DM SCIENCES PHYSIQUES N°8

Traiter sur feuille les ex1 et ex 6 de la feuille d'exercices d'optique géométrique ainsi que l'exercice suivant traitant du prisme .

I- Le prisme

Un prisme, constitué par un matériau transparent, homogène, isotrope, d'indice n(λ_D) > 1 pour la radiation $\lambda_D = 589{,}3\,nm$ (valeur moyenne du doublet jaune du sodium), se trouve plongé dans l'air dont l'indice sera pris égal à 1.

1- Formules du prisme (cf figure 1)

Les orientations des angles sont choisies pour que les valeurs des angles $i,\ i',\ r,\ r'$ et D soient positives.

a- Exprimer les lois de Snell-Descartes en fonction de i, $i',\ r,\ r'$ et $n,$ traduisant les réfractions à l'entrée en I et à la sortie en I' du prisme, lors du passage d'un rayon lumineux monochromatique dans le plan de section principale.

b- Déterminer les relations géométriques liant les angles A, r et r' d'une part et l'angle de déviation D aux angles $A,\ i$ et i' d'autre part.

2- **Conditions d'émergence**

En désignant par Λ l'angle de réfraction limite, montrer que les rayons qui pénètrent dans le prisme n'émergent qu'aux conditions suivantes :

a- Condition sur l'angle A du prisme : $A \leq k_1 \Lambda$ *où* k_1 est un facteur numérique que l'on déterminera.

b- Condition imposée à l'angle i du rayon incident : $i_0 \leq i \leq \frac{\pi}{2}$ avec $i_0 = \arcsin[k_2 \sin(A - \Lambda)]$ où k_2 est un facteur que l'on explicitera.

3- Minimum de déviation

Expérimentalement, en lumière monochromatique, on met en évidence l'existence d'un minimum de déviation, noté D_m, quand l'angle d'incidence i varie. Le tracé du rayon lumineux est alors symétrique par rapport au plan bissecteur de l'angle A du prisme. Préciser dans le cas de cette déviation minimale :

a- Les relations entre les angles i et i' d'une part, puis r et r' d'autre part.

b- Expliciter la relation donnant l'indice n en fonction de l'angle A du prisme et de la déviation minimale D_m.

4- Mesure de l'indice n

L'indice du prisme peut être calculé en mesurant l'angle A du prisme et l'angle de déviation minimale Dm (pour la radiation λ_D) à l'aide d'un goniomètre. Le prisme est disposé sur la plate-forme du goniomètre, plate-forme qui comprend un collimateur (C) et une lunette de visée (L,,) (cf figure 2). Le collimateur est constitué par une fente (F) placée au foyer objet d'une lentille (L) et éclairée par la radiation monochromatique. La lunette (L,,), munie d'un réticule, est réglée sur l'infini et permet donc d'observer l'image de la fente. Le centre du réticule de la lunette doit coïncider avec l'image de la fente pour effectuer la lecture sur le cercle, gradué au demi-degré (de 0° à 359,5°), du goniomètre. Un vernier au 1/30 est utilisé dans le repérage des positions angulaires de la lunette de visée, depuis une direction arbitraire de référence (Do).

a- Mesure de A

Le prisme, fixe sur la plate-forme, est éclairé par le collimateur (C). Les images de la fente (F) formées par les rayons qui se réfléchissent sur les deux faces de l'angle A du prisme sont repérées par la lunette (L,,) (cf. figure 3). Les repérages des deux positions donnent :

R_1 = 245°10' et R_2 = 125°18'

En déduire la valeur de l'angle A du prisme. (On pourra faire intervenir les angles d'incidence du faisceau issu du collimateur sur les deux faces du prisme et calculer leur somme en fonction de l'angle A).

b- Mesure de Dm

Pour mesurer la déviation minimale $Dm,$ on observe à la lunette l'image de la fente quand la radiation a traversé le prisme en position 1 (cf figure 4). Cette position correspond au minimum de déviation pour le rayonnement monochromatique. On recommence la même expérience dans une position 2 du prisme. Les lectures correspondant aux deux positions de la lunette sont alors :

R_3 = 233°58' et R_4 = 136°14'

Comment peut-on repérer la position 1 ou 2 du prisme au minimum de déviation pour la radiation monochromatique ?

En déduire la valeur de la déviation minimale *Dm*.

c- Détermination de n

Calculer, à partir des valeurs de *A* et Dm, l'indice *n* pour la radiation de longueur d'onde λ_D . Sachant que l'incertitude relative sur la valeur de n est de $1{,}009.10^{-3}$, présenter un résultat cohérent pour la valeur de n .

II. Le spectrographe à prisme

Un spectrographe à prisme est constitué (cf. figure 5):

- d'un collimateur composé d'une fente (F), éclairée par une source (S) et placée dans le plan focal objet d'une lentille mince achromatique (L).
- d'un prisme en verre dont l'indice varie avec la longueur d'onde suivant la loi empirique de Cauchy qui s'écrit dans le domaine du visible :

$$n=\alpha+\frac{\beta}{\lambda^2} \qquad \text{avec} \quad \alpha=1{,}5973 \, et \, \beta=0{,}0106\,\mu m^2$$

- d'un objectif achromatique assimilé à une lentille mince (L'), qui donne sur une plaque photographique, située dans le plan focal image de (L'), le spectre de la lumière émise par la source (S).

