

# Centre d'intérêt 3

# Stabilité

PSI-MP : Lycée Rabelais



## Pré-requis

Toutes les notions vues en première année (résumé de cours fourni)

Complément sur la stabilité



## Objectifs

Être capable de déterminer de prédire les performances d'un système asservi notamment **sa stabilité**

Être capable de déterminer de simplifier une fonction de transfert compte-tenu de ses pôles

## 1 Utilisation des pôles dominants

On considère un système asservi ayant pour entrée la variable  $E$  et pour sortie la variable  $S$ .



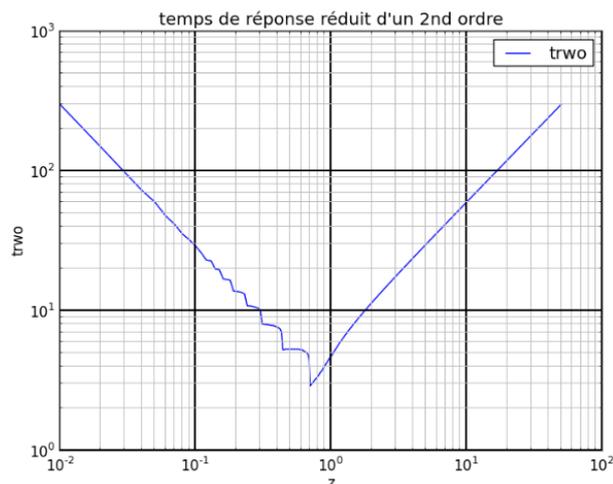
La fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) de cet asservissement est notée  $FTBF(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$ .

### 1.1 Premier problème

On considère que la FTBF a deux pôles  $p_{1F} = -0,62 \text{ rad/s}$  et  $p_{2F} = -0,064 \text{ rad/s}$ . La fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) a un gain statique égal à 2,1 et a deux pôles  $p_{1O} = -0,67 \text{ rad/s}$  et  $p_{2O} = -0,019 \text{ rad/s}$ .

**Question 1.** La réponse à une entrée en échelon présentera-t-elle des dépassements ?

**Question 2.** En utilisant l'abaque ci-dessous déterminer le temps de réponse à 5% de ce système asservi.



**Question 3.** Sans utiliser l'abaque, mais en utilisant l'ordre de grandeur des pôles, donner une approximation du temps de réponse à 5%. Proposer également une expression simplifier de  $FTBF(p)$ .

**Question 4.** Tracer la réponse à un échelon pour ce système asservi en prenant en compte et sans prendre en compte la simplification effectuée à la question précédente.

**Question 5.** Déterminer les marges de phases et de gain.

## 1.2 Deuxième problème

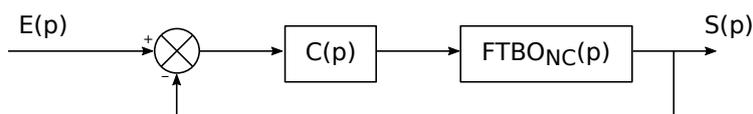
On considère que la FTBF a trois pôles  $p_{1F} = -0,019 \text{ rad/s}$ ,  $p_{2F} = -0,00077 + 0,1 \times j \text{ rad/s}$  et  $p_{3F} = -0,00077 - 0,1 \times j \text{ rad/s}$  et . La fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) a un gain statique égal à 3,2 et peut se décomposer comme le produit d'un premier ordre de constante de temps  $T = 220 \text{ s}$  et d'un deuxième ordre de coefficient d'amortissement  $\xi = 0,08$  et de pulsation  $\omega = 0,1 \text{ rad/s}$ .

