

## INTERFERENCES LOCALISEES A DEUX ONDES . INTERFEROMETRE DE MICHELSON .

### Introduction :

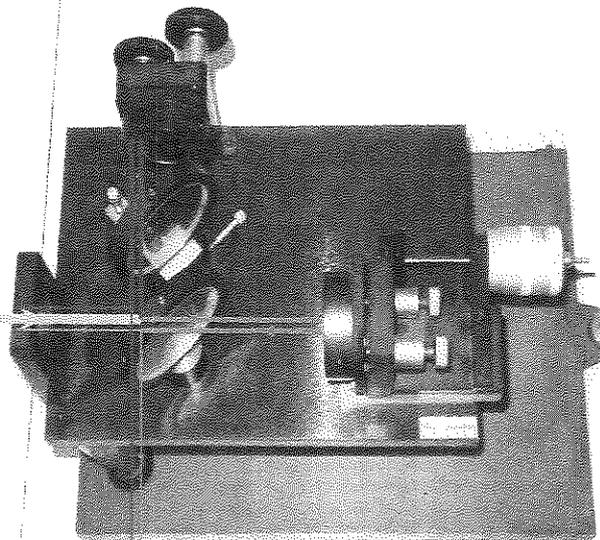
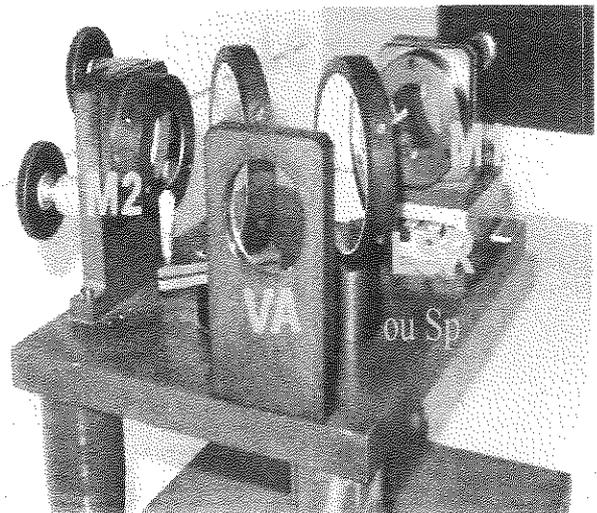
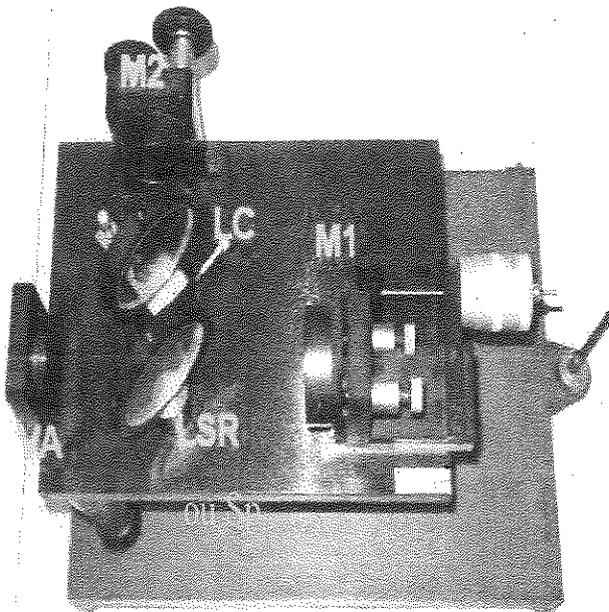
→ Dans les dispositifs étudiés précédemment , on recueille la lumière issue d'une source en deux endroits distincts puis grâce à des dispositifs optiques ( fentes , miroirs ... ) on recombine dans une même région de l'espace ( appelée champ d'interférence ) les deux faisceaux . Deux rayons qui se superposent sur l'écran ayant emprunté des chemins optiques différents présentent en chaque point de l'espace une différence de marche qui dépend du point considéré d'où l'obtention de franges résultant de la variation de l'état d'interférence de point en point . La séparation des faisceaux intervient car on les prélève au départ en des endroits différents de l'espace : dispositifs à division du front d'onde .

→ Pour obtenir des interférences il est également possible grâce au phénomène de réflexion / transmission intervenant à l'interface de deux milieux, de prélever les deux faisceaux en une même région de l'espace : celle de l'interface entre les deux milieux : on parle alors de division d'amplitude

Inversement , on peut utiliser une telle surface pour superposer deux faisceaux lumineux .

Michelson ( prix Nobel en 1907 ) a mis à profit les possibilités offertes par la division d'amplitude pour mettre au point un interféromètre .

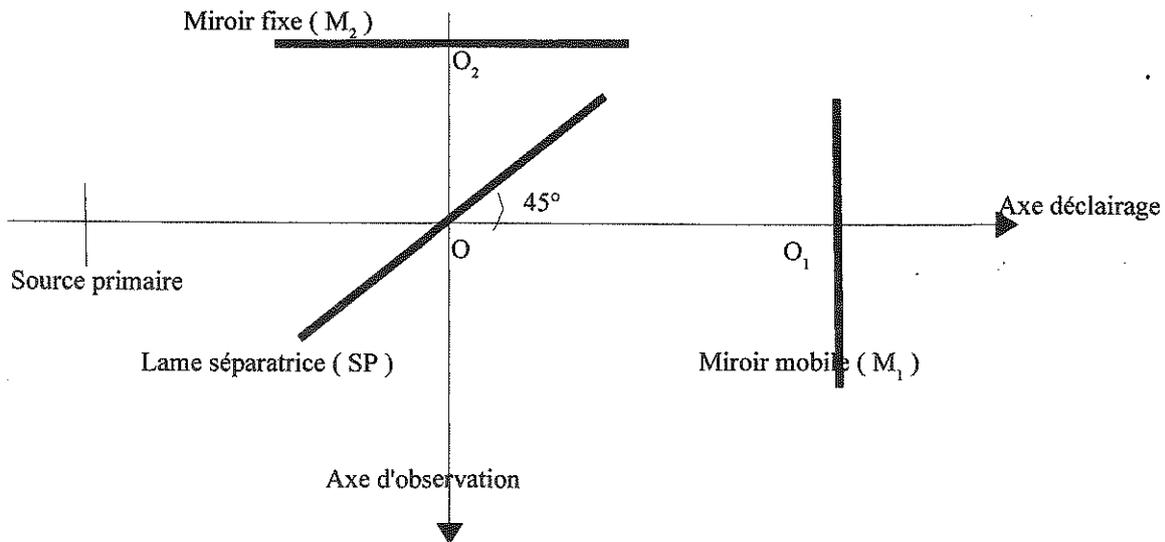
### I- Description :



Observation

### Interféromètre théorique :

Pour étudier les interférences produites par un interféromètre de Michelson, nous travaillerons avec le schéma simplifié suivant :



L'interféromètre de Michelson idéal est constitué de trois parties : une lame semi-réfléchissante ( SP ) appelée lame séparatrice supposée d'épaisseur nulle et de deux miroirs plans ( M<sub>1</sub> ) et ( M<sub>2</sub> ) .

La source primaire est placée sur l'axe d'éclairage, les systèmes d'observation ( œil, écran, détecteur ) sont placés sur l'axe d'observation .

La lumière provenant de la source atteint ( SP ) qui divise le faisceau incident en un faisceau réfléchi se dirigeant vers le miroir ( M<sub>1</sub> ) et un faisceau transmis se dirigeant vers le miroir ( M<sub>2</sub> ) .

Après réflexion sur ( M<sub>1</sub> ) et ( M<sub>2</sub> ) les deux faisceaux séparés se recouvrent et donnent lieu à des interférences : le faisceau réfléchi par ( M<sub>2</sub> ) est partiellement transmis par ( SP ) tandis que celui issu de ( M<sub>1</sub> ) s'y réfléchit partiellement . ( Une partie de la lumière réfléchi par ( M<sub>1</sub> ) et ( M<sub>2</sub> ) est perdue car elle revient vers la source ) .

