Ex : diffraction d'une onde e.m par une fente

1 - $dP(x,t) = C\,\mathcal{E}(x)\,dx$

Condition de normalisation

$$\int_{-\infty}^{+\infty} C\,\mathcal{E}(x)\,dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} C\,\mathcal{E}_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a x}{d_0 D}\right)}{\frac{\pi a x}{d_0 D}}\right)^2 dx = 1$$

$u = \dfrac{\pi a x}{d_0 D}$ $\qquad du = \dfrac{\pi a}{d_0 D}\,dx$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} C\,\mathcal{E}_0 \frac{d_0 D}{\pi a}\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 du = 1$$

$$C\,\mathcal{E}_0 \frac{d_0 D}{a} = 1 \qquad C = \frac{a}{\mathcal{E}_0\, d_0 D}$$

$$dP(x,t) = \frac{a}{d_0 D}\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a x}{d_0 D}\right)}{\frac{\pi a x}{d_0 D}}\right)^2 dx.$$

2 - $P = \displaystyle\int_{-\frac{d_0 D}{a}}^{\frac{d_0 D}{a}} dP$

$u = \dfrac{\pi a x}{d_0 D}$

$$P = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{a}{d_0 D} \times \frac{d_0 D}{\pi a}\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 du$$

$P = \dfrac{1}{\pi} \times 2{,}84 = 0{,}9$ cohérent avec l'aspect ondulatoire.

Ex 5 : gaz quantique ou classique.

1-a- $\frac{1}{2} m v^{*2} = \frac{3}{2} k_B T$

$v^* = \sqrt{\frac{3 k_B T}{m}}$

$v^* = 1,4.10^3 \ m.s^{-1}$

b- $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v^*} \Rightarrow \lambda = 7,3.10^{-11} m$.

On peut déterminer le volume d'un atome d'hélium.

$PV = \frac{m_{He}}{M} RT = \frac{M}{M \mathcal{N}_A} RT$

D'où $V = \frac{k_B T}{P} = \frac{1,38.10^{-23} \times 298}{10^5}$

On peut estimer $d \simeq V^{1/3}$ $d \simeq 3,4 nm$

c- $\lambda << d$ il n'est pas utile d'utiliser une description quantique du gaz d'hélium.

2-a- Calcul de la longueur d'onde de De Broglie

$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 m E}}$

$\lambda = \frac{6,62.10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9,1.10^{-31} \times 1,6.10^{-19}}} = 1,2 nm$

Volume d'un atome :

$\rho_{Cu} = \frac{m_{Cu}}{V_{Cu}} = \frac{M_{Cu}}{N_a \times V_{Cu}}$

$V_{Cu} = \frac{M_{Cu}}{N_a \rho_{Cu}} = \frac{63.10^{-3}}{6,02.10^{23} \times 8,9.10^3} = 1,2.10^{-29} m^3$

$d \simeq V^{1/3}$ $d \simeq 2,2.10^{-10} m$.

$\lambda > d \Rightarrow$ l'étude de la conduction électrique relève de la mécanique quantique.