UTILISATION des pôles dominants

PREMIER PROBLÈME :

1) La réponse à une entrée en échelon ne présentera **pas** de dépassement car les pôles de la FTBF ont une partie imaginaire nulle.

2) On a : $$FTBF(p) = \frac{K_F}{\left(1 - \frac{p}{p_{1F}}\right)\cdot\left(1 - \frac{p}{p_{2F}}\right)}$$

$$= \frac{K_F}{(1 + T_{1F}\cdot p)\cdot(1 + T_{2F}\cdot p)}$$ où $T_{1F} \simeq 1{,}61\ s$, $T_{2F} \simeq 15{,}6\ s$

$$= \frac{K_F}{1 + (T_{1F} + T_{2F})\cdot p + T_{1F}\cdot T_{2F}\cdot p^2}$$

$$= \frac{K_F}{1 + \frac{2\cdot\xi}{\omega_0}\cdot p + \frac{1}{\omega_0^2}\cdot p^2}$$

où $$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{T_{1F}\cdot T_{2F}}} \simeq 0{,}2\ rad/s$$

$$\xi = \frac{\omega_0}{2}\cdot(T_{1F} + T_{2F}) \simeq 1{,}72$$

L'abaque donne : $t_{réduit} = t_{r5\%}\cdot\omega_0 \simeq 10$

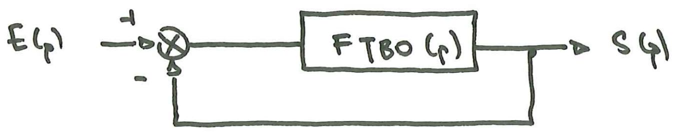
et donc $\boxed{t_{r5\%} \simeq 50\ s}$

3) On remarque que $T_{2F} \gg T_{1F}$ et donc

$$FTBF(p) \simeq \frac{K_F}{1 + T_{2F}\cdot p}$$

On a directement $\boxed{t_{r5\%}^{\text{approx}^{o}} \simeq 3\cdot T_{2F} \simeq 46{,}8}$

④ Il faut connaître le gain statique de la FTBF avec :



$$FTBF(p) = \frac{FTBO(p)}{1 + FTBO(p)}$$

On a donc

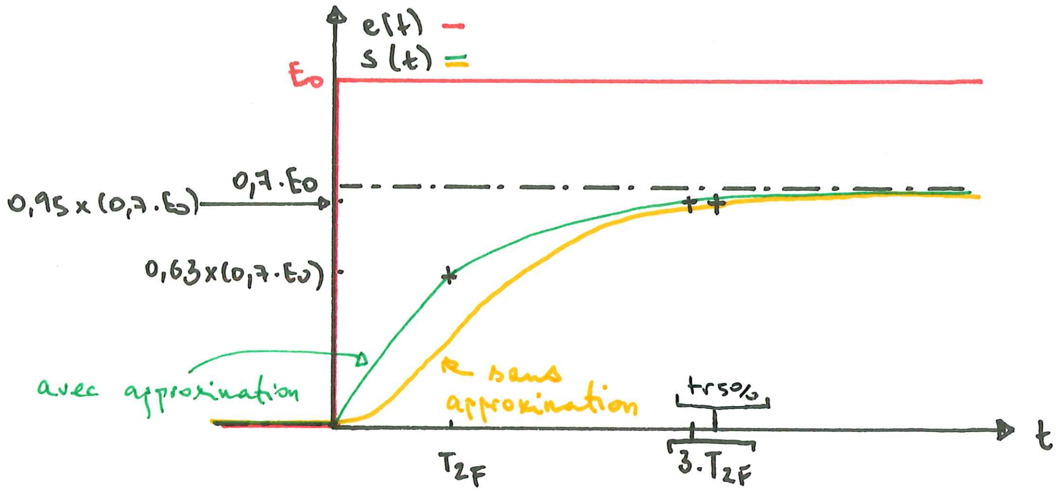
$$\lim_{t \to +\infty} s(t) = \lim_{p \to 0^+} p \cdot S(p)$$

entrée en échelon

$$= \lim_{p \to 0^+} \cancel{p} \cdot FTBF(p) \cdot \frac{E_0}{\cancel{p}}$$

$$= \frac{K_{BO}}{1 + K_{BO}} \cdot E_0$$

$$\simeq 0,7 \cdot E_0$$



⑤ "Calcul" de la marge de gain. Elle vaut ici $+\infty$ car

$$\left| \begin{array}{l} \arg(FTBO(j\cdot\omega)) > -180° \\ \text{et} \quad G_{dB,FTBO}(\omega) \xrightarrow[\omega \to +\infty]{} -\infty \end{array} \right.$$