Les angles formés par la séparatrice et les miroirs sont voisins de 45° .

Pour décrire l'interféromètre , on parle de deux voies ou deux bras : ce sont les parties de l'interféromètre qui correspondent aux chemins empruntés par la lumière entre la séparation initiale et la recombinaison finale . La voie 1 ou le 1<sup>er</sup> bras correspond au rayon ayant subi sa réflexion sur ( M<sub>1</sub> ) l'autre est la voie deux ou le 2<sup>ème</sup> bras

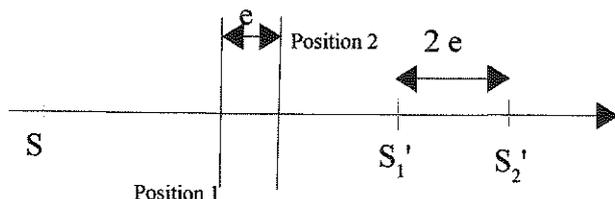
On peut agir sur les miroirs par translation ( ( M<sub>1</sub> ) ) ou par pivotement ( ( M<sub>1</sub> ) et ( M<sub>2</sub> ) ) . On peut aussi interposer sur le trajet d'un des deux bras un dispositif à étudier ( parfois celui-ci peut aussi remplacer un des miroirs ) .

Répartition de l'intensité dans les différents faisceaux : soit I<sub>0</sub> l'intensité du faisceau issu de la source primaire . Après la séparatrice, chaque faisceau a une intensité égale à I<sub>0</sub> / 2 . Après réflexion sur chaque miroir puis réflexion ou transmission par la séparatrice, chaque faisceau émergeant a pour intensité I<sub>0</sub> / 4 .

### Rappels d'optique géométrique :

L'image S' d'un point S par un miroir plan est son symétrique par rapport au plan du miroir .

Si on translate un miroir plan d'une distance e, l'image S' d'un point S passe de la position S<sub>1</sub>' à S<sub>2</sub>' avec S<sub>1</sub>' S<sub>2</sub>' = 2e ; elle est donc traduite du double de la distance e .



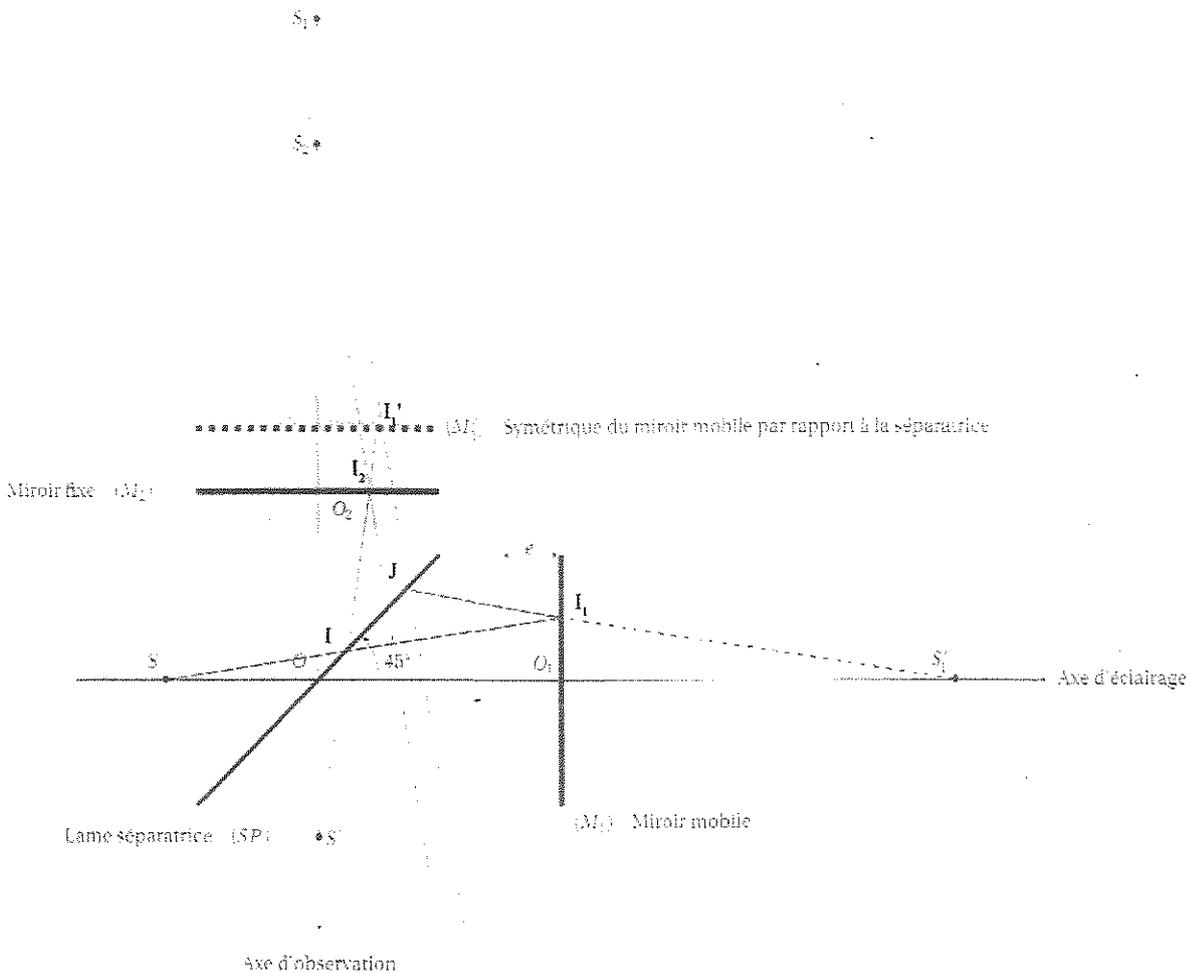
**II- Utilisation en lame d'air , franges d'égale inclinaison :**

Nous supposons que les deux miroirs sont orthogonaux entre eux : interféromètre utilisé en lame d'air .

On part de l'égalité des bras  $OO_1 = OO_2$  , cette configuration s'appelle le contact optique puis on translate le miroir  $(M_1)$  de  $e = |OO_1 - OO_2|$  .

Soient  $(M'_1)$  l'image de  $(M_1)$  à travers la séparatrice et  $S'$  l'image du point source  $S$  à travers la séparatrice .

1- Equivalence à une lame d'air :



\* Le rayon ( 1 ) traverse la succession de systèmes optiques constitués de la séparatrice par transmission , du miroir  $(M_1)$  et de la séparatrice par réflexion .

Une symétrie par rapport à la séparatrice de la partie des rayons lumineux correspondant au trajet  $SII_1J$  entre la source  $S$  , la séparatrice et le miroir  $(M_1)$  ne modifie pas les chemins optiques et conduit à la situation fictive où les rayons sont issus de  $S'$  ignorent la séparatrice , se réfléchissent sur  $(M'_1)$  avant d'atteindre l'écran .

\* Le rayon ( 2 ) traverse la succession de systèmes optiques constitués de la séparatrice par réflexion , du miroir  $(M_2)$  et de la séparatrice par transmission .

Une symétrie par rapport à la séparatrice de la partie des rayons lumineux correspondant au trajet  $SI$  entre la source  $S$  , la séparatrice et conduit à la situation fictive où les rayons sont issus de  $S'$  ignorent la séparatrice , se réfléchissent sur  $(M_2)$  avant d'atteindre l'écran .

