SPE MP

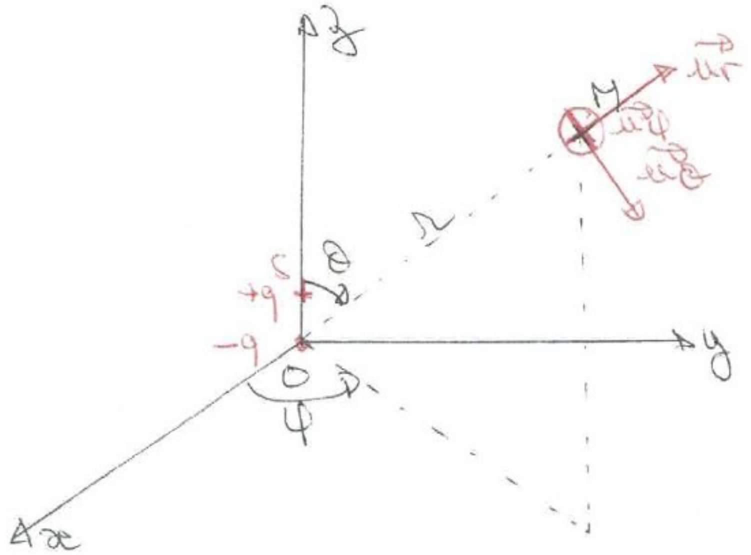
Champ rayonné à grande distance par un dipôle oscillant .
Diffusion d'une onde par une molécule .

A- Dipôle oscillant :

I- Sysème étudié et conditions d'étude :

1- Système étudié :

Nous étudierons dans ce chapitre un exemple simple de dispositif permettant de générer des ondes électromagnétiques .



Le système D étudié est constitué d'une charge - q immobile au point O origine du repère et d'une charge +q liée au point S et animée d'une mouvement de translation rectiligne le long de l'axe (Oz) . La position de la particule +q est telle que $z_S(t)=z_0\cos wt$. Ce système constitue un **dipôle oscillant** .

On peut associer à ce dipôle un moment $\vec{p}=q\vec{OS}=q\,z_0\cos wt\,\vec{u}_z=p_0\cos wt\,\vec{u}_z=p(t)\vec{u}_z$ avec $p_0=q\,z_0$.

On peut associer au dipôle un moment dipolaire complexe $\underline{\vec{p}}=p_0 e^{jwt}\vec{u}_z$

Remarque :

Ce système peut permettre de décrire les phénomènes liés à l'émission ou à l'absorption des ondes électromagnétiques :

→ l'émission de la lumière par les atomes : la charge fixe étant le noyau et la charge mobile, un électron qui transite entre différents niveaux d'énergie .

→ peut décrire un élément d'une antenne d'émission d'ondes hertziennes .

2- Approximations :

3 échelles de longueur coexistent :

→ la taille z_0 du dipôle .

→ la distance r à laquelle on étudie le champ rayonné .

→ la longueur d'onde λ du rayonnement considéré .

→ Dans la suite du chapitre, nous nous placerons dans la cadre de la physique classique, les particules sont supposées non relativistes .

$$v_S = \frac{dz_S}{dt} = -z_0 w \sin wt \qquad |v_S|_{max} = z_0 w \ll c$$

Or $\lambda = \frac{2\pi c}{w}$ $\qquad z_0 \ll \frac{c}{w} = \frac{\lambda}{2\pi}$ $\qquad$ d'où $\boxed{z_0 \ll \lambda}$

Remarque :
→ Emission de lumière par un atome : dimension d'un atome de l'ordre de $10^{-10} m$ longueur d'onde visible qqs dixième de µm : l'approximation précédente est bien vérifiée .
→ Pour les ondes hertziennes la longueur d'onde peut-être supérieure au mètre et donc peut-être du même ordre de grandeur que la dimension d'une antenne, le dipôle oscillant ne pourra représenter qu'un élément de l'antenne et les approximations faites dans les calculs seront différentes (cf TD) .

→ Zone de rayonnement :
On étudiera les effets du dipôle à une distance $\boxed{r \gg \lambda}$, on ne peut pas négliger les effets dues à la propagation .

→ $\boxed{r \gg z_0}$ on travaille à grande distance par rapport aux dimensions du dipôle .

Généralisation :
Un dipôle oscillant est un ensemble de charges électriques globalement t , de taille caractéristique a et de moment dipolaire $\vec{p}(t)$ tel que :
→ $\vec{p}(t)$ varie périodiquement avec une période T et a une valeur moyenne nulle
→ a << r où r est la distance entre le dipôle et le point où on calcule son champ électromagnétique .
→ a << λ où λ est la longueur d'onde associée à la période d'oscillation du moment dipolaire .