**Question 6.** La réponse à une entrée en échelon présentera-t-elle des dépassements ?

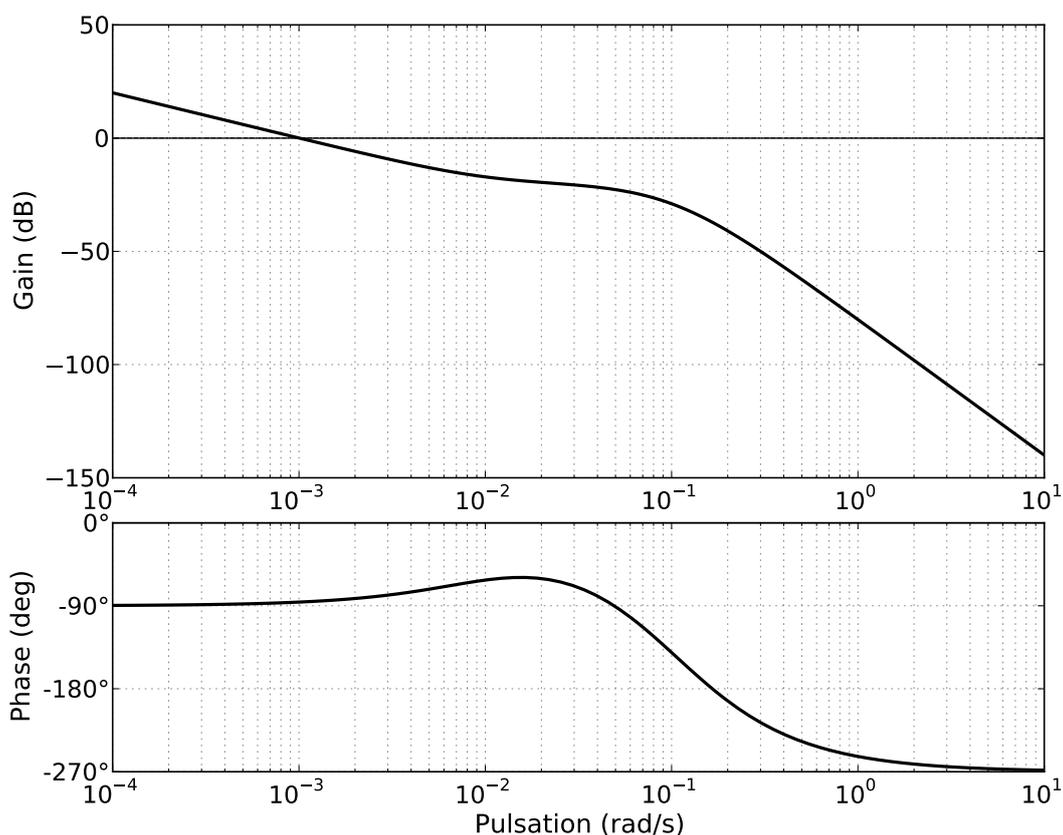
**Question 7.** En utilisant l'abaque fourni ci-dessus donner une valeur approchée du temps de réponse à 5% de ce système asservi.

## 2 Choix d'un correcteur

On considère la structure d'asservissement définie ci-dessous :



On a choisi un correcteur intégral :  $C(p) = \frac{K_i}{p}$ . La figure ci-dessous donne le diagramme de Bode obtenu pour  $K_i = 100$ .



Q° - Déterminer les valeurs de  $K_i$  qui permettent de respecter les marges de stabilité :  $M_\phi > 45^\circ$  et  $M_G > 15$  dB.

### 3 ROBUROC 6 : PLATE-FORME D'EXPLORATION TOUT TERRAIN

Le robuROC 6 (photographie ci-dessous) est un robot mobile développé par la société ROBOSOFT. Cette plateforme robotisée a été conçue pour des applications de recherche et d'exploration en milieu extérieur. Elle est équipée de 6 roues motrices indépendantes.

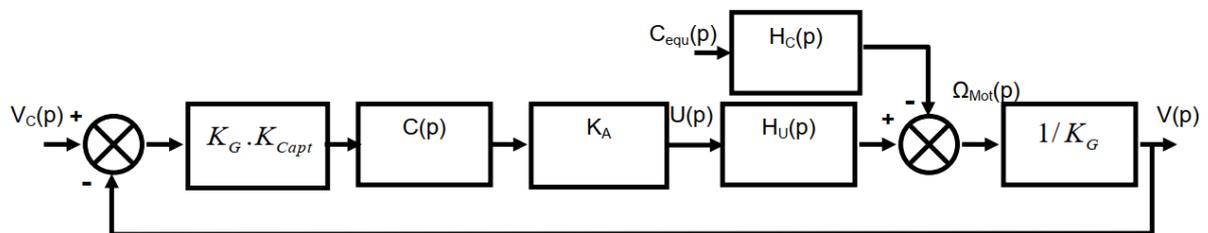
On s'intéresse ici à l'asservissement en vitesse de l'ensemble du robot, ce qui correspond à une même vitesse de rotation pour chacune des roues.



Le cahier des charges lié à l'asservissement est donné ci-dessous.

