EXERCICES PHYSIQUE QUANTIQUE Série 1

Exercice 1:ordres de grandeurs
1- Déterminer la longueur d'onde d'un neutron de masse m = $1{,}67.10^{-27}$ kg et d'énergie cinétique Ec = 8,43 meV . Justifier que l'on peut observer le comportement ondulatoire de ces neutrons en les envoyant sur un cristal dont les atomes sont distants de a= 398 pm .
2- Quelle énergie en eV dont on communiquer à des électrons pour que leur longueur d'onde de De Broglie soit égale à 0,1 nm ?
3- a- Quelle est l'indétermination quantique minimale sur la vitesse d'un adénovirus dont la masse vaut m = $2{,}4.10^{-16}$ g et dont la position est connue à 10 nm près (soit le dixième de sa taille) .
b- Un radar autoroutier flashe une voiture de masse m = 1,31 t roulant à 150 km/h . L'éclair du flash dure 0,01 s . Quelle est l'indétermination sur la position de la voiture . En déduire une minoration de l'indétermination quantique de la vitesse . Conclure .

Données :
masse d'un électron $m = 9{,}1.10^{-31}$ *kg* *constante de Planck* $h = 6{,}62\ 10^{-34}$ *J.s*

Exercice 2 :dualité onde-corpuscule pour la lumière (extrait CCINP 2024) .
1- a- On considère un faisceau parallèle de photons associés à une onde électromagnétique, de longueur d'onde λ , se propageant dans l'air assimilé au vide dans la direction Oz de vecteur unitaire $\vec{e}_z$ (figure 1) .
Rappeler ce que vaut leur énergie E en fonction de c, λ et de h et leur quantité de mouvement p en fonction de h, λ et de $\vec{e}_z$.
b- Calculer l'énergie en eV d'un photon de lumière bleue de longueur d'onde λ = 475 nm.
2- Ce faisceau parallèle cylindrique de rayon R arrive face à un écran, perpendiculaire à l'axe du faisceau, percé d'un trou circulaire T_1 de centre O et de rayon r (inférieur à R) (figure 1)

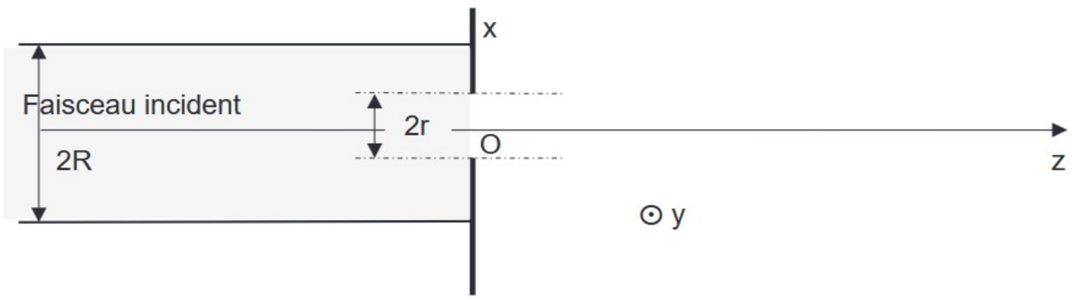


Figure 1 - Géométrie du dispositif à un trou

a- Établir, à partir de l'inégalité d'Heisenberg spatiale, qu'il y a forcément ouverture angulaire du faisceau.
b- Donner un ordre de grandeur de cette ouverture angulaire supposée petite. Commenter.
Comment appelle-t-on ce phénomène ?
3- Citer une expérience qui met en évidence l'aspect corpusculaire de la lumière.
4- Un électron est expulsé d'un métal sous l'effet d'une radiation s'il absorbe une énergie au moins égale à W_e, énergie appelée travail " d'extraction ".
Le tableau ci-dessous indique les valeurs du travail " d'extraction " pour différents métaux