II- Champ électromagnétique rayonné :
Calcul HP .

1- Expression des champs rayonnés :
Compte tenu des approximations énoncées précédemment, les champs électromagnétiques ont pour expressions, dans la zone de rayonnement :

$$\vec{E}(M,t) = \frac{\mu_0 \sin\theta}{4\pi r}\frac{d^2p}{dt^2}\left(t-\frac{r}{c}\right)\vec{u}_\theta = \frac{-\mu_0 w^2 \sin\theta}{4\pi r} p_0 \cos(wt-kr)\vec{u}_\theta$$

$$\vec{B}(M,t) = \frac{\mu_0 \sin\theta}{4\pi r c}\frac{d^2p}{dt^2}\left(t-\frac{r}{c}\right)\vec{u}_\phi = \frac{-\mu_0 w^2 \sin\theta}{4\pi r c} p_0 \cos(wt-kr)\vec{u}_\phi$$

2- Interprétation :
a- Invariances et symétries :
→ Le dipôle est invariant par toute rotation autour de Oz , les champs sont donc indépendants de la variable ϕ .
Par contre, le système n'est pas invariant par rotation autour de O, les champs dépendent donc de la variable θ .
Le dipôle rayonne de manière anisotrope : les champs sont nuls dans les direction $\theta=0$ et $\theta=\pi$ et extremum dans le plan équatorial ($\theta=\frac{\pi}{2}$) .

→ Symétries :
Le plan contenant M et le dipôle est plan de symétrie, le champ $\vec{E}$ est donc contenu dans ce plan et $\vec{B}$ orthogonal à ce plan .

b- Analyse dimensionnelle :
Dim de B = dim de E / c

→ Pour vérifier la dimension de $\vec{B}$ comparons à une expression connue de B : pour un fil infini

$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $\quad [I]=A=C.s^{-1}$

Pour le dipôle : $B=\frac{\mu_0 \sin\theta}{4\pi r c}\frac{d^2p}{dt^2}(t-\frac{r}{c})$ $\quad [\frac{1}{c}\frac{d^2p}{dt^2}]=\frac{C.m}{s^2.m.s^{-1}}=C.s^{-1}$

L'expression donnée ci-dessus est bien homogène à un champ magnétique .

→ Pour E : pour une charge ponctuelle $E=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

Pour le dipôle $E=\frac{\mu_0 \sin\theta}{4\pi r}\frac{d^2p}{dt^2}(t-\frac{r}{c})=\frac{\sin\theta}{4\pi r \epsilon_0 c^2}\frac{d^2p}{dt^2}(t-\frac{r}{c})=\frac{r\sin\theta}{4\pi r^2\epsilon_0 c^2}\frac{d^2p}{dt^2}(t-\frac{r}{c})$

$[\frac{r}{c^2}\frac{d^2p}{dt^2}]=\frac{C.m^2}{m^2 s^{-2} s^2}=C$ l'expression donnée est bien homogène à un champ électrique .

c- Structure ondulatoire :

→ La dépendance en $t-\frac{r}{c}$ (ou en wt-kr) traduit une onde se propageant radialement depuis le point O (dans le sens du vecteur $\vec{u}_r$) à la vitesse c .
→ Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont orthogonaux à $\vec{u}_r$, les champs électrique et magnétique sont transverses .
→ De plus $\vec{B}=\frac{\vec{u}_r\wedge\vec{E}}{c}$

Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ présentent des propriétés analogues à celles des ondes planes mais le terme en $\frac{\sin\theta}{r}$ montre une structure différente de celles d'une onde plane ou d'une onde sphérique .

Cependant si on se place dans une région de faible extension spatiale autour d'un point M, on pourra négliger les variations du terme $\frac{\sin\theta}{r}$, un observera percevra donc une structure pour les champs identique à celle d'une onde plane polarisée rectilignement on dit que l'onde a une structure localement plane .

Généralisation :
L'onde rayonnée à grande distance par un dipôle oscillant de direction fixe a localement une structure d'onde plane et est polarisée rectilignement . La direction de polarisation appatient au plan contenant le point M et le moment dipolaire et est perpendiculaire à la direction de propagation .

d- Amplitude des champs et conservation de l'énergie :

→ Les champs décroissent en $\frac{1}{r}$ c'est à dire assez lentement : possibilité de communiquer par voie hertzienne .