<u>Données numériques</u> : Les distances focales images des lentilles (L) et (L') sont respectivement *f = 20* cm et *f' = 100* cm

1- Tracé de rayons lumineux

La figure 5 représente la marche, à travers le prisme et l'objectif, d'un rayon lumineux incident OI pour la longueur d'onde λ_1 . Reproduire cette figure et tracer la marche d'un rayon incident OI de longueur d'onde λ_2 légèrement supérieure à λ_1 .

2- Variation de la déviation D .

Le prisme est réglé au minimum de déviation pour une longueur d'onde λ donnée.

a- Montrer que la variation de Dm avec l'indice n du prisme s'exprime par : $\dfrac{dD_m}{dn}=2\dfrac{\sin(\frac{A}{2})}{\cos(\frac{A+D_m}{2})}$

b- En déduire le pouvoir dispersif angulaire $\dfrac{dD_m}{d\lambda}$ en fonction des angles A, Dm et de la dispersion du verre

$\dfrac{dn}{d\lambda}$.

3- **Doublet jaune du sodium**

La lumière émise par la source (S) est composée des deux seules radiations jaunes du sodium de longueurs d'onde voisines $\lambda_1 \, et \, \lambda_2=\lambda_1+\Delta\lambda$.

a- Le passage d'une radiation de longueur d'onde $\lambda \, à \, \lambda+d\lambda$ entraîne, au minimum de déviation, une variation dDm de la déviation. Exprimer dDm en fonction de $A,\ Dm,\ \beta, \lambda \, et \, d\lambda$.

Déterminer, sur la plaque photographique, la distance d_p séparant les images F'_1 et F'_2 de la fente (F) éclairée par les deux radiations du sodium.

Calculer d_p numériquement.

<u>Données numériques</u> : Na : λ_1 = 589,0 nm et λ_2 = 589,6 nm .

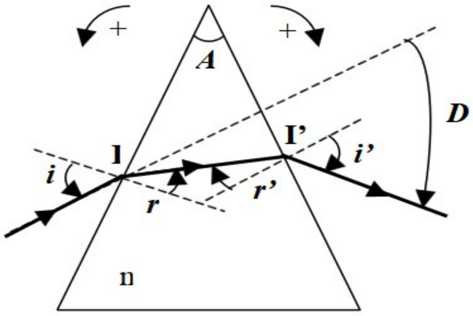

Figure 1

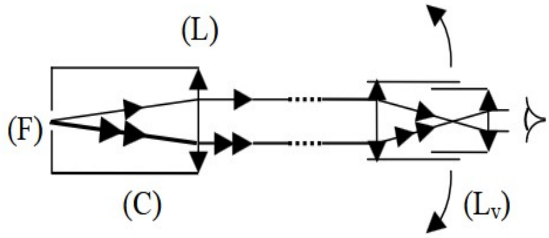

Figure 2

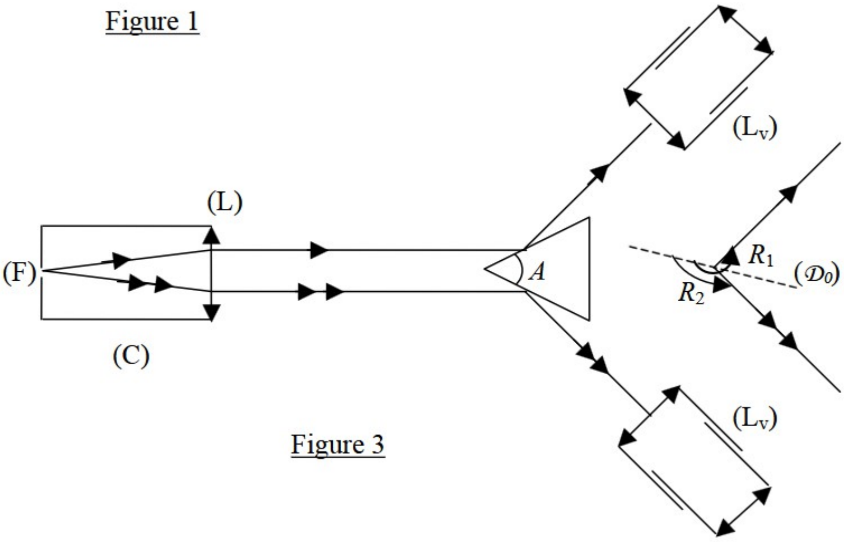

Figure 1

Figure 3

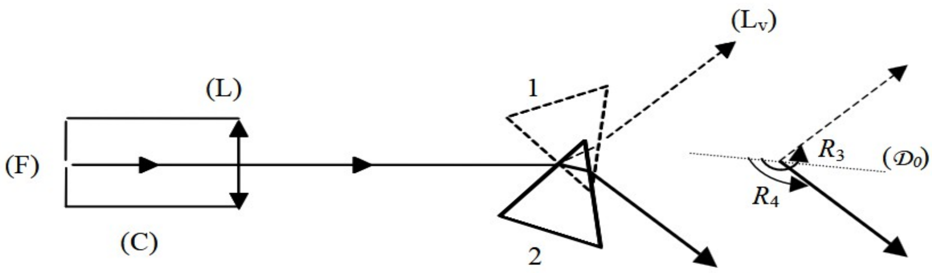

Figure 4