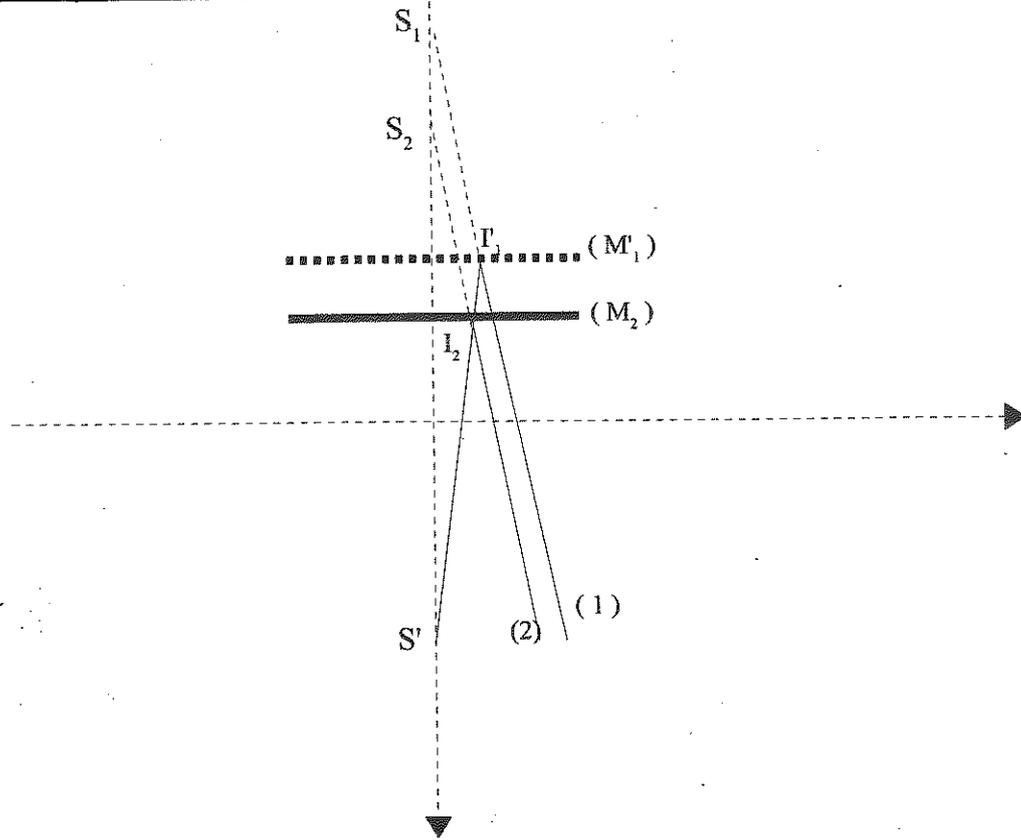
Ainsi tant pour le tracé des rayons lumineux émergeant que pour le calcul des différences de marche optique l'interféromètre de Michelson est équivalent à une lame d'air comprise entre les plans  $(M'_1)$  et  $(M_2)$  .

$$\delta(M) = (SM)_1 - (SM)_2 = (S'M)_1 - (S'M)_2$$

A partir de maintenant nous raisonnerons sur la lame d'air équivalente .

2- Franges d'interférences :

Soient  $S_1$  et  $S_2$  les images de  $S'$  par rapport à  $(M'_1)$  et  $(M_2)$ . Sur le plan des calculs de différences de chemins optiques, on peut considérer que les rayons sont issus des deux sources fictives  $S_1$  et  $S_2$  cohérentes.



$$\delta(M) = (SM)_1 - (SM)_2 = (S'M)_1 - (S'M)_2$$

$$\delta(M) = (S_1M) - (S_2M) = n(S_1M - S_2M)$$

où  $n$  est l'indice du milieu dans lequel est plongé l'interféromètre, l'air la plupart du temps (l'indice de l'air sera très souvent pris égal à 1).

Les franges d'interférences étant les lieux d'égal éclairement, elles sont définies comme l'ensemble des points  $M$  tels que  $S_1M - S_2M = \text{cste}$ , cette équation définit des hyperboloïdes de révolution de foyers  $S_1$  et  $S_2$ ; dans la pratique on observe la figure d'interférences sur un écran plan orthogonal à la direction  $S_1S_2$ , les franges sont alors des cercles concentriques.

3- Franges et localisation des franges avec une source étendue :

Eclairage par une source ponctuelle : le dispositif se ramène à deux sources cohérentes synchrones dans ce cas les franges sont non localisées, si l'écran est parallèle au plan contenant les deux sources les franges sont quasi rectilignes. Si l'écran est orthogonal à l'axe des deux sources les franges sont circulaires.

Eclairage par une source étendue: th de localisation.

Pour des raisons de luminosité, on est souvent amené à étendre la source. Dans ce cas chaque point source donne son propre système de franges qui se superposent: il y a brouillage.

Dans le cas particulier des diviseurs d'amplitude, on peut étendre la source tout en gardant un bon contraste sur une surface: surface de localisation.

Pour l'interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue, le surface de localisation est l'ensemble des points d'intersection des deux émergents correspondant au même rayon primitif incident.

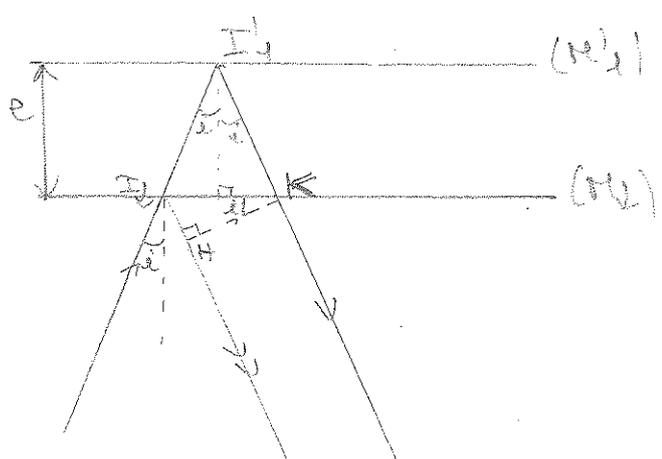
Dans le cas d'une utilisation en lame d'air les franges sont des cercles concentriques localisés à l'infini que l'on peut observer à distance finie en plaçant l'écran d'observation dans le plan focal image d'une lentille convergente.

2-3 Franges d'égale inclinaison :

On suppose que l'interféromètre de Michelson est éclairé par une source étendue de lumière monochromatique, de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ . On note  $n$  l'indice de réfraction de l'air.

→ Différence de marche :

Pour calculer la différence de marche entre deux rayons, nous allons travailler sur le schéma équivalent en lame d'air :



$$\delta = m I_2 I'_1 + n I_1 K - m I_2 H = \underbrace{2m \frac{e}{\cos i}} - n I_2 K \sin i$$

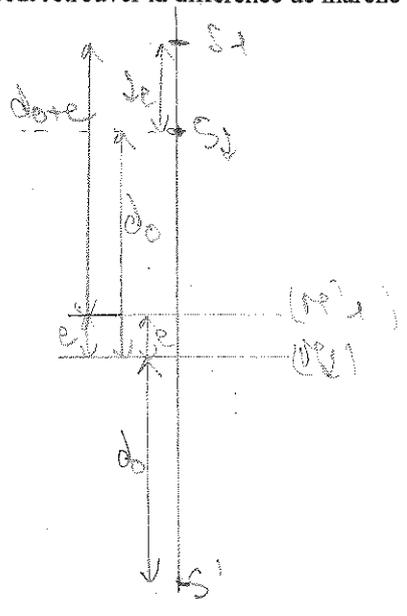
$I_1 K = 2e \sin i$  d'où  $\delta = \underbrace{2me \left( \frac{1}{\cos i} - \sin i \right)}$

$\delta = \underbrace{2me \frac{1 - \sin^2 i}{\cos i}} = \underbrace{2me \cos i}$   $n = \text{indice de l'air}$

On remarque que la différence de marche ne dépend que de la position du point M à l'infini et pas de la position de la source. Cela explique le fait, que à l'infini, il n'y a pas brouillage du système d'interférences lorsqu'on étend la source.

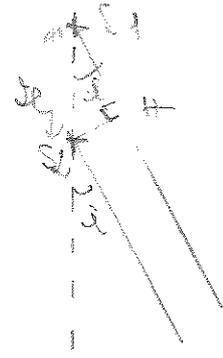
Remarque :

On peut retrouver la différence de marche en travaillant avec les deux sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ .



