

Résolution codeur

- $\Delta\theta = \frac{2\pi}{N}$ où N est le nombre d'informations (de fronts) comptés par tour.

ici $N = 2 \times 2 \times 128 = 512$

2 voies de mesure $\swarrow$ $\searrow$ nb de fentes
déttection des fronts $\uparrow$ ou $\downarrow$

Donc $\Delta\theta \approx 1,23 \cdot 10^{-2}$ rad

- Je sais que $v = \frac{r}{2\pi} \cdot \omega$ et donc en intégrant: $\nearrow$ vitesse de rotation de la vis

$$\Delta y = \frac{r}{2\pi} \cdot \Delta\theta$$

$\Delta y \approx 1,46 \cdot 10^{-3}$ mm

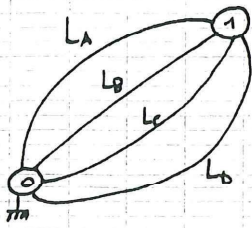
- Avec un codeur absolu, il faut le même nombre d'inf° par tour. Il faut donc :

$$N = \frac{2^{N_{\text{pistes}}}}{2}$$

Nombre d'informations par tour pour un codeur absolu

Il faut donc 9 pistes.

Degré d'hyperstatisme



L_A	: liaison sphère/plan en A de normale $\vec{y}$	
L_B	: " " " B " "	$\vec{y}$
L_C	: " " " C " "	$\vec{y}$
L_D	: " " " D " "	$\vec{y}$

On a une structure de liaisons en parallèle donc :

$$\{0 \xrightarrow{y} 1\} = \{0 \xrightarrow{A} 1\} + \{0 \xrightarrow{B} 1\} + \{0 \xrightarrow{C} 1\} + \{0 \xrightarrow{D} 1\}$$

Exprimons tous les torseurs en A :

$$\{0 \xrightarrow{A} 1\} = \begin{cases} \vec{R}_{0 \rightarrow 1}^A = \gamma_A \cdot \vec{y} \\ \vec{M}_{0 \rightarrow 1}^A = \vec{0} \end{cases}$$

$$\{0 \xrightarrow{B} 1\} = \begin{cases} \vec{R}_{0 \rightarrow 1}^B = \gamma_B \cdot \vec{y} \\ \vec{M}_{0 \rightarrow 1}^B = \vec{0} \end{cases} = \begin{cases} \vec{R}_{0 \rightarrow 1}^A = \gamma_B \cdot \vec{y} \\ \vec{M}_{0 \rightarrow 1}^A = H \cdot \gamma_B \cdot \vec{z} \end{cases}$$

$$\{0 \xrightarrow{C} 1\} = \begin{cases} \vec{R}_{0 \rightarrow 1}^C = \gamma_C \cdot \vec{y} \\ \vec{M}_{0 \rightarrow 1}^C = \vec{0} \end{cases} = \begin{cases} \vec{R}_{0 \rightarrow 1}^A = \gamma_C \cdot \vec{y} \\ \vec{M}_{0 \rightarrow 1}^A = H \cdot \gamma_C \cdot \vec{z} + L \cdot \gamma_C \cdot \vec{z} \end{cases}$$

$$\{0 \xrightarrow{D} 1\} = \begin{cases} \vec{R}_{0 \rightarrow 1}^D = \gamma_D \cdot \vec{y} \\ \vec{M}_{0 \rightarrow 1}^D = \vec{0} \end{cases} = \begin{cases} \vec{R}_{0 \rightarrow 1}^A = \gamma_D \cdot \vec{y} \\ \vec{M}_{0 \rightarrow 1}^A = L \cdot \gamma_D \cdot \vec{z} \end{cases}$$

$$\text{Donc : } \{0 \xrightarrow{y} 1\} = \begin{cases} \vec{R}_{0 \rightarrow 1}^A = (\gamma_A + \gamma_B + \gamma_C + \gamma_D) \cdot \vec{y} \\ \vec{M}_{0 \rightarrow 1}^A = H \cdot (\gamma_B + \gamma_C) \cdot \vec{z} + L \cdot (\gamma_C + \gamma_D) \cdot \vec{z} \end{cases}$$

La liaison équivalente entre 0 et 1 est une liaison appui-plan de normale $\vec{y}$

Concernant le degré d'hyperstatisme, on a :

- $l = 4$: nombre de liaison
- $n = 2$: " " solides (NE PAS OUBLIER LE BÂTI)
- $\delta = l - n + 1 = 3$ (lu directement sur le graphe !)
- $E_c = 18$: nombre d'équat cinématiques
- $I_c = 4 \times 5 = 20$: nombre d'inconnues cinématiques
- $m = 3$: nombre de mobilité (ici, c'est un appui/plan)
- $h = E_c - I_c + m = 1$

Cinématique

$$\vec{J}_{CES_2/S} = \vec{J}_{CES_2/S_1} + \vec{J}_{CES_1/S}$$

$$\begin{aligned} \bullet \vec{J}_{CES_2/S_1} &= \cancel{\vec{J}_{CES_2/S_1}} + \vec{CB} \wedge \vec{\Omega}_{2/1} \\ &= -r \cdot \vec{z}_2 \wedge (+\dot{\beta} \cdot \vec{y}_{12}) \\ &= +r \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{x}_2 \end{aligned}$$

$$\bullet \vec{J}_{CES_1/S} = \cancel{\vec{J}_{CES_1/S}} + \vec{CO} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$$

$$\begin{aligned} &= (-r \cdot \vec{z}_2 + a \vec{y}_1 - a \vec{y}_2 + h \cdot \vec{z}) \wedge (\dot{\alpha} \cdot \vec{z}_{(1)}) \\ &= r \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_1 \end{aligned}$$

