

# Asservissements

## Rapidité

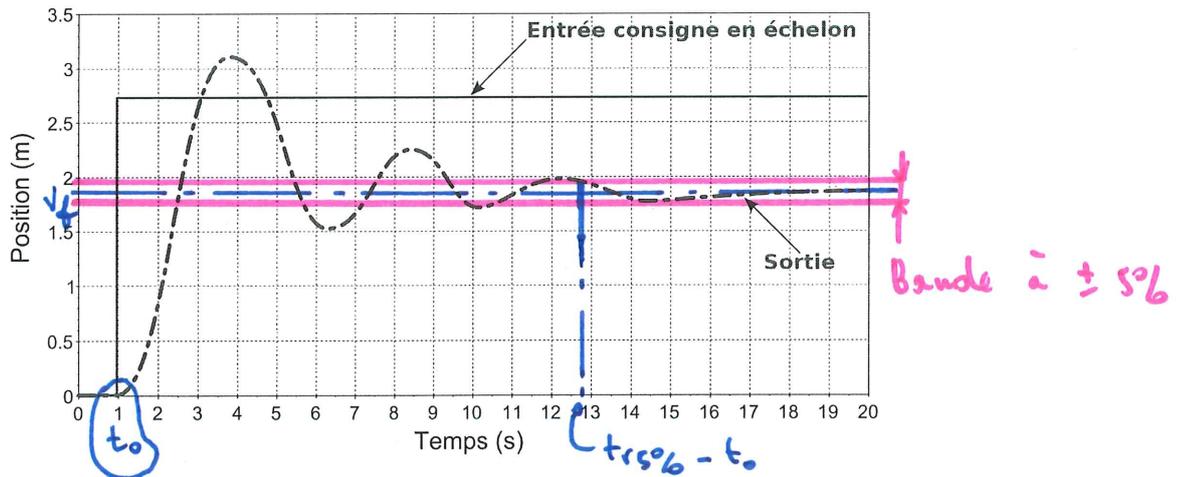
PSI - MP : Lycée Rabelais

### Rapidité des systèmes

Un système sera dit rapide lorsqu'il converge avec un temps court vers sa valeur limite. La rapidité est caractérisée par le temps de réaction du système pour une variation brusque de la grandeur d'entrée comme une entrée en échelon par exemple.

Généralement, on utilise le **temps de réponse à 5 %**. Ce temps est celui mis par le système pour entrer dans une bande de  $\pm 5\%$  autour de la valeur à convergence. Bien entendu, on ne peut définir la rapidité d'un système que si celui-ci est stable.

Certains sujets définissent également le **temps de montée à 5 %** qui caractérise le temps que prend un système pour atteindre (la première fois) ladite bande de  $\pm 5\%$ . On remarquera que, s'il n'y a pas de dépassement, le temps de montée est égal au temps de réponse.



$$\text{Ici } v_f \approx 1,85 \text{ m} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} 1,05 \times v_f \approx 1,94 \text{ m} \\ 0,95 \times v_f \approx 1,76 \text{ m} \end{cases}$$

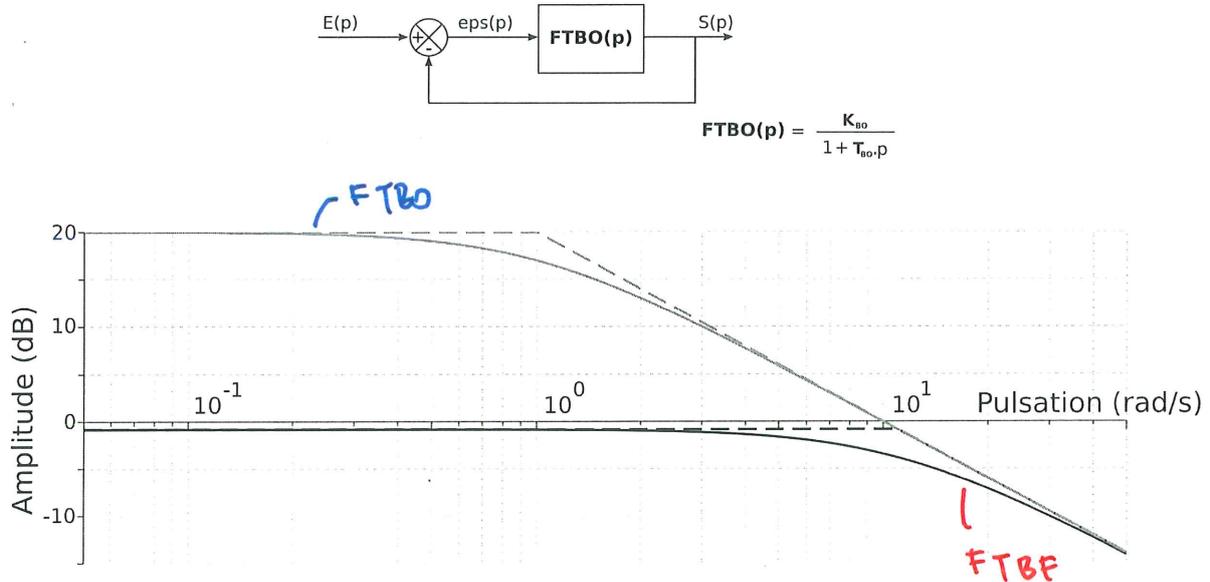
$$\text{On en déduit : } t_{r5\%} \approx 12,75 - t_0 \approx 11,75 \text{ s}$$

$$t_{m5\%} \approx 1,5 \text{ s}$$

# 1 Exemple avec une FTBO du premier ordre

Dans le cas particulier d'un système non-bouclé du premier ordre, il est relativement aisé de démontrer un certain nombre de résultats. Ces derniers seront généralisés par la suite.

