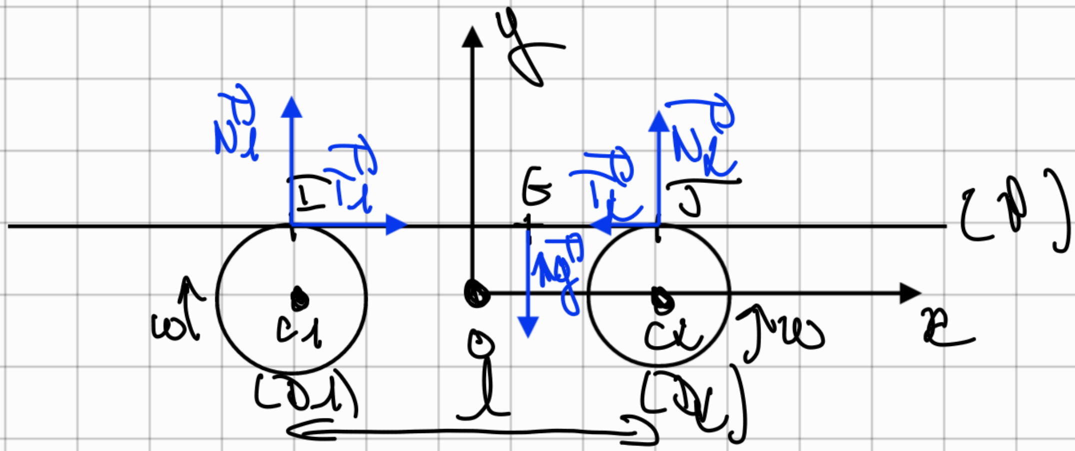
Ex : Oscillateur de Timoshenko



$\vec{v}_{I \in (D_1)} = R\omega \, \vec{u}_x$

$\vec{v}_{J \in (D_2)} = -R\omega \, \vec{u}_x$

$\vec{v}_{g1}$ = vitesse de glissement de (P) / à (D_1)

$\vec{v}_{g1} = \vec{v}_{I \in P} - \vec{v}_{I \in (D_1)} = (\dot{x} - R\omega)\,\vec{u}_x$

$\vec{v}_{g2}$ = vitesse de glissement de (P) / à (D_2)

$\vec{v}_{g2} = \vec{v}_{J \in (P)} - \vec{v}_{J \in (D_2)} = (\dot{x} + R\omega)\,\vec{u}_x$

1 – $\dot{x}(t=0) = 0$

$\vec{v}_{g1}(t=0)$ selon $-\vec{u}_x \Rightarrow \vec{T_1}$ selon $+\vec{u}_x$

$T_1 > 0$

$\vec{v}_{g2}(t=0)$ selon $+\vec{u}_x \Rightarrow \vec{T_2}$ selon $-\vec{u}_x$

$T_2 < 0$

La planche est soumise au poids $m\vec{g}$ et aux réactions $\vec{R_1}$ et $\vec{R_2}$.

$$m\ddot{x}\,\vec{u}_x = m\vec{g} + \vec{R_1} + \vec{R_2}$$

On projette selon $\vec{u}_x$ et $\vec{u}_y$:

$\vec{u}_x$: $m\ddot{x} = T_1 + T_2$

$\vec{u}_y$: $N_1 + N_2 - mg = 0$

$$\boxed{N_1 + N_2 = mg}$$

TMC en G appliqué à ~~la plaque~~ la planche étant en translation $\vec{\sigma}_G = \vec{0}$

$$\vec{GI} \wedge \vec{R_1} + \vec{GJ} \wedge \vec{R_2} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{GI} \wedge \vec{N_1} + \vec{GJ} \wedge \vec{N_2} = \vec{0}$$

$$-\left(\frac{l}{2} + x\right) N_1 + \left(\frac{l}{2} - x\right) N_2 = 0$$

$$\boxed{N_2 = \frac{l + 2x}{l - 2x} N_1}$$

$$N_1 \left(1 + \frac{l + 2x}{l - 2x}\right) = N_1 \left(\frac{2l}{l - 2x}\right) = mg$$

$$\boxed{N_1 = \frac{l - 2x}{2l} mg} \qquad \boxed{N_2 = \frac{l + 2x}{2l} mg}$$

2-a- D'après la loi de Coulomb :

$$\|\vec{T_1}\| = f \|\vec{N_1}\| \qquad \|\vec{T_2}\| = f \|\vec{N_2}\|$$

$$\boxed{T_1 = f N_1 = f\,\frac{l-2x}{2l}\,mg}$$

$$-T_2 = f N_2 \Rightarrow \boxed{T_2 = -f\,\frac{l+2x}{2l}\,mg}$$

b- $m\ddot{x} = f\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{l}\right)mg - f\left(\frac{1}{2}+\frac{x}{l}\right)mg$

$$\ddot{x} = -\frac{2f}{l}\,g\,x$$

$$\boxed{\ddot{x} + \frac{2fg}{l}\,x = 0}$$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{2fg}{l}}$ $\qquad x(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t)$

$\dot{x}(t=0) = 0 \Rightarrow B = 0$

$x(t=0) = x_0$ $\qquad \boxed{x(t) = x_0\cos(\omega_0 t)}$

Période $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2fg}}}$