Les 2 sources secondaires sont distantes de  $2e$ .

On est ramené au schéma suivant :



$$\delta = m S_1 H = 2me \cos i$$

→ Intensité en un point M de l'écran :

Les ondes qui interfèrent en M sont de même intensité  $\frac{I_0}{4}$ . L'intensité au point M s'écrit :

$$I(M) = 2 \times \frac{I_0}{4} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi \delta(M)}{d_0} \right) \right) = \frac{I_0}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi 2me \cos i}{d_0} \right) \right)$$



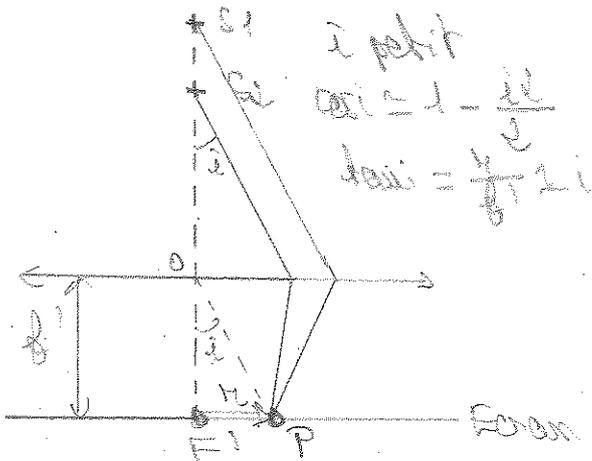
Les franges d'interférences sont l'ensemble des points M vus sous le même angle d'inclinaison  $i$ . On dit que les franges sont d'égale inclinaison, ce sont des cercles concentriques centrés en  $F'$ .

Franges d'égale inclinaison :

Lorsqu'on éclaire un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air avec une source étendue, on obtient des franges d'égale inclinaison localisées à l'infini. Pour les observer, on place un écran dans le plan focal image d'une lentille convergente. La différence de chemins optiques entre deux rayons émergents issus d'un même rayon incident arrivant sur la lame d'épaisseur  $e$  avec un angle  $i$  est donnée par :  $\delta(i) = 2ne \cos i$  où  $n$  est l'indice de l'air.

→ Etude des franges d'interférence :

Les anneaux peuvent être observés à distance finie en plaçant un écran dans le plan focal image d'une lentille convergente.



Au centre (point  $F'$ ) :  $i = 0$

$$p(F') = p_0 = \frac{2ne}{\lambda_0}$$

$p_0$  est a priori quelconque mais c'est l'ordre maximal (cas  $\delta$  quand  $i \approx \pi$ )

$p_0$  peut s'écrire :

$$p_0 = p_1 + \epsilon \quad \text{avec } p_1 \text{ entier et } 0 \leq \epsilon < 1 = \text{excédant fractionnaire}$$

$p_1$  représente donc l'ordre d'interférence du 1<sup>er</sup> anneau brillant :

Ex:  $d_0 = 389 \text{ nm}$      $e = 4 \text{ mm}$      $p_0 = 6791,2$      $p_1 = 6791$

$p$  décroît lorsque en s'éloigne du centre

2<sup>ème</sup> anneau brillant :  $p_2 = p_1 - 1$  ( $\epsilon = 6790$ )

$k$ <sup>ème</sup> anneau brillant :  $p_k = p_1 - k + 1$

Pour le  $k$ <sup>ème</sup> anneau brillant :

$$p_k = \frac{2en \cos i_k}{\lambda_0} = \frac{2ne}{\lambda_0} \left(1 - \frac{i_k^2}{2}\right) = \frac{2ne}{\lambda_0} \left(1 - \frac{r_k^2}{4f'^2}\right)$$

Rayon  $r_k$  du  $k$ <sup>ème</sup> anneau brillant vaut :

$$r_k = f' \sqrt{2 - \frac{\lambda_0}{ne} p_k} = f' \sqrt{2 - \frac{\lambda_0}{ne} (p_1 - k + 1)}$$

Expression en fonction de  $k$  et  $\epsilon$  :

$$p_0 - p_k = k + \epsilon - 1 = \frac{2ne}{\lambda_0} (1 - \cos i_k) \approx \frac{2ne}{\lambda_0} \frac{i_k^2}{2}$$

$$r_k = f' \sqrt{\frac{\lambda_0}{ne} (k + \epsilon - 1)}$$

Remarques :

→ Pour avoir des anneaux les plus grands possibles il faut utiliser une lentille de projection de grande distance focale.  
Si on souhaite observer beaucoup d'anneaux sur l'écran, il faut éclairer par un faisceau incident permettant d'avoir un grand nombre de valeurs de  $i$ . Il faut donc éclairer en faisant converger le faisceau en un point du miroir ( $M_1$ )

→ On peut exprimer le rayon  $r_k$  uniquement en fonction de  $k$  et  $\epsilon$ .

→ Les anneaux ne sont pas équidistants, ils se resserrent lorsqu'on s'éloigne du centre de la figure.

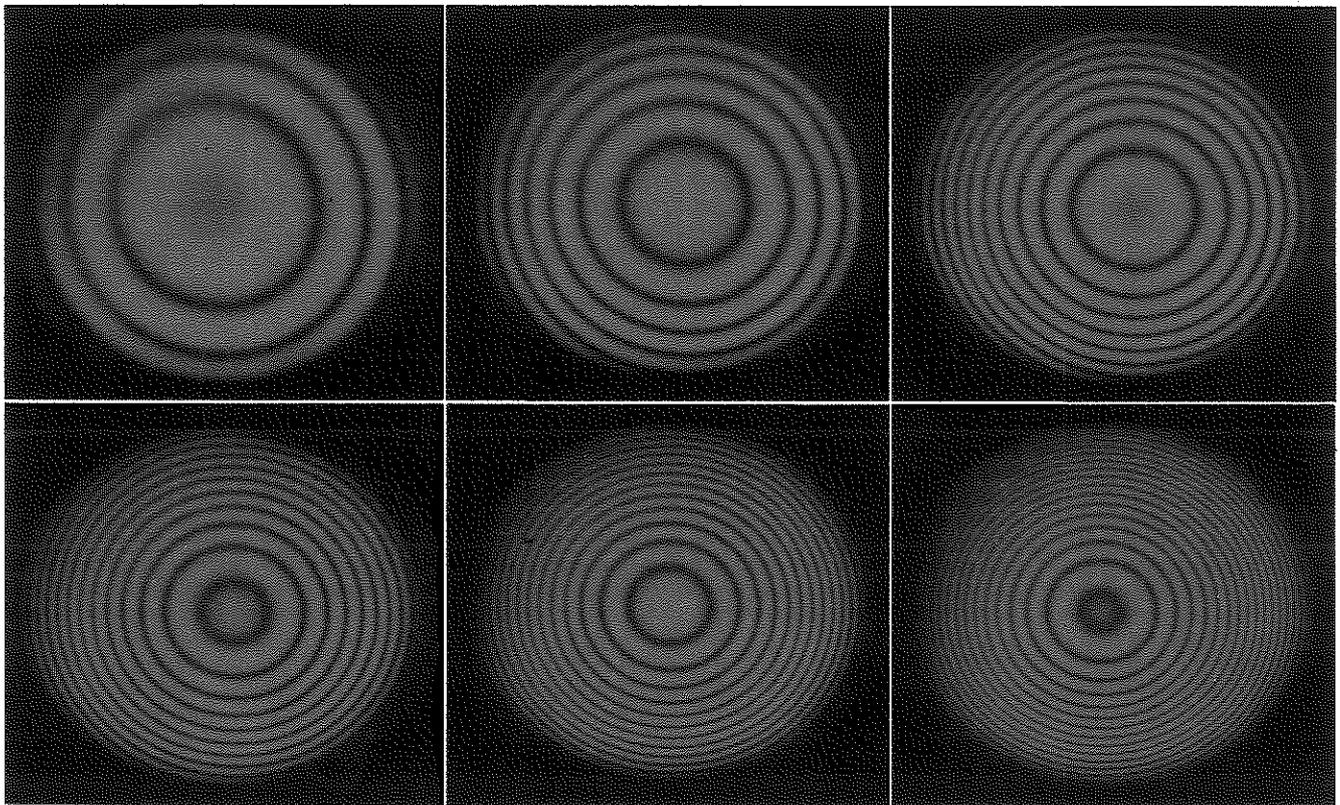
→ Le rayon des anneaux dépend de l'épaisseur  $e$  de la lame d'air. Lorsqu'on regarde une frange d'ordre d'interférence donné, son rayon varie lorsque  $e$  varie.