→ La variation en $\frac{1}{r}$ est à mettre en liaison avec la conservation de l'énergie (milieu non absorbant) .

La puissance émise par le dipôle se répartit, après une même durée de propagation, sur une sphère. Au fur et à mesure de la propagation, le rayon et donc la surface de la sphère augmentent et donc la puissance rayonnée par unité de surface de la sphère est de plus en plus faible .

III- Puissance rayonnée :

IV- Rayonnement d'accélération – Diffusion :

$$p(t) = p_0 \cos wt \qquad \frac{d^2p}{dt^2} = -p_0 w^2 \cos wt = q\frac{d^2 z_S}{dt^2}$$

On appelle a(t) l'accélération de la particule q alors $< \left(\frac{d^2p}{dt^2}\right)^2 > = \frac{p_0{}^2 w^4}{2} = q^2 < a^2 >$

La puissance moyenne rayonnée peut alors s'exprimer en fonction de $< a^2 >$: $P = \frac{q^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} < a^2 >$

on obtient ainsi la formule de Larmor qui est valable pour toute particule chargée accélérée (non relativiste) .

Applications du rayonnement dipolaire :

– Formule de Larmor et rayonnement d'accélération :
  La formule de Larmor est valable pour toute particule chargée non relativiste , toute particule chargée accélérée rayonne donc le l'énergie électromagnétique c'est le rayonnement d'accélération . On peut à ainsi interpréter de nombreux phénomènes :
  * A l'intérieur d'un corps à la température T , les particules ont un mouvement désordonné lié à l'agitation thermique qui donne naissance à un rayonnement appelé rayonnement thermique .
  * Lorsque l'on bombarde la surface d'un solide avec un faisceau d'électrons , ceux-ci subissent à l'entrée dans le solide une forte variation de vitesse et rayonnent dans le domaine des rayons X .
  * Dans certains accélérateurs de particules , celles-ci ont un mouvement circulaire donc accéléré. Le rayonnement émis est appelé synchrotron (accélérateurs de particules) .

– Diffusion de Rayleigh et couleur du ciel :
  La terre , contrairement à la lune qui possède toujours un ciel noir , possède une atmosphère .Lorsqu'une onde électromagnétique émise par le soleil arrive sur un atome ou une molécule de l'atmosphère , elle excite ses électrons qui sont alors accélérés et rayonnent à leur tour une onde électromagnétique dans tout l'espace (de manière anisotrope) : c'est le processus de diffusion . Ce phénomène peut se répéter plusieurs fois . De puis le sol un observateur perçoit de la lumière provenant de toutes les directions du ciel .
  La couleur bleue du ciel provient grossièrement du terme $1 / \lambda^4$ dans l'expression de la puissance rayonnée . Comme $\lambda_{rouge} = 2\lambda_{bleu}$, la puissance que rayonne un dipôle par diffusion est 16 fois plus importante dans le bleu que dans le rouge : cela explique la couleur bleue du ciel .
  Au lever et au coucher du soleil , la lumière venant des zones plutôt proches du soleil est rouge .Au lever et coucher du soleil , l'épaisseur d'atmosphère traversée est plus importante car le soleil est alors bas sur l'horizon . Les rayons provenant des zones proches du soleil correspondent à des rayons incidents du soleil qui ont réussi à traverser l'atmosphère malgré la diffusion . Celle-ci étant plus efficace pour le bleu que pour le rouge , ces rayons se sont beaucoup plus affaiblis dans le bleu que dans le rouge : cette zone du ciel apparaît donc rouge .

B- Diffusion d'une onde électromagnétique polarisée rectilignement par une molécule : modèle de l'électron élastiquement lié :

Le but est de retrouver les résultats ci-dessus à l'aide du modèle de l'électron élastiquement lié .
On considère une molécule recevant une onde électromagnétique polarisée rectilignement issue d'une source externe (le soleil par exemple) . Ce champ électromagnétique met en vibration le nuage électronique de la molécule, la transformant en un dipôle oscillant qui émet une nouvelle onde appelée **onde diffusée** .

