Valorisation des eaux usées

Q1. J'isole l'hélice qui est soumise aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $0 \xrightarrow{pivot} 1$ $(1 = \text{hélice})$
- $0 \xrightarrow{mot} 1$
- $pes \rightarrow 1$

J'écris le théorème du moment dynamique en G (centre d'inertie de l'hélice situé sur l'axe de rotation) et en projection sur $\vec{z_0}$:

$$\underbrace{\vec{M}_{G,0 \xrightarrow{pivot} 1} \cdot \vec{z_0}}_{=0} + \underbrace{\vec{M}_{G,0 \xrightarrow{mot} 1} \cdot \vec{z_0}}_{=C_m} + \underbrace{\vec{M}_{G,pes \rightarrow 1} \cdot \vec{z_0}}_{=0} = \underbrace{\vec{\delta}_{G,1/0} \cdot \vec{z_0}}_{\dots}$$

Et $$\vec{\delta}_{G,1/0} \cdot \vec{z_0} = \frac{d}{dt}\left[\vec{\sigma}_{G,1/0}\right]_0 \cdot \vec{z_0} + \left(m_1 \cdot \vec{V}_{G/0} \wedge \vec{V}_{G\in 1/0}\right) \cdot \vec{z_0}$$

$\hat{m}$ vitesse

$$= \frac{d}{dt}\left(\vec{\sigma}_{G\in 1/0} \cdot \vec{z_0}\right)$$

où $$\vec{\sigma}_{G\in 1/0} \cdot \vec{z_0} = \left(I_G(1) \cdot \vec{\Omega}_{1/0}\right) \cdot \vec{z_0} + \left(m_1 \cancel{\vec{GG}} \wedge \vec{V}_{G\in 1/0}\right) \cdot \vec{z_0}$$

$\vec{0}$

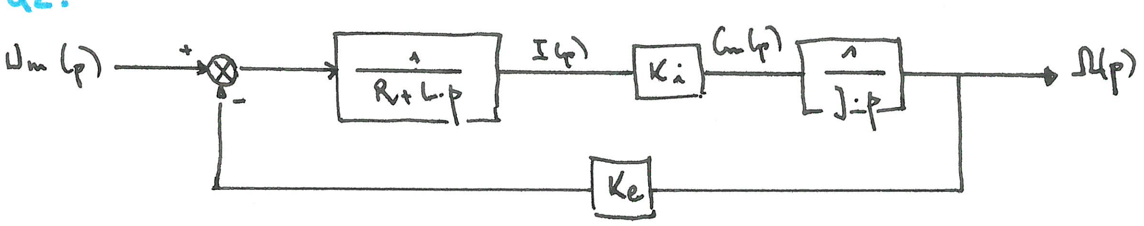
$$= \left(\begin{bmatrix} x & x & x \\ x & x & x \\ x & x & J \end{bmatrix}_1 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}\right) \cdot \vec{z_0}_1$$

$$= J \cdot \dot{\theta}$$

On a donc :

$C_m = J \cdot \ddot{\theta}$ et $\dot{\theta} = \omega$ donc dans le domaine de Laplace $\Omega(p) = \frac{1}{J \cdot p} \cdot C_m(p)$

Q2.



Q3. Calculons :

$$\frac{\Omega(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{1}{R+L\cdot p} \cdot K_i \cdot \frac{1}{J\cdot p}}{1 + \frac{1}{R+L\cdot p} \cdot K_i \cdot \frac{1}{J\cdot p} \cdot K_e}$$

$$= \frac{K_i}{K_i \cdot K_e + R \cdot J \cdot p + L \cdot J \cdot p^2}$$

$$\boxed{\frac{\Omega(p)}{U_m(p)} = \frac{1/K_e}{1 + \frac{R \cdot J}{K_i \cdot K_e} \cdot p + \frac{L \cdot J}{K_i \cdot K_e} \cdot p^2}}$$

Q4. Le dénominateur a deux racines $p_1 \simeq -333$ rad/s

$p_2 \simeq -0{,}011$ rad/s

On a donc :

$$\frac{\Omega(p)}{U_m(p)} = \frac{1/k_e}{\left(1-\frac{p}{p_1}\right)\cdot\left(1-\frac{p}{p_2}\right)}$$

$= 0{,}77$ (rad/s)/V

$$= \frac{K_1}{(1+T_1\cdot p)\cdot(1+T_2\cdot p)}$$ où $T_1 \simeq 3$ ms, $T_2 \simeq 89$ s

$$\simeq \frac{K_1}{1+T_2\cdot p}$$ car $T_2 >> T_1$. Pour la suite, on prend $T \simeq T_2 \simeq 90$ s