Fonction	Critères	Niveaux
Asservir en vitesse la plateforme par rapport au sol	<b>STABILITE</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Marge de gain</li> <li>Marge de phase</li> </ul>	MG= 6dB mini Mφ= 45° mini
	<b>PRECISION</b>	
	<b>en poursuite</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Erreur statique à un échelon de vitesse</li> </ul> <b>en régulation</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Influence d'un échelon en couple de perturbation en régime permanent</li> </ul>	Nulle  Nulle
	<b>RAPIDITE</b>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>Temps de réponse à 5% (à une entrée en échelon de vitesse)</li> </ul>	0,5 secondes

Une étude préliminaire a permis d'obtenir le schéma-blocs suivant où  $C_{equ}$  est un couple résistant équivalent s'appliquant sur les roues,  $V_c$  la vitesse de consigne et  $V$  la vitesse mesurée du robot :



$$H_U(p) = \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \quad \text{et} \quad H_C(p) = \frac{K_C \left(1 + \frac{L}{r} p\right)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

$K_G = 111 \text{ m}$	$K_{Capt} = 5.10^{-3} \text{ V/(rad.s)}$
$K_A = 20 \text{ sans unité}$	
$T_1 = 2,1 \text{ ms}$	$T_2 = 0,36 \text{ s}$
$K_U = 8,3 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$	$K_C = 152,7 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$
$L = 4,62 \text{ mH}$	$r = 2,2 \text{ } \Omega$

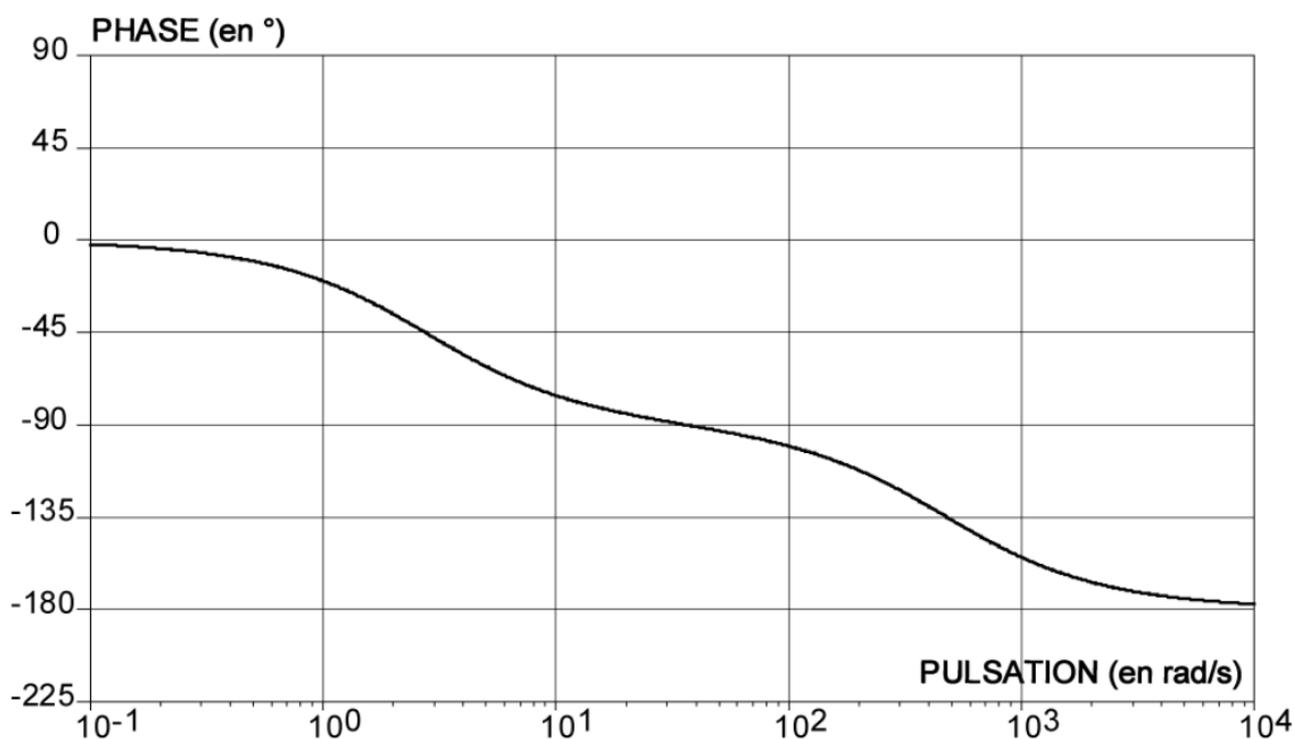
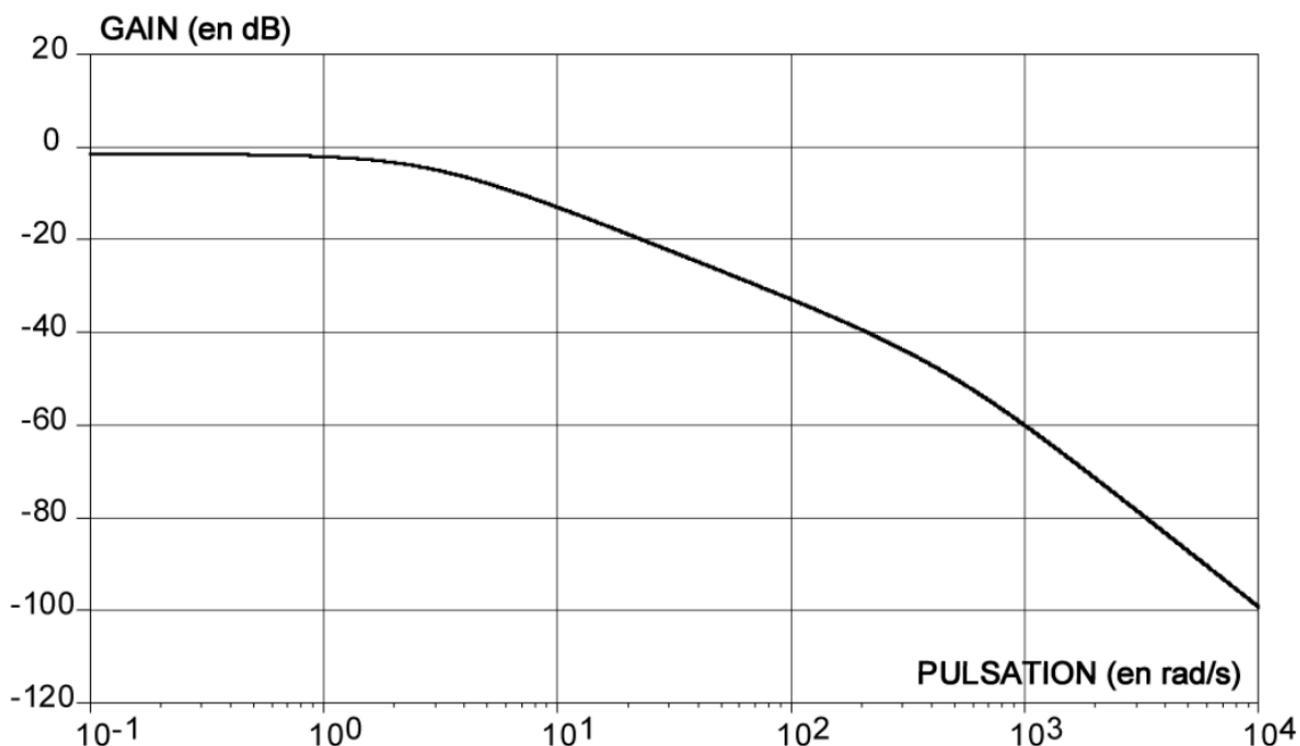
### 3.1 Étude des performances avec correction proportionnelle : $C(p) = K$

