

EXERCICES INTERFEROMETRE DE MICHELSON

Exercice 1 : coin d'air et doublet .

Un interféromètre de Michelson est constitué par une lame semi réfléchissante , non absorbante , appelée séparatrice S_p dont les facteurs de transmission et de réflexion valent $\frac{1}{2}$, et de deux miroirs plans M_1 et M_2 perpendiculaires l'un à l'autre . Les distances JA_1 et JA_2 sont égales . La lame S_p est inclinée de 45° par rapport aux normales à M_1 et M_2 . La longueur d'onde de la source vaut $\lambda_0 = 546,1 \text{ nm}$ dans le vide , de symétrie autour de l'axe SJ . L'indice de l'air vaut 1 . On fait tourner le miroir M_2 d'un angle $\alpha = 1$ minute d'arc autour d'un axe perpendiculaire JA_1A_2 et passant par A_2 .

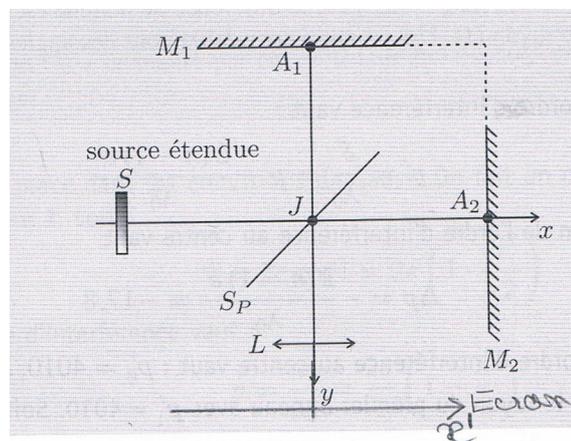
1- Comment positionner un écran pour observer les interférences sur celui-ci ?

2- Caractériser le système de franges et déterminer l'interfrange sur l'écran sachant que le grandissement de la lentille est -4 . Les miroirs étant circulaires de diamètre 2 cm , déterminer le nombre de franges visibles sur les miroirs .

3- On translate le miroir M_2 d'une distance d dans le sens des $x > 0$. Déterminer l'ordre d'interférence en un point d'abscisse x' de l'écran (l'origine des x' étant le point d'intersection de l'écran et (A_1J)) . De quelle distance et dans quel sens se sont déplacées les franges sur l'écran ?

4- On éclaire le coin d'air en lumière blanche avec $d = 0$. On place sur le bras JA_1 et parallèlement au miroir M_1 une lame d'épaisseur e' et d'indice n . Indiquer un moyen de déterminer l'épaisseur e' ou l'indice moyen n de la lame .

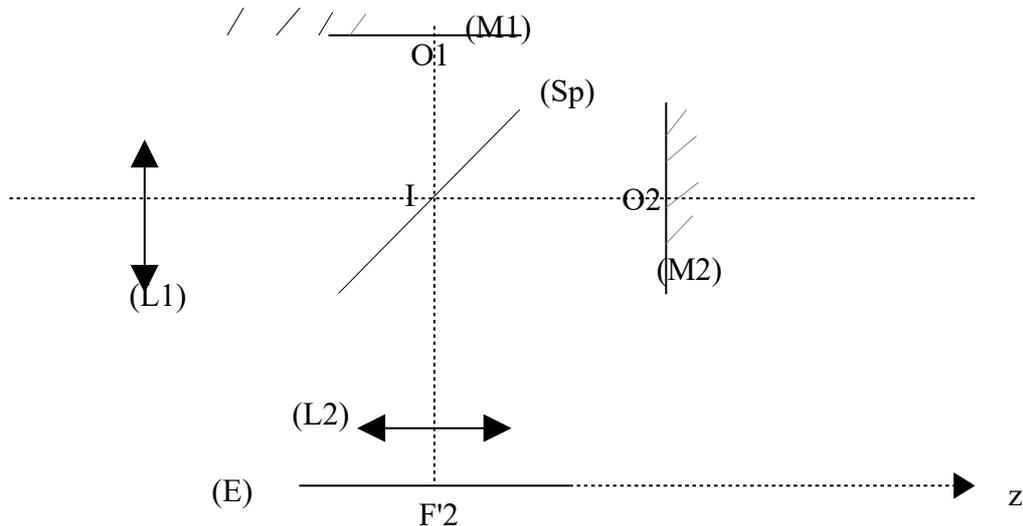
5- On éclaire maintenant le dispositif à l'aide d'une lampe à vapeur de sodium dont on suppose que le spectre ne comprend que deux raies intenses , de couleur jaune et de longueurs d'onde dans le vide $\lambda_1 = 589 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$. En déplaçant M_2 d'un mouvement de translation , les franges nettes disparaissent puis réapparaissent périodiquement . Combien de franges défilent en un point de l'écran entre une disparition des franges et la disparition suivante ?