Si  $e$  diminue, comme  $p = \frac{2ne}{\lambda_0} \cos i$  est constant,  $\cos i$  augmente donc  $i$  diminue et le rayon de l'anneau également, les anneaux semblent rentrer au centre de la figure.

Au fur et à mesure où  $e$  va diminuer, de moins en moins d'anneaux seront visibles sur l'écran et les anneaux visibles auront des rayons de plus en plus grands.

De même si  $e$  augmente,  $\cos i$  diminue donc  $i$  augmente et le rayon de l'anneau également, les anneaux semblent <sup>sortir</sup> du centre de la figure.

Au fur et à mesure où  $e$  va augmenter, de plus en plus d'anneaux seront visibles sur l'écran et les anneaux visibles auront des rayons de plus en plus petits.



Sur les trois figures du haut, l'épaisseur de la lame d'air augmente lorsqu'on se déplace sur la figure de gauche à droite.

Sur les trois figures du bas, l'épaisseur de la lame d'air diminue lorsqu'on se déplace sur la figure de gauche à droite.

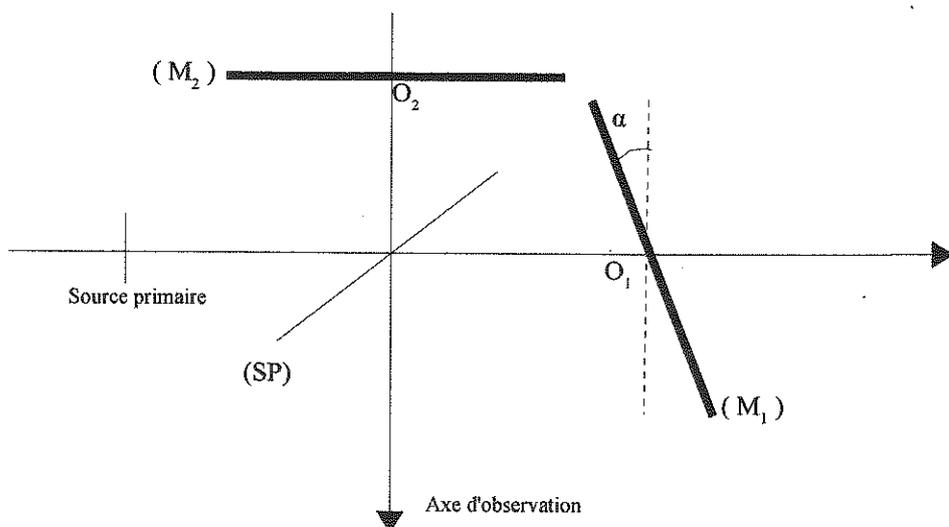
→ Lorsqu'on diminue  $e$ , de moins en moins d'anneaux sont visibles jusqu'au moment où  $e = 0$ , on atteint le contact optique,  $\delta(M) = 0$  en tout point  $M$ , l'éclairement est alors uniforme, on atteint la teinte plate.

→ Rayons des franges sombres :

Dans notre exemple le 1<sup>er</sup> anneau sombre a pour ordre d'interférence  $p'_1 = 6790,5 = p_1 - 0,5$   
le 2<sup>ème</sup>  $p'_2 = 6789,5$  ---  
Même méthode d'étude que pour les franges brillantes.

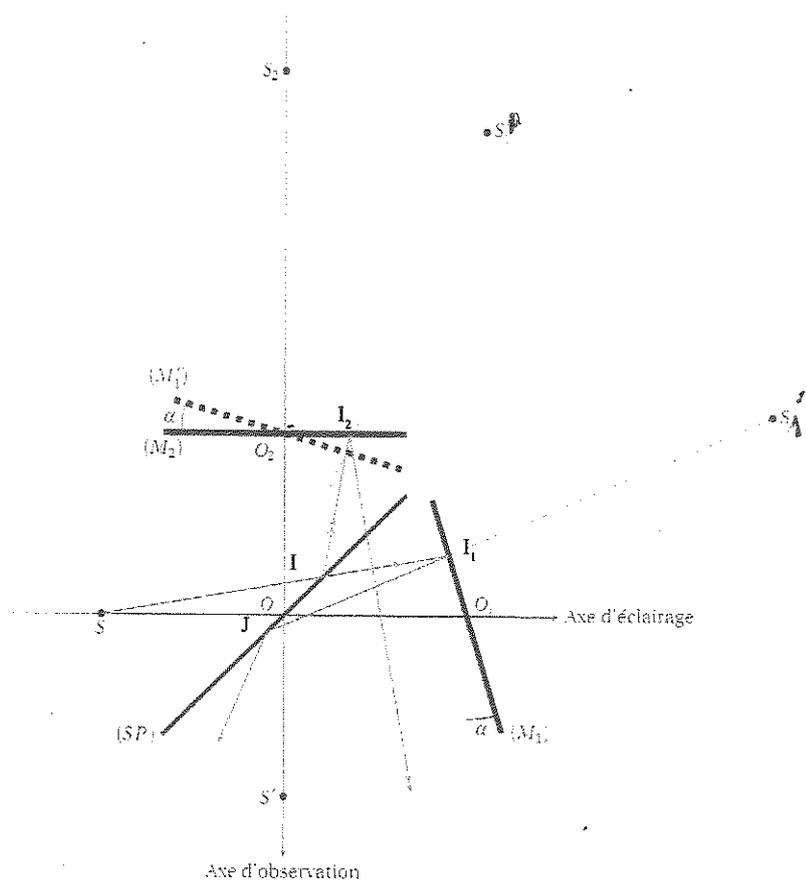
**III- Utilisation en coin d'air – Franges d'égaies épaisseur :**

On part du contact optique, on fait tourner l'un des miroirs d'un petit angle  $\alpha$  . On a alors :



**1- Equivalence avec un coin d'air :**

$S'$  = image de  $S$  à travers la séparatrice .

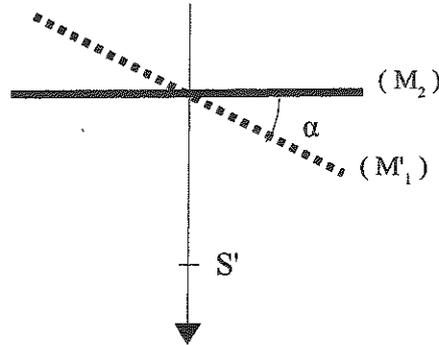


- Le rayon ( 1 ) traverse la succession des systèmes optiques constitués de la séparatrice par réflexion , du miroir ( M1 ) et de la séparatrice par transmission .
- Le rayon ( 2 ) traverse la succession de systèmes optiques constitués de la séparatrice par réflexion , du miroir ( M2 ) et de la séparatrice par transmission .