Calcul de la marge de phase. Je cherche ω_{0dB} tq

$$|FTBO(j\cdot\omega)| = 1$$

où $$|FTBO(j\cdot\omega)| = \frac{K_{BO}}{\sqrt{1 + T_{10}^2 \cdot \omega^2} \cdot \sqrt{1 + T_{20}^2 \cdot \omega^2}}$$

où $T_{10} = -\frac{1}{p_{10}} \simeq 1,5 \text{ s}$

$T_{20} \simeq 53 \text{ s}$

$|FTBO(j\cdot\omega)| = 1$ si $K_{BO}^2 = (1 + T_{10}^2 \cdot \omega^2)\cdot(1 + T_{20}^2 \cdot \omega^2)$

si $K_{BO}^2 = 1 + (T_{10}^2 + T_{20}^2)\cdot\omega^2 + T_{10}^2 \cdot T_{20}^2 \cdot \omega^4$

si $T_{10}^2 \cdot T_{20}^2 \cdot \omega^4 + (T_{10}^2 + T_{20}^2)\cdot\omega^2 + (1 - K_{BO}^2) = 0$

$\cancel{\omega^2 \simeq -0{,}45\ (\mathrm{rad}/s)^2}$ (pas de sens)

ou

$\omega^2 \simeq 1{,}23 \cdot 10^{-3}\ (\mathrm{rd}/s)^2$

donc $\omega \simeq 0{,}035$ rd/s $(= \omega_{0dB})$

On a ensuite $\arg(FTBO(j\cdot\omega_{0dB})) = -\arctan(T_{10}\cdot\omega_{0dB}) - \arctan(T_{20}\cdot\omega_{0dB})$

$\simeq -65°$

Et donc $M\varphi \simeq 180° - \arg(FTBO(j\cdot\omega_{0dB}))$

$$\boxed{M\varphi \simeq 115°}$$

DEUXIÈME PROBLÈME :

6 Il y aura des dépassement car $\mathrm{Im}(p_{2F}) \neq 0$

et $\mathrm{Im}(p_{3F}) \neq 0$.

7 p_{2F} et p_{3F} sont des pôles dominants car :

$$|\mathrm{Re}(p_{2F})| \ll |\mathrm{Re}(p_{1F})|$$
$$\shortparallel$$
$$|\mathrm{Re}(p_{3F})|$$

On peut donc écrire : $FTBF(p) \simeq \dfrac{K_F}{\left(1 - \frac{p}{p_{2F}}\right)\cdot\left(1 - \frac{p}{p_{3F}}\right)}$

$$\simeq \frac{K_F}{1 - \left[\frac{1}{p_{2F}} + \frac{1}{p_{3F}}\right]\cdot p + \frac{1}{p_{2F}\cdot p_{3F}}\cdot p^2}$$

Où $p_{2F} = -a + j \cdot b$ et $p_{3F} = -a - j \cdot b$ et donc

$$-\left(\frac{1}{p_{2F}} + \frac{1}{p_{3F}}\right) = -\frac{-a - j \cdot b - a + j \cdot b}{a^2 + b^2}$$

$$= \frac{2 \cdot a}{a^2 + b^2}$$

$$\frac{1}{p_{2F} \cdot p_{3F}} = \frac{1}{a^2 + b^2}$$

Donc $FTBF(p) = \dfrac{K_F}{1 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$ où $\omega_0 = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\xi = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2} \cdot a}{a^2+b^2}$$

$$\xi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Avec $\left| \begin{array}{l} a = -0{,}00077 \text{ rd/s} \\ b = 0{,}1 \text{ rd/s} \end{array} \right.$: $\left| \begin{array}{l} \omega_0 \simeq 0{,}1 \text{ rd/s} \\ \xi \simeq 7{,}7 \cdot 10^{-3} \end{array} \right.$

Et donc $t_{réduit} = t_{r5\%} \cdot \omega_0 \simeq 35$

donc $t_{r5\%} \simeq 350 \text{ s}$