Métal	Cs	Na	K	Ti	Fe
We en eV	1,15	2,11	2,22	4,33	4,67

Avec quels métaux cités dans le tableau, la lumière bleue du 1-b permet-elle d'obtenir un effet photoélectrique ? Justifier.
Quelle sera la vitesse maximale des électrons émis ? Commenter.
5-a-On utilise une source optique de puissance 1 mW : évaluer l'ordre de grandeur du nombre de photons qui sortent de la source par unité de temps en supposant le faisceau rigoureusement monochromatique de longueur

d'onde λ = 632,8 nm.
b- À quel niveau de puissance faudrait-il descendre, pour une source, pour que la lumière qu'elle émet soit détectée photon par photon ? On admet que les détecteurs photoniques ont un temps de réponse de l'ordre de la picoseconde
c- Décrire l'évolution des observations sur le détecteur en fonction de la durée d'observation dans la situation des interférences, par deux fentes d'Young éclairées par la source du 5-b, modélisée par une source à photons uniques.
d- Traduire ces observations en termes d'amplitude de probabilité pour un photon, détecté enun point M. Le principe de superposition s'applique-t-il aux probabilités ou aux amplitudes de probabilités ?

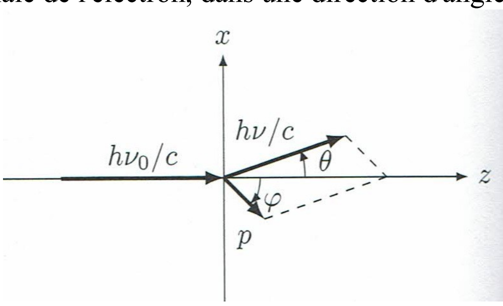
Données
Constante de Planck $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s
Constante de Planck réduite $\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ J · s
Vitesse de la lumière dans le vide $c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m · s^{-1}
Constante de Boltzmann $k_B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J · K^{-1}
Masse de l'électron $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg
Charge élémentaire $e = 1{,}6 \cdot 10^{-9}$ C
Constante des gaz parfaits $R = 8{,}31$ J · K^{-1} · mol^{-1}
Constante d'Avogadro $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ · mol^{-1}

<u>Exercice 3 :</u>Diffraction d'une onde électromagnétique par une fente
On considère l'expérience de diffraction d'une onde électromagnétique plane, de longueur d'onde $\lambda_0 = 633\,nm$, à travers une fente de largeur a = 0,070 mm selon (Ox) , et de longueur infinie selon (Oy) . La figure de diffraction est observée sur un écran lointain, placé à une distance D = 2 m . L'éclairement observé sur l'écran se concentre le long de l'axe (Ox) . Il est donné par la relation :

$$E(x) = E_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a x}{\lambda_0 D}\right)}{\frac{\pi a x}{\lambda_0 D}} \right)^2$$

1- On admet que le densité de probabilité de présence d'un photon u voisinage d'un point de l'écran est proportionnelle à l'éclairement en ce point : $dP(x,t) = C\,E(x)\,dx$. Déterminer l'expression de la constante C .
2- Déterminer la probabilité P qu'un photon soit détecté à l'intérieur de la tache centrale de diffraction correspondant à $|x| \le \frac{\lambda_0 D}{a}$. Commenter .
On donne $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 du = \pi$ et $\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 du \approx 2{,}84$

<u>Exercice 4 :</u> Diffusion Compton
On considère une collision entre un électron libre, initialement immobile, de masse m, et un photon. On note:
- ν_0 la fréquence du photon incident, dirigé selon Oz.
- ν la fréquence du photon diffusé, dans une direction d'angle θ par rapport à la direction incidente Oz.
- $\vec{p}$ la quantité de mouvement finale de l'électron, dans une direction d'angle ϕ par rapport à Oz.



L'objectif est d'établir, puis de discuter le décalage entre longueur d'onde du photon incident λ_0 et longueur d'onde du photon diffusé λ , pour un angle θ donné:

$$\delta\lambda=\lambda-\lambda_0=\frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta)$$

On utilisera la relation de cinématique relativiste entre quantité de mouvement et énergie pour l'électron:
$E^2=p^2c^2+m^2c^4$.

1- Quelles sont les grandeurs conservées dans la collision? En déduire trois relations scalaires .
2- Éliminer ϕ en exprimant p^2 en fonction de $h, c, \nu, \nu_0 et \theta$.
3- Obtenir une expression indépendante de p^2 .
4- Conclure en établissant l'expression de $\lambda-\lambda_0$.