Exercice 2: lame d'air .

Un interféromètre de Michelson est constitué de deux miroirs M_1 et M_2 orthogonaux et d'une lame semi-argentée appelée séparatrice (S_p) , dont les facteurs de transmission et de réflexion valent 0,5 . La séparatrice est inclinée de 45° par rapport aux normales à M_1 et M_2 . Le dispositif est plongé dans l'air dont l'indice de réfraction est considéré égal à un . La source S , étendue et monochromatique ($\lambda = 0,55 \mu\text{m}$) est placée au foyer objet de la lentille L_1 qui sert de collimateur .

Un rayon émis par S et après avoir rencontré L_1 , est séparé par S_p en deux faisceaux de même intensité et d'axes orthogonaux , l'un réfléchi vers M_1 et l'autre transmis vers M_2 . Ces deux faisceaux après réflexions reviennent vers la séparatrice qui les oriente vers la lentille L_2 .



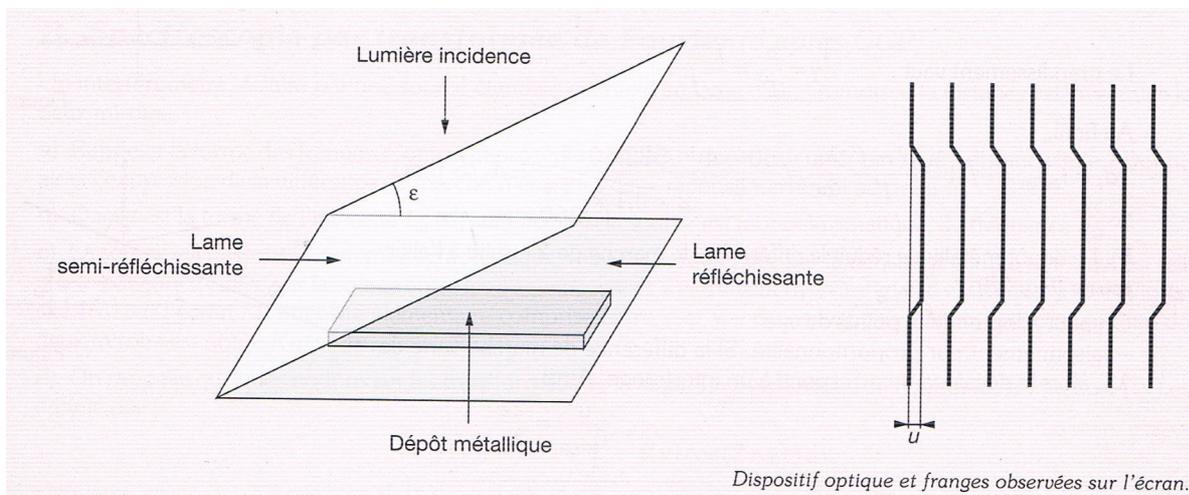
Le miroir M1 est fixe et M2 placé sur un chariot mobile peut être déplacé parallèlement à lui-même à l'aide d'une vis micrométrique. Pour un déplacement $d = 5600 \mu\text{m}$ de M2 le phénomène d'interférence est observé sur l'écran E placé derrière la lentille L2. L2 est une lentille mince convergente de distance focale image $f'2 = 0,5 \text{ m}$.

- 1- Où doit-on placer l'écran ?
- 2- Déterminer la loi d'évolution de $I(z)$, l'intensité lumineuse en fonction de z . Prendre I_{max} comme valeur maximale de cette intensité.
- 3- Calculer les rayons des trois premiers anneaux noirs observés sur E et du 4^{ème} anneau brillant.
- 4- On diminue d , comment évoluent les anneaux sur l'écran ? Déterminer la valeur d' de d pour laquelle le quatrième anneau brillant disparaît.