On considère donc l'exemple suivant :



1. Calculer la FTBF puis exprimer son gain statique  $K_{BF}$  et sa constante de temps  $T_{BF}$  en fonction de  $K_{BO}$  et  $T_{BO}$ . Identifier la FTBO et la FTBF sur le diagramme de Bode ainsi que les valeurs numériques des différentes constantes.
2. Déterminer le temps de réponse à 5% du système bouclé. Que peut-on dire de la rapidité de la FTBF par rapport à celle de la FTBO ?
3. Que peut-on dire de la bande passante à -3dB pour cette FTBF ?
4. Existe-t-il un lien entre rapidité et bande passante à -3dB ?
5. Déterminer la pulsation, notée  $\omega_{0dB}$ , pour laquelle le gain de la FTBO est nul en fonction de  $K_{BO}$  et  $T_{BO}$ . Déterminer également  $\omega_{-3dB}$ , la pulsation de coupure à -3dB de la FTBF. Exprimer alors  $\omega_{0dB}$  en fonction de  $\omega_{-3dB}$  et de  $K_{BO}$ . Conclure.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad \text{Je calcule : } FTBF(p) &= \frac{FTBO(p)}{1 + 1 \cdot FTBO(p)} \\
 &= \frac{\frac{K_{BO}}{1 + T_{BO} \cdot p}}{1 + \frac{K_{BO}}{1 + T_{BO} \cdot p}} \\
 &= \frac{K_{BO}}{1 + K_{BO} + T_{BO} \cdot p}
 \end{aligned}$$

Et donc : 
$$FTBF(p) = \frac{\frac{K_{B0}}{1+K_{B0}} = K_{BF}}{1 + \frac{T_{B0}}{1+K_{B0}} \cdot p}$$

||  
T<sub>BF</sub>

l'identifie :  $20 \log(K_{B0}) \approx 20 \text{ dB}$  donc  $K_{B0} = 10$

et donc  $K_{BF} \approx 0,91$

$\frac{1}{T_{B0}} \approx 1 \text{ rad/s}$  et donc  $T_{B0} \approx 1 \text{ s}$

et donc  $T_{BF} \approx 0,091 \text{ s}$

② On a directement  $t_{rs\%} = 3 \cdot T_{BF} \approx 0,27 \text{ s}$ .

On remarque que  $t_{rs\%}^{BF} < t_{rs\%}^{B0}$ .

③ La bande passante de la FTBF est  $[0, \omega_{-3dB}]$  où  $\omega_{-3dB} = \frac{1}{T_{BF}}$ .

④ Et donc  $\omega_{-3dB} = \frac{3}{t_{rs\%}}$  : plus  $\omega_{-3dB}$  est grand, plus le système asservi est rapide.

⑤ Je cherche  $\omega_{0dB}$  tq  $|FTBO(j,\omega)| = 1 \iff \frac{K_{B0}}{\sqrt{1+T_{B0}^2 \cdot \omega^2}} = 1$

donc  $\omega_{0dB} = \frac{\sqrt{K_{B0}^2 - 1}}{T_{B0}}$

Et  $\omega_{-3dB} = \frac{1}{T_{BF}} = \frac{1+K_{B0}}{T_{B0}}$

Donc  $\omega_{0dB} = \frac{\sqrt{K_{B0}^2 - 1}}{1+K_{B0}} \cdot \omega_{-3dB}$  : si  $\omega_{0dB}$  augmente alors  $\omega_{-3dB}$  augmente aussi et dans ce cas, on a bien un système asservi qui devient plus rapide.

↑  
de la FTBO

↑  
de la FTBF

## 2 Influence du bouclage

### À retenir :

Le bouclage d'un système ayant une FTBO d'ordre  $n$  permet :

- de conserver l'ordre du système en obtenant une FTBF d'ordre  $n$ ,
- d'obtenir un système plus "nerveux". Cela signifie que le temps de montée est toujours plus faible pour le système bouclé et que, s'il n'y a pas trop de dépassements, le temps de réponse à 5% est aussi plus faible.

## 3 Notion de bande passante

La bande passante à -3dB correspond à la bande de pulsation où le gain est supérieur au gain asymptotique en régime statique moins 3dB.

**La majorité des systèmes**, ayant une partie mécanique, **se comportent comme des "passe-bas"**, c'est-à-dire qu'ils réagissent conformément aux consignes à basses fréquences mais ne parviennent plus à suivre les mouvements rapides à hautes fréquences. Dans ces cas-là, la bande passante s'étend donc de 0 rad/s jusqu'à la pulsation de coupure à -3dB, notée  $\omega_{-3dB}$ .

Pour un système passe-bas peu oscillant (ou pas du tout), la bande passante est directement liée à la rapidité du système. **On montre que plus la bande passante d'un système est importante plus le système sera rapide.** Pour varier rapidement, il faut bien que la sortie soit constituée de hautes fréquences !

**On montre également que la pulsation  $\omega_{-3dB}$  d'un système asservi en boucle fermée augmente (ou diminue) lorsque la pulsation à 0 dB de sa fonction de transfert en boucle ouverte augmente (ou diminue).**

### À retenir :

On dira donc que **lorsque la pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO augmente, alors la rapidité du système bouclé augmente** (à condition de ne pas générer d'oscillations néfastes en terme de temps de réponse).