Q5. Ici $FTBF(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$

$$= \frac{\frac{K_1}{1+T\cdot p}}{1+\frac{K_1}{1+T\cdot p}}$$

$$= \frac{K_1}{1+K_1+T\cdot p}$$

$$= \frac{\frac{K_1}{1+K_1}}{1+\frac{T}{1+K_1}\cdot p}$$

On a donc : $\varepsilon_s = \lim_{t\to+\infty} \omega_c(t) - \omega(t)$

Amplitude de l'entrée

$$= \omega_{c0} - \frac{K_1}{1+K_1}\cdot\omega_{c0}$$

$$= \frac{1}{1+K_1}\cdot\omega_{c0}$$

L'erreur relative sera donc $\boxed{\varepsilon_{s\%} = \frac{1}{1+K_1} \simeq 56\%}$

Le temps de réponse à 5% sera : $\boxed{tr_{5\%} = 3\cdot\frac{T}{1+K_1} \simeq 153 \text{ s}}$

On a $\varepsilon_{s\%} \neq 0$ et $tr_{5\%} > 20$ s : un correcteur est nécessaire.

Q6. On va choisir $T_i = T$ de telle sorte que :

$$FTBO(p) = K_{cor}\cdot\frac{\cancel{1+T\cdot p}}{T\cdot p}\cdot\frac{K_1}{\cancel{1+T\cdot p}}$$

$$= \frac{K_{cor}\cdot K}{T\cdot p}$$

On a maintenant :

$$FTBF(p) = \frac{\frac{K\cdot K_{cor}}{T\cdot p}}{1+\frac{K\cdot K_{cor}}{T\cdot p}}$$

$$= \frac{K\cdot K_{cor}}{K\cdot K_{cor}+T\cdot p}$$

$$\boxed{FTBF(p) = \frac{1}{1+\frac{T}{K\cdot K_{cor}}\cdot p}}$$

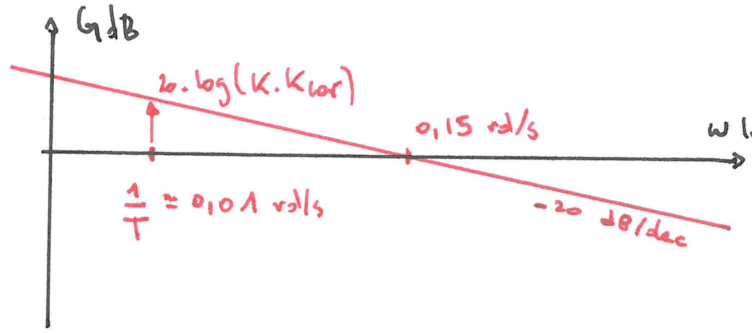
- L'erreur statique sera nulle car : - le gain statique de la FTBF est unitaire,
  - la classe de la FTBO est de 1.

- On a aussi : $\boxed{t_{r5\%} = 3\cdot\frac{T}{K\cdot K_{cor}}}$

Donc $K_{cor} = \frac{3.T}{K\cdot t_{r5\%}} \simeq 17,5$ V/(rad/s) à la limite du cahier des charges.

- Il n'y a aucun risque de dépassement car la FTBF est d'ordre 1.

Q7.

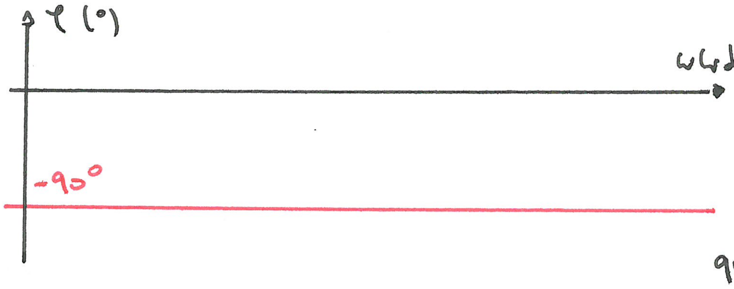


- On a donc :

$M_G = +\infty$

$M_\varphi = 90°$

- Le système sera donc <u>très</u> stable.



NOTA : ici, on a bien $|p_1| = \frac{1}{T_1} \ll \omega_{0dB}$. La simplification effectuée à la question 4 ne pose pas de problème.