Exercice 3: Contrôle d'épaisseur d'une lame

Dans certains dispositifs mécaniques, il est essentiel de mesurer très précisément l'épaisseur d'une pièce donnée. On cherche ici à déterminer l'épaisseur d'un dépôt métallique opaque.

On éclaire une lame de verre semi-réfléchissante, supposée infiniment fine, et formant un angle $\varepsilon = 0,10^\circ$ avec une plaque réfléchissante totalement la lumière sur laquelle le dépôt métallique a été effectué. L'éclairement est assuré par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 532 \text{ nm}$. L'incidence est quasi normale. Le dépôt est assimilable à un parallélépipède métallique opaque d'épaisseur constante posé au contact de la lame réfléchissante.



Au voisinage des lames, on observe des franges non rectilignes, on dit qu'elles sont « décrochées ». Ces franges sont observées sur un écran placé à 50 cm d'une lentille convergente de distance focale $f' = 4 \text{ cm}$.

- 1- Déterminer l'expression de l'interfrange d_i observée sur l'écran dans la zone où le dépôt est absent. On

exprimera d_i , en fonction de λ_0 , ε et du grandissement γ de la lentille et on calculera sa valeur numérique.

2- Expliquer ce que l'on observe sur l'écran (présence du décroché) et montrer que l'épaisseur e du dépôt métallique dépend de la valeur u du décroché mesurée sur l'écran. On explicitera la relation entre e , u et d'autres paramètres utiles de l'expérience. On mesure $u = 0,59$ mm sur l'écran, quelle est la valeur numérique de l'épaisseur du dépôt ? On commentera ce résultat.

3- Qu'observe-t-on sur l'écran si on remplace l'air par de l'eau dans la même expérience ? Préciser, en le justifiant, ce qui est modifié et ce qui ne l'est pas.

4- Qu'observe-t-on sur l'écran si on augmente l'angle ε ? Préciser, en le justifiant, ce qui est modifié et ce qui ne l'est pas.

Exercice 4 : Mesure des longueurs d'ondes du doublet du mercure

On règle un interféromètre de Michelson dans la configuration de la lame d'air et on repère la position x_{CO} du chariot correspondant au contact optique.

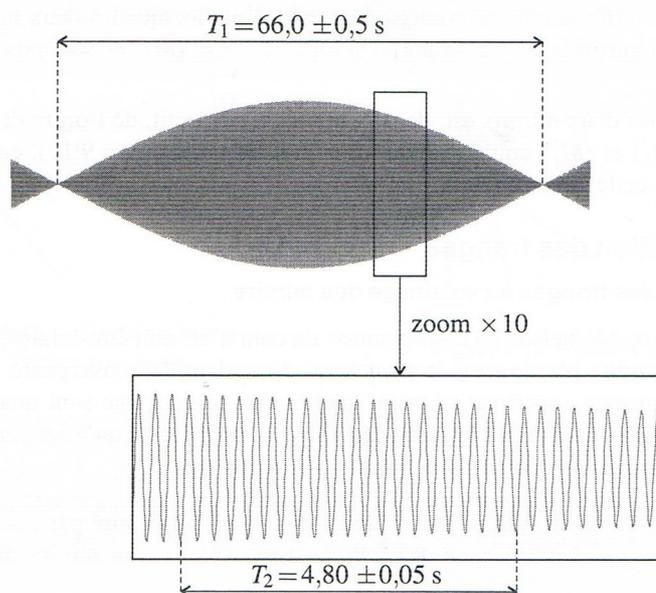
On place comme source une lampe au mercure munie d'un filtre interférentiel isolant le doublet jaune. Au centre des anneaux on place un récepteur de lumière relié à une carte d'acquisition d'ordinateur. On utilise le moteur pour déplacer le miroir (M1) en translation à la vitesse V , d'une position $x_i < x_{-1}$ à une position $x_f > x_1$ où x_{-1} et x_1 sont les deux positions les plus proches du contact optique donnant un brouillage.

L'enregistrement du signal du capteur en fonction du temps a l'allure montrée sur la figure ci-dessous: le signal a des oscillations très rapides dont l'amplitude est variable. À chaque maximum, un anneau apparaît (ou disparaît) au centre de la figure. On repère aisément le passage par les points de brouillage pour lesquels l'amplitude d'oscillation s'annule; on peut ainsi mesurer la durée T_1 entre les passages par les positions x_{-1} et x_1 . On mesure aussi en dilatant l'échelle de temps la courbe la durée T_2 correspondant à 20 oscillations.