Nous distinguerons dans la suite :

- l'étude en poursuite : Le couple de perturbation équivalent  $C_{equ}(t)$  est nul.  $V_c(t)$  varie ;
- l'étude en régulation : La vitesse de consigne de la plate-forme  $V_c(t)$  est nulle.  $C_{equ}(t)$  varie.

Les diagrammes de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte FTBO(p) non corrigée sont fournis sur le document-réponse (Bode non corrigé) pour  $C(p) = K$ .

Diagrammes de Bode non-corrigé



**Question 1.** Le système étudié est-il stable ? Justifier votre réponse.

**Question 2.** Montrer que le système ne permet pas, avec ce correcteur, de vérifier les exigences de précision du cahier des charges.

On se propose donc d'utiliser un autre correcteur.

**3.2 Étude des performances avec un correcteur de fonction de transfert :**  $C(p) = \frac{K_I}{p}$

**Question 3.** Montrer que l'utilisation de ce correcteur permet bien de s'affranchir des problèmes de précision.

**Question 4.** Compléter le document-réponse (Bode non-corrigé) en traçant les diagrammes de Bode du correcteur avec  $K_I = 1 \text{ s}^{-1}$ . Déterminer alors la valeur de  $K_I$  maximale notée  $K_{I\max}$  permettant de respecter les marges de stabilité énoncées dans le cahier des charges.

Afin d'évaluer analytiquement le temps de réponse à 5%, Il est proposé d'adopter une modélisation simplifiée du comportement du moteur en conservant uniquement le mode associé au pôle «dominant». On donne  $T_{5\%mini} \cdot \omega_0 = 3$  avec  $\omega_0$  la pulsation propre non amortie d'un système fondamental du second ordre.

**Question 5.** En analysant les valeurs numériques des pôles de la fonction de transfert du moteur en poursuite  $H_U(p)$ , préciser quel est le pôle dominant et proposer alors un modèle simplifié de la fonction de transfert  $H_U(p)$ . Déterminer alors la valeur numérique de  $K_I$  notée  $K_{I5\%}$  minimisant le temps de réponse à 5% pour une entrée échelon en poursuite. Calculer alors la valeur approchée du temps de réponse à 5% minimale  $T_{5\%mini}$  et comparer la au cahier des charges.