- Une symétrie par rapport à la séparatrice de la partie des rayons lumineux située entre la source S et la séparatrice (trajet SI) ne modifie pas les chemins optiques et conduit à la situation fictive suivante : les rayons sont issus de S' ignorent la séparatrice et se réfléchissent sur (M<sub>2</sub>) et se dirigent vers l'écran .
- Une symétrie par rapport à la séparatrice de la partie des rayons lumineux correspondant au trajet SII<sub>1</sub> J entre la source S , la séparatrice et le miroir ( M<sub>1</sub> ) ne modifie pas les chemins optiques et conduit à la situation fictive où les rayons sont issus de S' ignorent la séparatrice , se réfléchissent sur ( M'<sub>1</sub> ) avant d'atteindre l'écran .
- Ainsi tant pour le tracé des rayons lumineux émergent que pour le calcul des différences de marche optique l'interféromètre de Michelson est équivalent à un dièdre rempli d'air compris entre les plans ( M'<sub>1</sub> ) et ( M<sub>2</sub> ) : coin d'air .

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (S'M)_2 - (S'M)_1$$

A partir de maintenant nous raisonnerons sur le coin d'air équivalent .



## 2- Franges d'interférence :

### → Aspect qualitatif :

Soient S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> les images de S' à travers ( M'<sub>1</sub> ) et ( M<sub>2</sub> ) . Pour le calcul des différences de chemins optiques, on peut considérer que les rayons sont issus des deux sources fictives S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> cohérentes .

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (S'M)_2 - (S'M)_1 = n(S_2M - S_1M)$$

On a vu que les franges étaient des hyperboloïdes de révolution de foyers les sources secondaires , l'écran est , dans cette configuration, quasi parallèle à la direction des deux sources, les franges sont des hyperboles de foyers S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> .

Le champ de vision étant de faible étendue, on observera des franges rectilignes équidistantes .

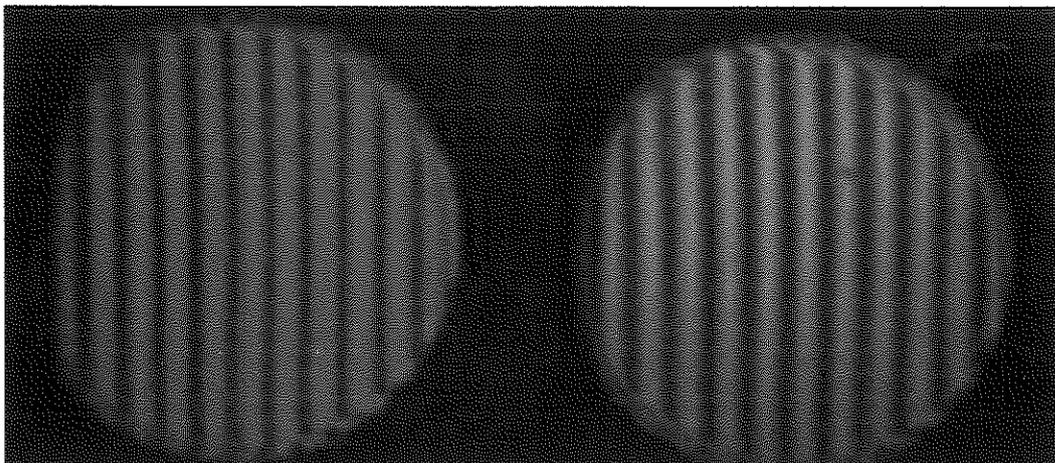
### → Franges d'égale épaisseur :

Dans les conditions expérimentales d'utilisation de l'interféromètre en coin d'air en lumière monochromatique :

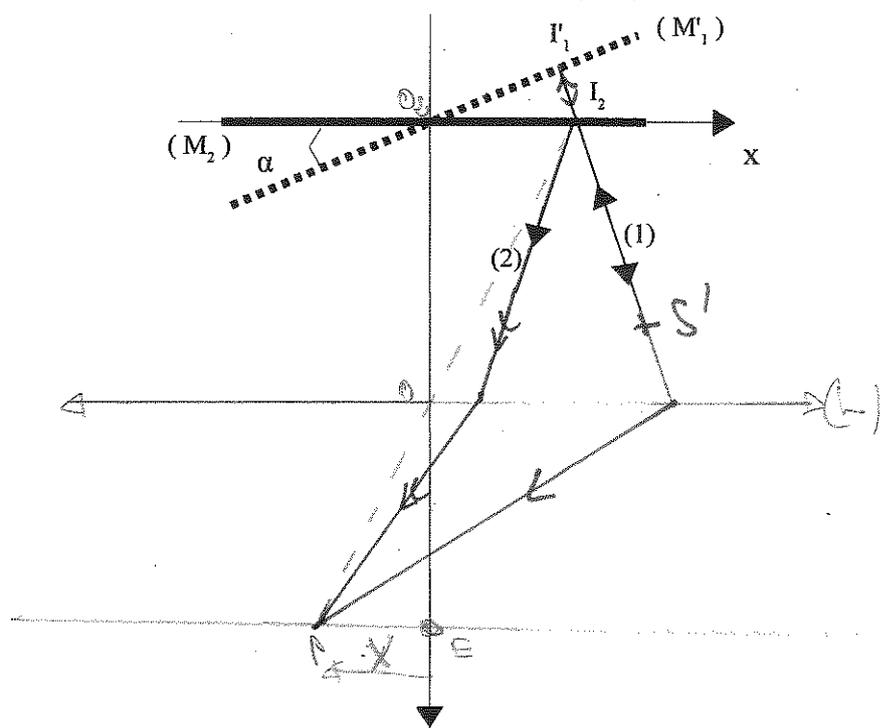
→ il est éclairé sous incidence quasi-normale , la source primaire, étendue, est placée dans le plan focal objet d'une lentille convergente .

→ les franges sont rectilignes parallèles à l'arête du coin d'air, l'interfrange diminue lorsqu'on augmente l'angle du coin d'air, ces franges sont appelées franges d'égale épaisseur .

→ les franges sont localisées sur le coin d'air, pour les observer, il faut faire, à l'aide d'une lentille convergente l'image du miroir fixe sur l'écran .



Nous allons nous placer dans les conditions expérimentales exposées ci-dessus . Pour une source étendue, le plan de localisation correspond aux interférences entre deux rayons issus d'un même rayon incident .  
 L'angle  $\alpha$  est très faible . On montre qu'au premier ordre, la différence de marche est indépendante de l'angle d'incidence . Nous représenterons le schéma dans le cas de l'incidence normale sur  $(M_1)$



Les 2 rayons viennent interférer au point  $I_2$  de  $(M_2)$  et donc au point P de l'écran (celui-ci correspond à l'image du plan  $(M_2)$  à travers la lentille convergente) -  $I_2 \text{ (L) } P$

Calcul de la différence de marche en P :

$$\delta(P) = (S'P)_1 - (S'P)_2$$

$$\delta(P) = (S'I_2) + 2(I_2 I_1') + (I_2 P)_1 - ((S'I_2) + (I_2 P)_2)$$

$$\delta(P) = 2(I_2 I_1') + (I_2 P)_1 - (I_2 P)_2$$

P étant l'image de  $I_2$  à travers (L), la condition de stigmatisme donne  $(I_2 P)_1 = (I_2 P)_2$

D'où  $\delta(P) = 2(I_2 I_1') = \delta(I_2)$

l'angle  $\alpha$  étant faible :  $I_2 I_1' = x \sin \alpha \approx x \alpha$   
 $x$  étant l'abscisse de  $I_2$  sur le miroir.

$$\delta(P) = \delta(I_2) \approx \sin \alpha \cdot x = \sin \alpha (I_2)$$

$e(I_2)$  épaisseur du coin d'air en  $I_2$

### Franges :

\* Elles sont t.q  $\delta = \text{cte}$  cad  $x = \text{cte}$  : on obtient des franges rectilignes parallèles à l'arête du coin d'air.

$$p(I_2) = \frac{\lambda n d x}{\lambda_0}$$

En  $x=0$   $\delta=0$   $p=0$  : frange brillante.

iméror =  $\Delta x$  t.q  $\Delta p(I_2) = \lambda$

$$\text{iméror} = \frac{d_0}{2nd}$$

Puis  $\alpha$  est grand plus iméror est faible.  
Franges sont équidistantes.