On remplace ensuite la lampe au mercure par un laser hélium-néon de longueur d'onde connue

$\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$. On enregistre le signal qui est alors quasiment sinusoïdal et on mesure la durée de 20 oscillations : $T'_2 = 5,25 \pm 0,05 \text{ s}$.

Déterminer la longueur d'onde moyenne λ_m et l'écart entre les deux raies $\Delta\lambda$ du doublet.



– Enregistrement du signal fourni par le détecteur au cours du temps.

Exercice 5 : mesure du rayon de courbure d'une lentille .

Pour caractériser une lentille mince correctrice, un opticien lunetier utilise le dispositif de la figure 1 dit des « anneaux de Newton ».

Un collimateur fournit, à l'aide d'une source ponctuelle S située au foyer principal objet d'une lentille convergente de centre O_C , un faisceau de lumière parallèle, monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 qui tombe sur une lame semi-réfléchissante (LS) d'épaisseur négligeable, centrée en O et inclinée à 45° sur l'axe du collimateur (yy'). Une partie du faisceau se réfléchit parallèlement à l'axe (xx'), axe du système centré formé de la lentille plan convexe étudiée (L_L) et de la face plane de la lame réfléchissante (LR) qui sont en contact ponctuel au point S_L . L'intervalle situé entre la face sphérique de rayon R_C de centre C de (L_L) et la face plane réfléchissante de (LR) forme une lame d'air d'épaisseur e qui varie en fonction de la distance r à l'axe du système (figure 2).

