instant t, du champ électrique $\underline{\vec{E}_r}(M,t)$ de l'onde réfléchie , d'amplitude complexe $\underline{\vec{E}_{0r}}$. Que dire de $\underline{\vec{E}_{0r}}$ étant donné que l'onde réfléchie est plane .
c- En déduire l'expression générale du champ magnétique $\underline{\vec{B}_r}(M,t)$.
d- Rappeler les propriétés d'un conducteur parfait . Ecrire les relations de passage sur l'interface vide-conducteur, en déduire l'expression de $\underline{\vec{E}_{0r}}$, en fonction notamment de E_0 .
e- Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{R}_r$ de l'onde réfléchie . Quelle est sa valeur moyenne ? Quelle est la direction de $\vec{R}_r$? Justifier . Comparer $\langle\|\vec{R}_r\|\rangle$ avec $\langle\|\vec{R}_i\|\rangle$, interpréter .

3- Onde résultante .

a- Déterminer les expressions des champs réels résultants électrique $\vec{E}_t$ et magnétique $\vec{B}_t$ dans le vide . Décrire précisément l'onde résultante . Déterminer l'expression de sa vitesse de phase .
b- Déterminer l'expression du vecteur de Poynting résultant $\vec{R}_t$ ainsi que sa valeur moyenne temporelle . Commenter .

B- Courant dans un conducteur en régime variable .

Le conducteur métallique ci-dessus n'est plus supposé parfait mais possède une conductivité γ , ce dernier paramètre intervenant dans la loi d'Ohm locale . Ce conducteur est le siège d'un courant volumique $\vec{J}$ sinusoïdal de pulsation élevée w . On admet que la loi d'Ohm liant le courant volumique et le nchamp électrique est vérifiée dans le domaine de fréquences considérées .

1- Ecrire les équations de Maxwell pour ce milieu non chargé .

2- Définir le courant de déplacement $\vec{J}_D$ et montrer qu'à très haute fréquence, son amplitude est négligeable devant celle du courant de conduction $\vec{J}$. Pour cela on prendra l'exemple du cuivre de conductivité $\gamma=5{,}7.10^7\,S.m^{-1}$ à la fréquence $\nu=100\,MHz$. On négligera par la suite le courant de déplacement dans le conducteur .

3- Montrer que $\vec{J}$ satisfait à une équation aux dérivées partielles de la forme $\vec{\Delta}\vec{J}-\alpha\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}=\vec{0}$, où α est une constante à déterminer en fonction de $\mu_0\, et\, \gamma$.

4- Le courant volumique $\vec{J}$ est parallèle à Oy et ne dépend que de z et de t .
a- Ecrire ol'équation aux dérivées partielles satisfaite par $\vec{J}(z,t)$.
b- Vérifier, qu'en notation complexe l'expression de $\underline{\vec{J}}(z,t)=J_0\exp(\frac{-z}{\delta})\exp[j(\frac{z}{\delta}-wt)]\vec{e}_y$ où $\delta\, et\, w$

sont des constantes .
c- Expliciter δ en fonction de $w , \mu_0 et \gamma$.
d- Calculer δ en utilisant les données numériques fournies au B-2 . Préciser son unité et conclure sur la pénétration du courant dans un conducteur à très haute fréquence .

5- Donner l'expression réelle de la densité volumique de courant dans le conducteur et en déduire l'expression du champ réel $\vec{E}(M,t)$ en tout point M du conducteur . Déterminer l'expression de la puissance moyenne < Pj > dissipée par effet Joule sur une période d'oscillation du champ et dans la totalité du conducteur en fonction de J_0 , des paramètres $\delta et \gamma$ et de la surface S du conducteur .