### \* Sur l'écran :

le point E est t.q O de  $\underline{OE}$  E

$$\frac{y}{OE} - \frac{y}{OQ} = \frac{y}{f} \quad \delta = \frac{OE}{OQ} \quad r < 0$$

L'abscisse  $x'$  de P peut s'exprimer en fonction de l'abscisse  $x$  de  $I_2$  :  $x' = \delta x$

L'ordre d'interférence en P peut s'exprimer en fonction de  $x'$  (c'est le même qu'en  $I_2$ )

$$p(x') = \frac{\lambda n d x'}{\lambda_0 \delta}$$

$$\text{écran} = |\delta| \frac{d_0}{2nd} = |\delta| \text{iméror}$$

### \* Ordre de grandeur de $\alpha$ :

Franges visibles à l'œil si écran  $> 1 \text{ mm}$

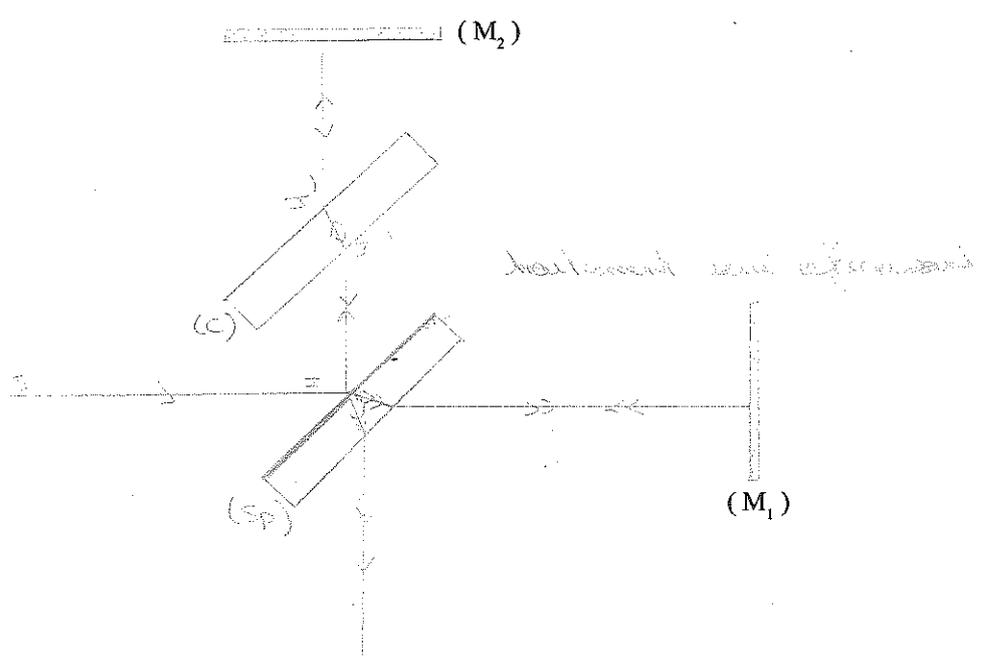
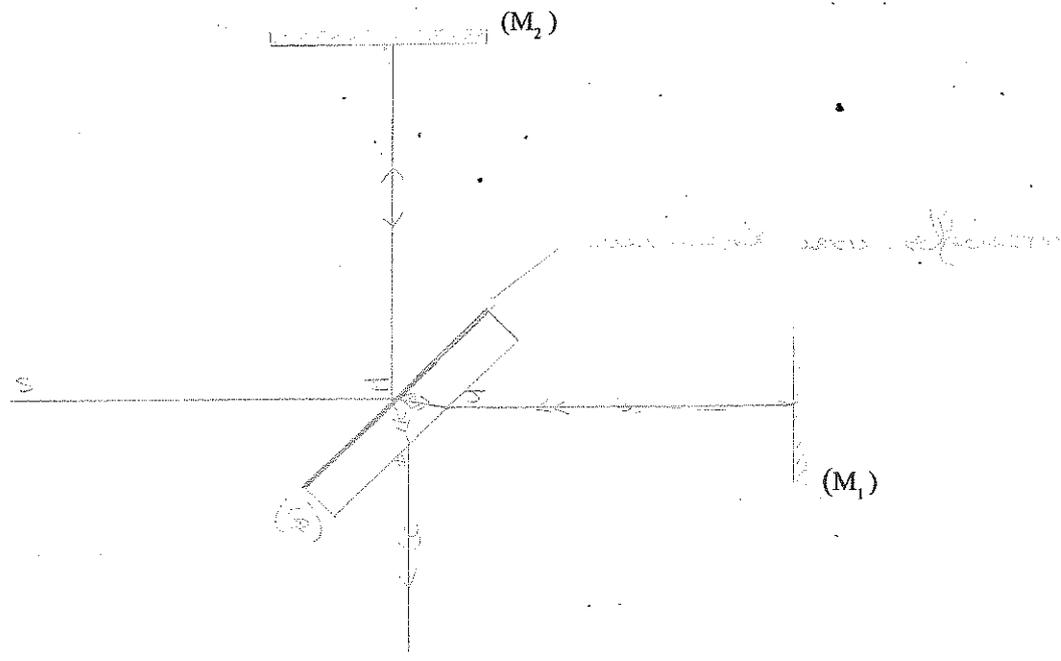
si  $|\delta| > 10$

iméror  $> 0,1 \text{ mm}$

pour  $\lambda_0 = 600 \text{ nm} \Rightarrow \alpha < 2 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$

**IV - Rôle de la compensatrice . Déphasages supplémentaires :**

**1- Nécessité d'une compensatrice :**



Si on prend en compte l'épaisseur de la séparatrice , on remarque que le rayon (2) traverse une fois ( Sp ) alors que le rayon ( 1 ) traverse trois fois ( SP ) . Cette différence de marche à travers ( SP ) introduit une différence de marche supplémentaire entre les rayons ( 1 ) et ( 2 ) . On compense celle-ci en plaçant sur la trajet du rayon ( 2 ) une lame ( C ) identique à ( SP ) parallèle à ( SP ) ; la lame compensatrice .

**4-2 Différences de marches supplémentaires :**

Dues à deux facteurs essentiels :

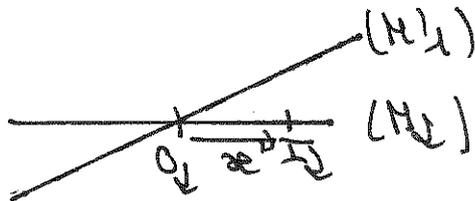
- nature des réflexions sur ( SP ) ( 2 ) subit une réflexion air verre ( déphasage supplémentaire de  $\pi$  ) tandis que ( 1 ) subit une réflexion verre air ; Le traitement de la lame fait que le déphasage n'est pas exactement de  $\pi$  .
- compensation imparfaite de ( C ) .

La différence de marche par rapport au cas théorique est une fraction de la longueur d'onde .

# V. Translation des franges d'égal épaisseur. (19)

## 1. Translation du miroir mobile:

Configuration initiale: on part du contact optique et  $(M_1)$  incliné d'un angle  $\alpha$ .