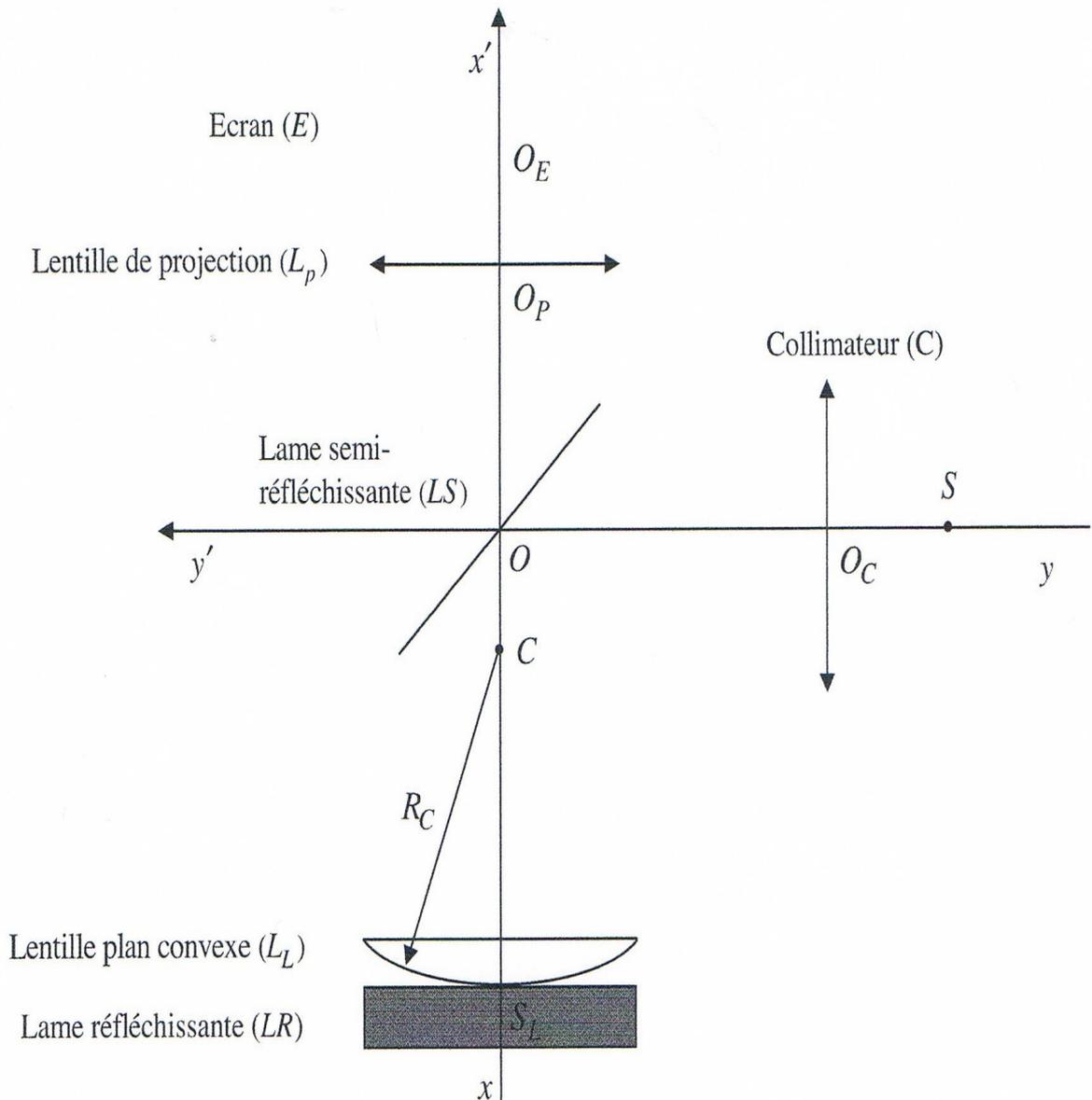


Figure 1 : dispositif des anneaux de Newton (la figure n'est pas à l'échelle)

1- L'onde plane tombant sur la lentille (L_L) (rayon (0)) se divise en deux ondes de même amplitude à l'interface verre-air au point P. La première onde est réfléchiée à l'interface verre- air (rayon (1)) tandis que la seconde est totalement réfléchiée en J sur (LR) (rayon (2)). Les deux ondes interfèrent au point P. La figure d'interférences localisée au voisinage de la lentille est visualisée sur l'écran à l'aide de la lentille convergente de projection (L_p) de centre O_p qui forme l'image de la lentille sur l'écran (E) placé perpendiculairement à l'axe (xx') au point O_E (figure 1).

a- Donner l'expression de l'épaisseur e de la lame d'air en fonction de r et R_C .

b-On se place dans le cas où le rayon de courbure de la lentille est très grand devant son diamètre

d'ouverture. Montrer que dans ce cas, l'épaisseur peut se mettre sous la forme: $e \approx \alpha \frac{r^2}{R_C}$ où α est une constante numérique dont on précisera la valeur.

c- L'épaisseur e étant très faible par rapport à r , donner au point P l'expression de la différence de chemin optique géométrique $\Delta L = L_2 - L_1$ entre les rayons (2) et (1) en fonction de r et R_C .

d- En tenant compte des déphasages introduits lors des différentes réflexions, donner l'expression de la différence de phase $\Delta \Phi$ entre les deux ondes qui interfèrent au point P.

e- En déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point P, en fonction de r , R_C , λ_0 et de l'intensité I_0 de l'onde incidente. Justifier l'aspect de la figure d'interférence observée sur l'écran (E) (figure 3).

