Ex : Spectrométrie par transformée de Fourier.

$$\frac{dE_0}{d\sigma} = f(\sigma) = C\exp\left(-\frac{(\sigma-\sigma_0)^2}{a^2}\right)$$

$$\sigma = \frac{1}{\lambda}$$

1 - σ_0 = nbre d'onde central correspondant à un maximum du profil spectral de la source.

$$f(\sigma=\sigma_0) = C \text{ maxi.}$$

$$\sigma \to \infty \Rightarrow f \to 0$$

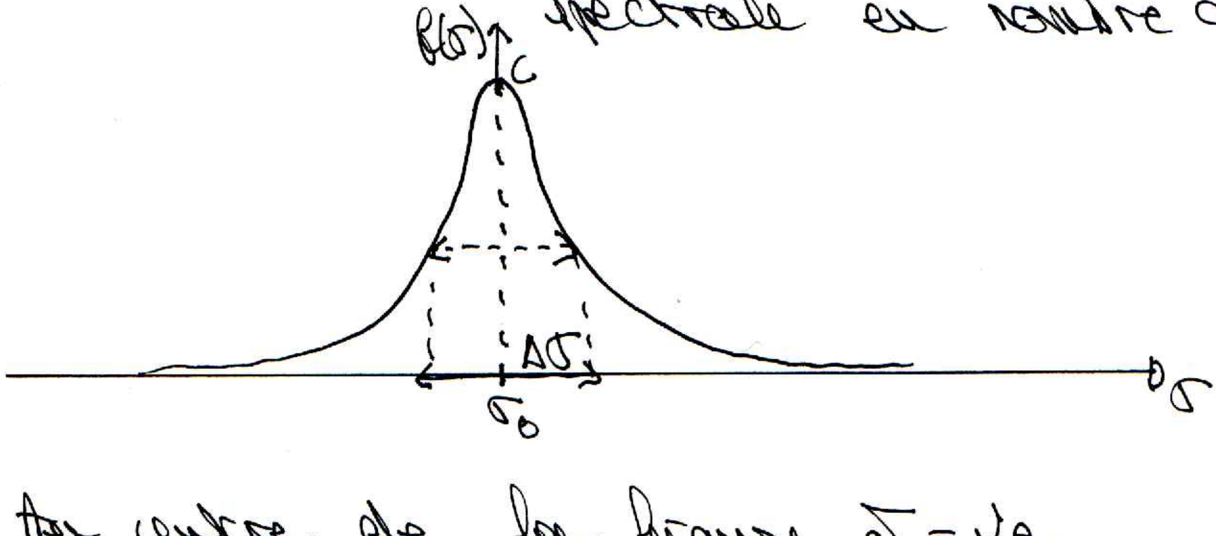
Largeur à mi-hauteur correspond à $\Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1$

t.q. $f(\sigma_i) = \frac{C}{2} = C\exp\left(-\frac{(\sigma_i-\sigma_0)^2}{a^2}\right)$

$$+\left(\frac{\sigma_i-\sigma_0}{a}\right)^2 = \ln 2$$

$$\sigma_i = \sigma_0 \pm a\sqrt{\ln 2}$$

$\boxed{\Delta\sigma = 2a\sqrt{\ln 2}}$ a caractérise la largeur spectrale en nombre d'onde.



2 - Au centre de la figure $\delta = 2e$

Une bandelette de largeur $d\sigma$ (entre σ et $\sigma+d\sigma$) produit un éclairement au centre de l'écran.

$$dE = \frac{f(\sigma)\,d\sigma}{2}\left(1+\cos(2\pi\sigma 2e)\right)$$

$$E(e) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\sigma)\,d\sigma}{2}\left(1 + \frac{e^{j2\pi\sigma 2e} + e^{-j2\pi\sigma 2e}}{2}\right) \quad ②$$

$$E(e) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\sigma)\,d\sigma + \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\sigma)\, e^{j2\pi\sigma 2e}\,d\sigma + \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{+\infty} f(\sigma)\, e^{-j2\pi\sigma 2e}\,d\sigma$$

$$E(e) = \frac{1}{2}\hat{f}(0) + \frac{1}{4}\hat{f}(2e) + \frac{1}{4}\hat{f}(-2e)$$

2 – $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{a^2}\right)\exp(2j\pi u x)\,du = a\sqrt{\pi}\,\exp\left(-\pi^2 a^2 x^2\right).$

$$J(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{(\sigma-\sigma_0)^2}{a^2}\right)\exp(2j\pi \sigma x)\,d\sigma$$