I- Modèle de l'électron élastiquement lié :

1- Hypothèses :

→ Nous étudions l'**action d'une onde électromagnétique monochromatique polarisée rectilignement** (selon l'axe (Oz) par exemple) sur une molécule électriquement neutre .
D'après les chapitres précédents nous avons vu que lorsqu'une onde progressive interagit avec des particules chargées, la force magnétique est négligeable devant la force électrique.
Nous ne considérons donc que l'action du champ électrique sur les électrons (les noyaux dont les masses sont beaucoup plus importantes sont supposés immobiles).
Enfin nous supposerons **le champ électrique incident uniforme à l'échelle de la molécule** ($\lambda \approx \mu m \gg d \approx 0{,}1\, nm$) : $\vec{E}=\vec{E}_0 \cos(\omega t)$.
→ Le poids est négligé .
→ Nous étudions le cas particulier d'une molécule qui comporte des noyaux chargés positivement de charge totale q = Ne et un nuage électronique de N électrons de charge totale -q = - Ne .
Soit P le barycentre des charges négatives et m la masse d'un électron . .
Au repos, le point P est confondu avec le barycentre des charges positives , de charge Ne, repéré par le point O. Hors équilibre, nous notons $\vec{r}$ le vecteur $\vec{OP}$.

→ Nous pouvons interpréter les phénomènes expérimentaux en postulant que le mouvement de P obéit à l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique amorti :

- **le nuage électronique est soumis à une force de rappel (de type ressort) de la part des noyaux** $\vec{F}_{rappel}=-k\,\vec{OP}=-k\,\vec{r}$
- il est soumis à une force de type frottement visqueux (lors de son déplacement, l'électron rayonne une énergie électromagnétique prélevée sur son énergie mécanique) :
  $\vec{F}_{visq}=-h\dfrac{d\,\vec{OP}}{dt}=-h\dfrac{d\,\vec{r}}{dt}$ avec h > 0

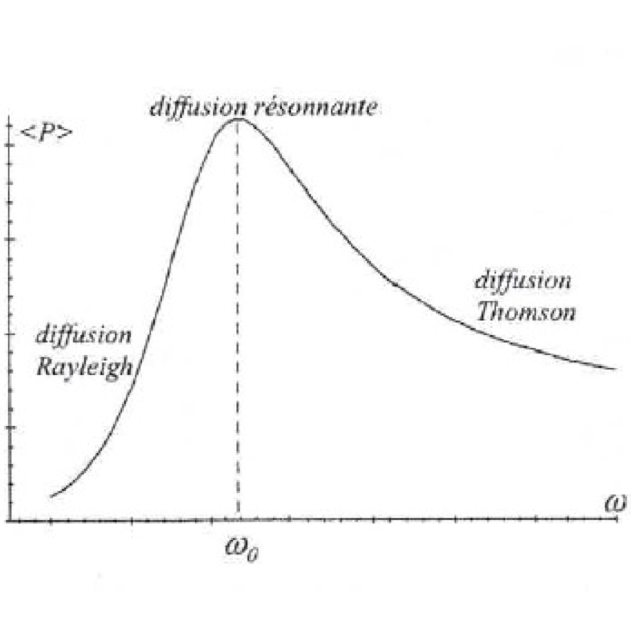
2- Mise en équation :

Appliquons la deuxième loi de Newton au nuage électronique :

II- Les différents types de diffusion :

1- Moment dipolaire et puissance moyenne diffusée :

On peut tracer les variations de la puissance moyenne rayonnée en fonction de la pulsation ω de l'onde incidente .



Remarque 1 :
La puissance diffusée est proportionnelle à N^2 car les les N ondes diffusées par les N électrons de la molécule sont en phase (cf maxi principaux pour les interférences à N ondes) .

Remarque 2 :
Comportement analogue à un filtre passe-haut avec résonance .

Remarque 3 : par un simple calcul, on obtient une pulsation de résonance $\omega_r=\dfrac{\omega_0}{\sqrt{1-\dfrac{1}{2Q^2}}}$ pour Q grand $\omega_r \approx \omega_0$

On peut distinguer trois domaines :
→ $\omega \ll \omega_0$ on se trouve dans le cas de la diffusion de Rayleigh
→ ω voisin de ω_0 la diffusion est dite résonante
→ $\omega \gg \omega_0$ on se trouve dans le cas de la diffusion de Thomson

2- Section efficace de diffusion :
Il est intéressant d'exprimer la puissance diffusée en fonction de l'éclairement de l'onde incidente (c'est à dire la norme moyenne du vecteur de Pynting qui représente la puissance moyenne surfacique)
$I_{inc}=\dfrac{\epsilon_0 c}{2} E_0{}^2$.
On définit **la section efficace de diffusion** $\sigma(\omega)$ la grandeur homogène à une surface qui est telle que :
$\boxed{\langle P \rangle = \sigma(\omega) I_{inc}}$