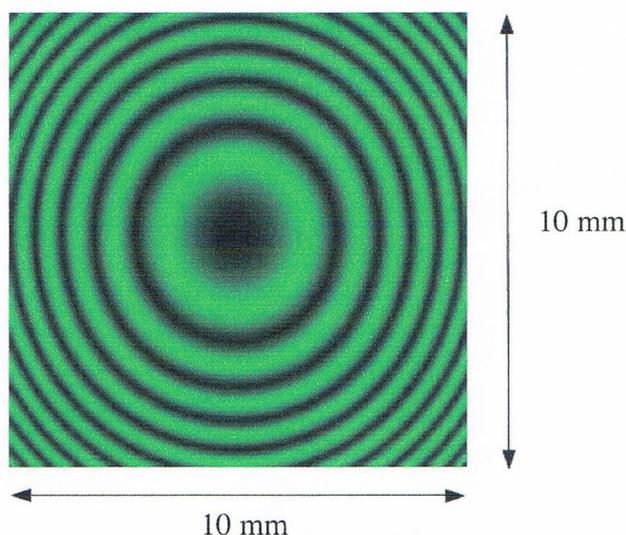


Figure 3 : photographie de la figure d'interférence

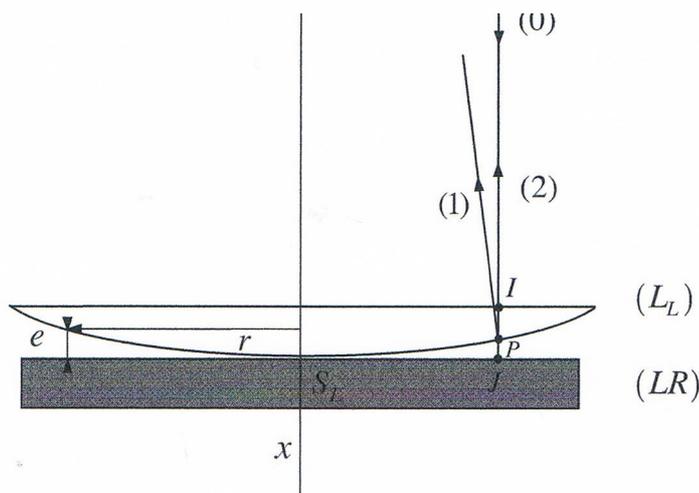


Figure 2 : marche d'un rayon lumineux (0) réfléchi soit par la face sphérique de (L_L) (rayon (1)) soit par la surface plane de (LR) (rayon (2)).

f- Pour quelles valeurs de r , observe-t-on des franges sombres?

2- La figure d'interférence localisée au voisinage de la lentille est projetée sur l'écran (E) par l'intermédiaire de la lentille (Lp) de distance focale image $f_{pi} = +10$ cm. On donne

$O_p S_L = 15$ cm . La photographie de la figure d'interférence observée sur l'écran est donnée figure 3 alors que l'on opère avec une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 546,074$ nm.

a- Calculer la distance $O_p O_E$ à laquelle on doit positionner l'écran par rapport à la lentille de projection.

b- Calculer le grandissement transversal G_p du système de projection.

c- Calculer à partir des informations fournies par la photographie de la figure 3 le rayon R_c de la lentille (L).

Exercice 6: mesure de l'indice d'un gaz

Un interféromètre de Michelson est réglé de façon à observer des franges rectilignes avec une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 589$ nm . Sur l'un des voies le faisceau traverse une cuve dont la longueur est $d = 1$ cm .

Un détecteur mesure l'intensité au centre du champ d'interférences . Initialement, la cuve est vide et le détecteur est placé sur un maximum d'intensité .

On fait rentrer l'air dans la cuve, jusqu'à ce que la pression soit égale à la pression atmosphérique . 10 franges noires et 9 brillantes défilent alternativement et le détecteur indique finalement une intensité égale au quart de l'intensité maximale .

1- Où placer le détecteur si la source est large ?

2- Déterminer l'indice de réfraction du gaz dans l'état final .

Exercice 7 : Spectrométrie par transformée de Fourier

On éclaire un interféromètre de Michelson monté en lame d'air d'épaisseur e avec une raie quasi-monochromatique, caractérisée, au niveau de la source, par son profil spectral :

$$\frac{dE_0}{d\sigma} = f(\sigma) = C \exp\left(-\frac{(\sigma - \sigma_0)^2}{a^2}\right)$$

où $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ et où σ_0, C et $a \ll \sigma_0$ sont des constantes positives. Pour simplifier, on étendra la fonction f aux valeurs négatives de σ , domaine où elle prend des valeurs négligeables.

1- Quelle est la signification de σ_0 ? Calculer la largeur $\Delta\sigma$ du profil à mi-hauteur et interpréter la constante a . Faire un graphique rapide du profil spectral.

2- On réalise un enregistrement de l'éclairement au centre de la figure d'interférences en fonction de l'épaisseur de la lame d'air qu'on fait varier en déplaçant un des miroirs avec l'aide d'un moteur. Etablir l'expression de l'éclairement $E(e)$ en fonction de constantes et de la transformée de Fourier du profil spectral définie par :

$$\hat{f}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\sigma) \exp(2j\pi\sigma x) d\sigma$$

3- Sachant que $I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{-u^2}{a^2}\right) \exp(2j\pi u x) du = a\sqrt{\pi} \exp(-\pi^2 a^2 x^2)$ établir l'expression de $E(e)$

et tracer l'allure de son graphe pour $\Delta\sigma \ll \sigma_0$. Comment évolue la visibilité des franges ? Comment peut-on mesurer σ ? Quelle valeur de e doit-on pouvoir atteindre ?