$u = \sigma - \sigma_0 \qquad du = d\sigma \qquad \sigma = u + \sigma_0$

$$J(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{a^2}\right)\exp\left(2j\pi(u+\sigma_0)x\right)du$$

$$= \exp(2j\pi\sigma_0 x)\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{a^2}\right)\exp(2j\pi u x)\,du$$

$$= a\sqrt{\pi}\,\exp\left(-\pi^2 a^2 x^2\right)\exp(2j\pi\sigma_0 x) = \frac{\hat{f}(x)}{C}$$

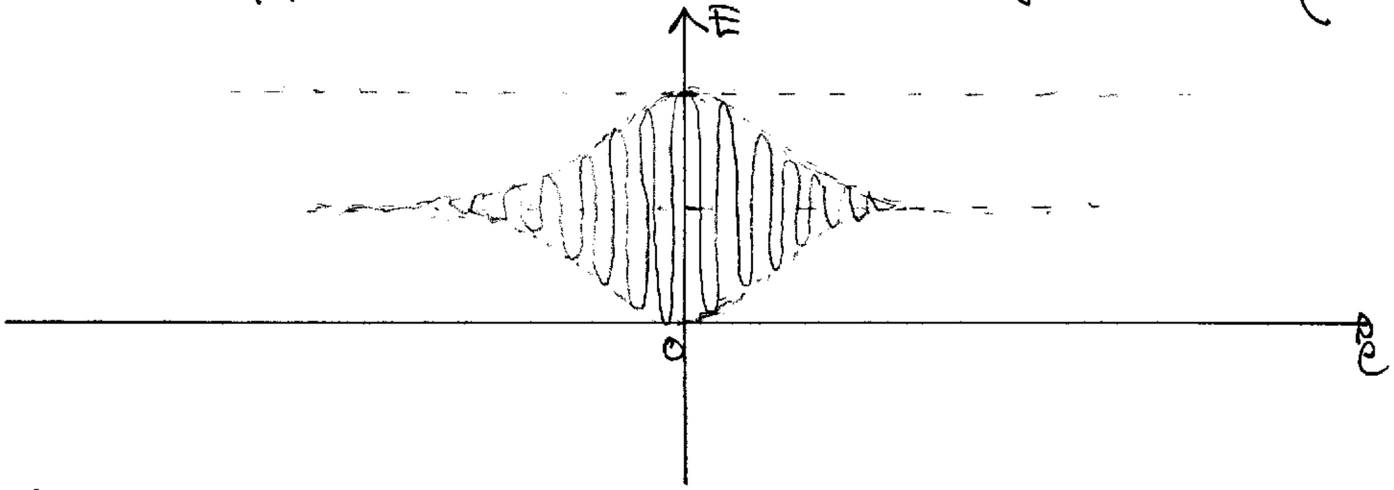
$$E(e) = \frac{Ca\sqrt{\pi}}{2} + \frac{1}{4}Ca\sqrt{\pi}\,\exp\left(-4\pi^2 a^2 e^2\right)\left[e^{4j\pi\sigma_0 e} + e^{-4j\pi\sigma_0 e}\right]$$

$$\boxed{E(e) = \frac{Ca\sqrt{\pi}}{2}\left[1 + \exp\left(-4\pi^2 a^2 e^2\right)\cos(2\pi\sigma_0 2e)\right]}$$

$$E(e) = \frac{E_{max}}{2}\left[1 + \underbrace{\exp\left(-\frac{\pi^2\Delta\sigma^2 e^2}{\ln 2}\right)}_{\text{décroissance avec une valeur cst de } e}\underbrace{\cos(2\pi\sigma_0 2e)}_{\text{période } \frac{1}{2\sigma_0}}\right]$$

$$\frac{\sqrt{\ln 2}}{\pi\Delta\sigma} \gg \frac{1}{2\sigma_0}$$

Le terme en $\exp\left(-\frac{\pi^2 \Delta\sigma^2 e^2}{\ln 2}\right)$ constitue l'enveloppe du terme d'interférence $\cos(2\pi\sigma_0 e)$



La visibilité des franges diminue rapidement avec e.

$\Delta\sigma$ mesurable sur l'enveloppe de $E(e)$.

Par ex :

$$V(e) = \exp\left(-4\pi^2 a^2 e^2\right)$$

$$V(e) = \frac{1}{2} \qquad 4\pi^2 a^2 e^2 = \ln 2 \qquad e = \frac{\sqrt{\ln 2}}{2\pi a} = \frac{\ln 2}{\pi \Delta\sigma}$$

$$E_{max}\left(V = \frac{1}{2}\right) = \frac{E_{max}}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3E_{max}}{4}$$

Il faut pouvoir atteindre des valeurs de e de l'ordre de $\frac{1}{a}$.