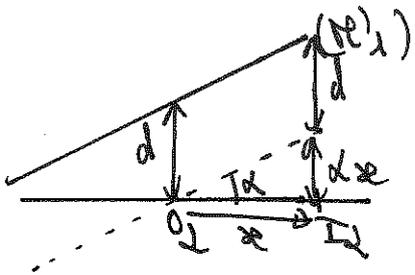
$$\delta(I_2) = 2nd \alpha$$

$$p(I_2) = \frac{2n \alpha x}{d_0}$$

$$i_{\text{miroir}} = \frac{d_0}{2n \alpha}$$

Frange d'ordre 0 en  $x=0$

$(M_1)$  subit une translation de  $d$ :



La nouvelle différence de marche en  $I_2$  vaut:

$$\delta'(I_2) = 2n \alpha x$$

$$\delta'(I_2) = 2n(d \alpha + d)$$

$$\delta'(I_2) = 2n \alpha x + 2nd$$

$$p'(I_2) = \frac{2n \alpha x}{d_0} + \frac{2nd}{d_0}$$

L'interfrange  $i_{\text{miroir}} = \frac{d_0}{2n \alpha}$  est inchangée

La frange d'ordre 0 se trouve maintenant au niveau du point d'abscisse  $x_0$

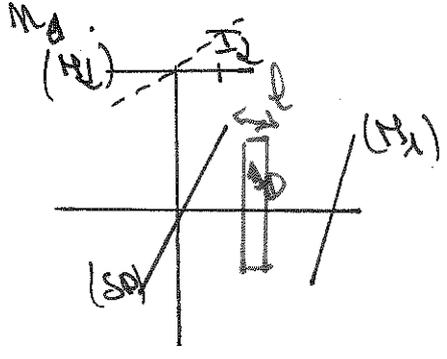
tel que  $\frac{2n \alpha}{d_0} x_0 + \frac{2nd}{d_0} = 0 \Rightarrow x_0 = -\frac{d}{\alpha}$

La translation du miroir  $(M_1)$  a provoqué une translation en bloc du système de franges - l'interfrange est inchangée.

Le nouvel ordre d'ent en  $x=0$ ,  $p'(I_2) = \frac{2nd}{d_0}$

2 - Insertion d'une lame à faces parallèles :

Preons l'indice de l'air égal à 1.  
On place sur le trajet 1 une lame à faces parallèles d'épaisseur  $l$  et d'indice



Le trajet 1 a été rallongé de :  $2(n_1 l - l) = 2(n_1 - 1)l$   
La nouvelle différence de marche au point  $I_2$  vaut  
$$\Delta_{\text{avec lame}}(I_2) = (S'M)_1 - (S'M)_2$$
  
$$= (S'M)_1 + \underbrace{2(n_1 - 1)l}_{\text{sans lame}} - (S'M)_2$$

$$\Delta_{\text{avec lame}}(I_2) = \Delta_{\text{sans lame}}(I_2) + 2(n_1 - 1)l$$

$$\Delta_{\text{avec lame}}(I_2) = 2d\alpha + 2(n_1 - 1)l$$

$$p(I_2) = \frac{2d\alpha}{d_0} + \frac{2(n_1 - 1)l}{d_0}$$

Par rapport au cas sans lame, l'interfrange est enclenchée à miroir =  $\frac{d_0}{2\alpha}$

la frange se trouve en  $x_0 = -q$

$$\frac{2d\alpha}{d_0} + \frac{2(n_1 - 1)l}{d_0} = 0$$

$$x_0 = - \frac{(n_1 - 1)l}{\alpha}$$

le système de franges a subi une translation en bloc -

→ sur le miroir translation de  $\frac{(n_1 - 1)l}{\alpha}$

→ sur l'écran translation de

$$\frac{18 | (n_1 - 1)l}{\alpha}$$

Si translation vers les  $x \downarrow$   
sur le miroir ≠ translation vers les  $x' \uparrow$  sur l'écran

## II Éclairage en lumière non monochromatique:

(15)

### 1 - Cas d'un doublet:

On éclaire <sup>par</sup> par une lampe à vapeur de sodium.

On peut considérer que son spectre est constitué de 2 raies  $d_1$  et  $d_2 = d_1 + \Delta d$  avec  $\Delta d \ll d_1$

$$\text{On pose } d_0 = \frac{d_1 + d_2}{2} = 589,3 \text{ nm}$$

lorsqu'on translate le miroir ( $M_1$ ), il y a périodicité de brouillage des franges.

Entre 2 brouillages, ( $M_1$ ) se déplace de  $\Delta d = 0,19 \text{ mm}$ , la mesure de  $\Delta d$  permet d'accéder à la valeur de  $\Delta d$ .

### Justification:

Les 2 longueurs d'onde sont incohérentes en un point  $M$  de l'écran.

$$I(M) = I_{d_1}(M) + I_{d_2}(M)$$

$$I(M) = \frac{I_0}{2} \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi \delta(M)}{d_1}\right) \right) + \frac{I_0}{2} \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi \delta(M)}{d_2}\right) \right)$$

$$I(M) = \frac{I_0}{2} \left( 2 + 2 \cos\left(\pi \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) \delta(M)\right) \cos\left(-\pi \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}\right) \delta(M)\right) \right)$$

$$I(M) = I_0 \left( 1 + \cos\left(\pi \frac{\Delta d}{d_1 d_2} \delta(M)\right) \cos\left(\frac{\sqrt{d_1 d_2}}{d_0} \delta(M)\right) \right)$$

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} = \frac{\Delta d}{d_1 d_2} \approx \frac{\Delta d}{d_0^2}$$

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \approx \frac{2}{d_0}$$



deux configurations.

$$\delta(E) = 2e$$

lorsque  $(M_1)$  est transféré,  $\delta(E)$  varie -

lorsque  $(M_1)$  transféré de  $d$ ,  $\delta(E)$  varie de  $2d$ .

Entre 2 brouillages consécutifs,  $(M_1)$  subit une translation de  $\Delta d$  alors  $\delta(E)$  varie de  $\Delta\delta = 2\Delta d$ .

Entre 2 brouillages  $\delta$  varie de  $\frac{d\delta}{\Delta d}$  d'où

$$2\Delta d = \frac{d\delta}{\Delta d} \Rightarrow \boxed{\Delta d = \frac{d\delta}{2\Delta d}}$$

$$d = 500,3 \text{ nm} \quad \underline{\Delta d = 0,6 \text{ nm}}$$

Entre 2 franges brillantes  $\delta$  varie de  $d$ .  
lors de la translation de  $(M_1)$  entre 2 brouillages, au point E définit:  $\frac{d\delta}{\Delta d} \times \frac{1}{d} = \frac{d\delta}{\Delta d} = 999,9$   
999,9 franges brillantes définit en un pt.

Autre méthode:

En E, il y aura brouillage lorsque

$$P_{d1} - P_{d2} = \frac{d\delta}{\Delta d} - \frac{d\delta}{\Delta d} = R + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{d\delta}{\Delta d} \Rightarrow \frac{d\delta}{\Delta d} = R + \frac{1}{2}$$

V- Translation des franges d'égale épaisseur :

V-I Eclairage en lumière non monochromatique :

1- Cas d'un doublet :

2- Interférences en lumière blanche :

Chaque longueur d'onde donne son propre système de franges . Les différents systèmes se superposent .

→ lame d'air :

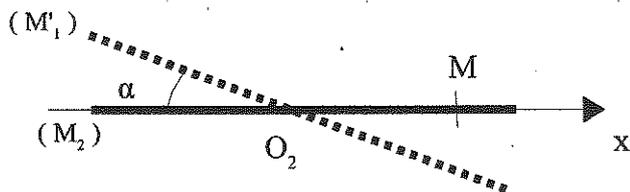
Au contact optique (  $e = 0$  ), l'éclairage est uniforme et blanc ( même blanc que la source ) .

Lorsque l'on translate légèrement le miroir (  $M_1$  ), des couleurs défilent .

Si on ne se trouve pas au contact optique (  $e \neq 0$  ), l'éclairage est uniforme et le reste lorsqu'on translate légèrement le miroir (  $M_1$  ) .

→ Coin d'air :

On observe des franges uniquement au voisinage des points correspondant à une différence de marche nulle .



$$\delta = 2\alpha x \quad p = \frac{2\alpha x}{\lambda_i}$$

Sur l'arête du coin ,  $\delta = 0$  quelque soit la longueur d'onde : on observe une frange brillante blanche ( ou noir si les différences de réflexion sur la séparatrice introduisent un déphasage de  $\pi$  ) .

Autour du coin d'air il y a quelques franges irisées : les couleurs dominantes correspondent aux longueurs d'onde d'ordre d'interférence proches de 1 , ensuite la teinte devient blanche grisâtre, on arrive dans le blanc d'ordre supérieur, la décomposition de la lumière dans cette zone donne un spectre annelé .