<u>Exercice 5 :</u>Gaz quantique ou classique
On considère de l'hélium gazeux à température ambiante (T = 298 K) et à la pression atmosphérique . L'énergie cinétique moyenne d'un atome d'hélium est égale à $E=\frac{3}{2}k_B T$, où k_B est la constante de Boltzmann.

$$k_B=\frac{R}{N_A}=1,38.10^{-23}\,J.K^{-1} \qquad m_{He}=6,7.10^{-27}\,kg$$

1. a. Déterminer et évaluer numériquement la vitesse quadratique moyenne d'un atome d'hélium.
b. Calculer la longueur d'onde de de Broglie correspondante. La comparer à la distance moyenne entre atomes d'hélium.
c. On s'attend à ce que les effets quantiques puissent jouer un rôle lorsque la longueur d'onde de De Broglie est de l'ordre de grandeur ou plus grande que la distance moyenne inter atomique. Dites si l'étude de ce gaz d'hélium vous semble relever ou pas de la mécanique quantique.
2. Lors de la formation d'un cristal métallique, on suppose que chaque atome du cristal fournit un électron. L'ensemble de ces électrons libres constitue un gaz où l'énergie de chaque électron est de l'ordre de l'électron-volt. La distance moyenne entre électrons est supposée égale à la distance moyenne entre atomes.
a. Reprendre les arguments développés précédemment pour le gaz d'hélium dans le cas du gaz d'électrons libres dans un métal. On pourra utiliser les valeurs numériques suivantes relatives au cuivre: $M_{Cu}=63\,g.mol^{-1}$ et $\mu_{Cu}=8,9.10^3\,kg.m^{-3}$.
b. La conduction de l'électricité dans un métal est liée au gaz d'électrons libres. Relève-t-elle d'un traitement quantique ou classique?

<u>Exercice 6 :</u>Oscillateur harmonique quantique
On considère une particule quantique, de masse m, soumise à une énergie potentielle de la forme $V(x)=\frac{1}{2}m w^2 x^2$. Dans un état stationnaire d'énergie E, on écrit la fonction d'onde sous la forme

$$\psi(x,t)=\phi(x)\exp\left(\frac{-iEt}{\hbar}\right)$$

1- Donner un exemple en physique classique, de système soumis à des potentiels de ce type .
2- Écrire l'équation de Schrödinger indépendante du temps dans le cas considéré.
3-Pour l'état fondamental, la fonction d'onde indépendante du temps vaut $\phi(x)=N\exp\left(\frac{-x^2}{a^2}\right)$

a-Déterminer la constante de normalisation N .
b-Représenter l'allure de la densité de probabilité de présence de la particule. En déduire, sans calcul, la valeur de la position moyenne < x > de la particule .
c-Déterminer l'expression de l'énergie E et de a en fonction de $\hbar$, m et de w .
4- Déterminer la moyenne quadratique < x² > ?
5- Que dire de l'étalement des mesures en quantité de mouvement dans cet état ?

On donne pour $\alpha>0$, $\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-\alpha u^2)\,du=\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$ et $\int_{-\infty}^{\infty}u^2\exp(-\alpha u^2)\,du=\sqrt{\frac{\pi}{4\alpha^3}}$

<u>Exercice 7:</u>particule quantique libre
On considère une particule dite libre.
1. Rappeler la signification du terme libre.
2.On s'intéresse à des états stationnaires, s²ous quelle forme doit-on alors chercher les solutions de l'équation de Schrödinger ?

3. Retrouver la forme de la fonction d'onde associée à la particule .
4.Déterminer la densité de probabilité . Pourquoi parle-t-on d'état stationnaire ?
5.La fonction d'onde proposée est-elle normalisable ? Qu'est ce que cela implique ?

<u>Exercice 8:</u>étalement du paquet d'onde
On étudie une particule libre quantique de masse m.
1. Retrouver rapidement la relation de dispersion.
2. On représente l'état de la particule par un paquet d'ondes dont les nombres d'onde ont une valeur moyenne ko et une dispersion Δk qui détermine l'extension spatiale xo du paquet à t= 0
On note wo la pulsation moyenne associée à ko.
a- Exprimer la vitesse de groupe
b- La dispersion Δk entraîne une dispersion pour la vitesse de groupe Δvg. Exprimer Δvg en fonction de $\bar{h}$, m et Δxo
c-On considérera en première approximation l'expression de vg constante . Déterminer la largeur Δx (t) après un déplacement d'une durée t depuis l'origine . En déduire la durée to au bout
de laquelle l'étalement du paquet d'onde a été multiplié par deux.