3- Diffusion résonante :
On vaporise du sodium à l'état atomique par chauffage, avec un bec Bunsen, d'une ampoule à vide contenant un peu de sodium.
On éclaire ensuite cette vapeur atomique avec une lampe spectrale :
→ Avec une lampe à vapeur de mercure (contenant un doublet jaune λ_1 = 577 nm et λ_2 = 579nm) nous observons une très légère émission jaune de la vapeur contenue dans l'ampoule.
→ Avec une lampe à vapeur de sodium (contenant un doublet jaune λ_1 = 589,0nm et λ_2 = 589,6nm) nous observons une très forte émission jaune de la vapeur contenue dans l'ampoule.
Dans la deuxième expérience nous observons un phénomène de diffusion résonnante : le rayonnement incident a exactement la pulsation propre des atomes de sodium. Cette diffusion correspond au maximum de la courbe précédente .

Dans la réalité Q >> 1 , $\omega_r \approx \omega_0$ et $\sigma(\omega)$ prend des valeurs fortes sur un étroit domaine de pulsation autour de ω_0 (typiquement de largeur $\dfrac{\omega_0}{Q}$) .

4- Diffusion de Rayleigh :
Pour de nombreux atomes ou molécules le spectre électromagnétique se situe essentiellement dans l'ultraviolet. Une onde incidente dans le domaine du visible correspond donc à des valeurs de la pulsation ω très inférieures aux pulsations propres ω_0 .Cette diffusion, appelée diffusion de Rayleigh, correspond à la partie croissante du tracé du 1- .
Pour $\omega \ll \omega_0$:

$$\langle P \rangle = \frac{N^2 e^4}{12\pi m^2 \epsilon_0 c^3} \frac{\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^4}{\left(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_0{}^2}\right)^2+\dfrac{\omega^2}{\omega_0{}^2 Q^2}} E_0{}^2 \approx \frac{N^2 e^4}{12\pi m^2 \epsilon_0 c^3}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 E_0{}^2$$

En introduisant la longueur d'onde $\lambda=\frac{2\pi c}{\omega}$:

$$\boxed{\langle P\rangle=\frac{N^2 e^4}{12\pi m^2 \epsilon_0 c^3}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4 E_0{}^2=\frac{N^2 e^4}{12\pi m^2 \epsilon_0 c^3}\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4 E_0{}^2}$$

La section efficace de diffusion devient :

$$\boxed{\sigma\approx\sigma_0\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^4}$$

Nous retrouvons bien la dépendance en $\frac{1}{\lambda^4}$: dans le spectre du visible, l'atmosphère diffuse nettement plus les radiations bleues (λ = 400nm) que les radiations rouges (λ = 800nm).

<u>4- Diffusion Thomson :</u>

C'est le cas $\omega\gg\omega_0$, dans ce cas le terme prédominant au dénominateur de l'expression de $\langle P\rangle$ est le terme en ω^4 .

On obtient : $\langle P\rangle\approx\frac{e^4}{12\pi m^2 \epsilon_0 c^3}E_0{}^2$ la puissance moyenne rayonnée est indépendante de ω . Ce qui peut-être obtenu en négligeant dans l'équation du mouvement la force élastique et la force de frottement . Le comportement de l'électron est identique à celui d'un électron libre .

<u>III- Polarisation du rayonnement par diffusion :</u>

<u>1- Cas d'une onde incidente polarisée rectilignement :</u>

Soit une onde incidente dirigée suivant l'axe (Ox) telle que le champ électrique $\vec{E}$ soit polarisé rectilignement suivant (Oz).

Nous savons qu'il apparaît un moment dipolaire $\vec{p}=-Ne\vec{r}$ colinéaire à $\vec{u}_z$ (car colinéaire à $\vec{E}$).

Ce dipôle induit est, à son tour, source d'un rayonnement électromagnétique dont les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont nuls sur l'axe du dipôle (Oz) et maximales dans le plan équatorial (Oxy). De plus, dans la zone de rayonnement, le champ électrique est porté par le vecteur $\vec{u}_\theta$; dans le plan équatorial $\vec{E}$ est donc dirigé suivant (Oz) :

Lorsque le champ électrique incident est polarisé rectilignement l'onde diffusée est essentiellement polarisée rectilignement dans la même direction.

<u>2- Cas d'une onde incidente non polarisée :</u>

Si l'onde incidente n'est pas polarisée, les dipôles induits ont des directions aléatoires (perpendiculaires à la direction de propagation (Ox)) :

→ le champ rayonné dans la direction (Ox) n'est pas polarisé.

→ le champ rayonné perpendiculairement à (Ox) en un point M est polarisé rectilignement le long de la perpendiculaire au plan (MOx).