Donc : $\vec{J}_{CES_2/S} = r \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{x}_2 + r \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_1$

$$\vec{T}_{CES_2/S} = \frac{d\vec{J}_{CES_2/S}}{dt} \Big|_0$$

$$\begin{aligned} &= r \cdot \ddot{\beta} \cdot \vec{x}_2 + r \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{d\vec{x}_2}{dt} \Big|_0 + r \cdot \ddot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_1 + r \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta \cdot \vec{y}_1 \\ &\quad + r \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \frac{d\vec{y}_1}{dt} \Big|_0 \end{aligned}$$

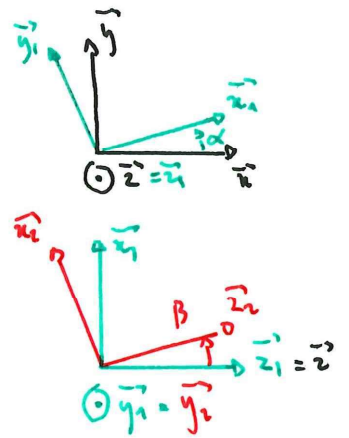
$$\text{or } \frac{d\vec{x}_2}{dt} \Big|_0 = \cancel{\frac{d\vec{x}_2}{dt} \Big|_2} + \vec{\Omega}_{2/0} \wedge \vec{x}_2$$

$$= (\dot{\alpha} \cdot \vec{z} + \dot{\beta} \cdot \vec{y}_{12}) \wedge \vec{x}_2$$

$$= \dot{\alpha} \cdot \cos \beta \cdot \vec{y}_{12} - \dot{\beta} \cdot \vec{z}_2$$

$$\text{et } \frac{d\vec{y}_1}{dt} \Big|_0 = -\dot{\alpha} \cdot \vec{x}_1$$

Donc : $\vec{T}_{CES_2/S} = r \cdot \ddot{\beta} \cdot \vec{x}_2 + r \cdot \dot{\beta} \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos \beta \cdot \vec{y}_{12} - r \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \vec{z}_2$
 $+ r \cdot \ddot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_1 + r \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta \cdot \vec{y}_1 - r \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin \beta \cdot \vec{x}_1$



$$\begin{aligned} \vec{z} \wedge \vec{x}_2 &= \sin\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \vec{y}_{12} \\ &= \cos \beta \cdot \vec{y}_{12} \end{aligned}$$

Simplification d'une matrice d'inertie

$$I(O, \text{bros}) = \begin{bmatrix} \int (y^2 + z^2) \cdot dm & -\int x \cdot y \cdot dm & -\int x \cdot z \cdot dm \\ \int (x^2 + z^2) \cdot dm & -\int y \cdot z \cdot dm & \int (x^2 + y^2) \cdot dm \end{bmatrix} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

$$= \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

• Symétrique / au plan $(0, \vec{y}, \vec{z})$

• " / " " $(0, \vec{x}, \vec{y})$

↓
Symétries
matérielles

Mécanique

Q1

On isole l'ensemble $E = \{1 + 2\}$ soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $0 \rightarrow 1$
- $3 \rightarrow 2$

Dans l'hypothèse d'un problème plan :

$$\begin{aligned} \{0 \rightarrow 1\} &= \begin{cases} \vec{R}_{0 \rightarrow 1} = X_{01} \cdot \vec{x} + Y_{01} \cdot \vec{y} + Z_{01} \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_{0 \rightarrow 1}^B = L_{01} \cdot \vec{x} + M_{01} \cdot \vec{y} \end{cases} \\ \{3 \rightarrow 2\} &= \begin{cases} \vec{R}_{3 \rightarrow 2} = X_{32} \cdot \vec{x} + Y_{32} \cdot \vec{y} + Z_{32} \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_{3 \rightarrow 2}^C = L_{32} \cdot \vec{x} + M_{32} \cdot \vec{y} \end{cases} \end{aligned}$$

L'ensemble E n'est donc soumis qu'à deux glisseurs. Les résultantes de ces glisseurs seront donc :

- de $\hat{n}$ intensité,
- " " direction (ici $\vec{BC}$ ou $\vec{y}_2$),
- " sens opposé.

On peut donc écrire $\vec{R}_{2 \rightarrow 3} = \underline{R_{23} \cdot \vec{y}_2}$

Q2

J'isole maintenant 3 soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $0 \rightarrow 3$ X
- $pda \rightarrow 3$
- $2 \rightarrow 3$

Il faut écrire le théorème de moments en A et en projection sur $\vec{z}_0$.

Identification de fonction de transfert 1/2

La réponse à un échelon :

- ne présente pas de dépassement,
- a une pente non-nulle à l'origine,
- converge vers une limite finie.

On choisit donc de modéliser la f^e de transfert par un système d'ordre 1 : $H(p) = \frac{K}{1 + \tau \cdot p}$

Je sais que : $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = K \cdot \Delta \theta_0$

$$\tau_{50\%} = 3 \cdot \tau$$

Je mesure : $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = 3,75 \text{ V}$

$$\tau_{50\%} = 5,6 \text{ s}$$

D'où $H(p) = \frac{K}{1 + \tau \cdot p}$ avec

$K = 0,25 \text{ V/}^\circ$
$\tau = 1,9 \text{ s}$

Identification de fonction de transfert 2/2

La réponse à un échelon :
 • présente des oscillations,
 • converge vers une limite finie.

On choisit donc de modéliser la fo de transfert par un système d'ordre 2:

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\cdot\zeta}{\omega_0} \cdot p + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2}$$

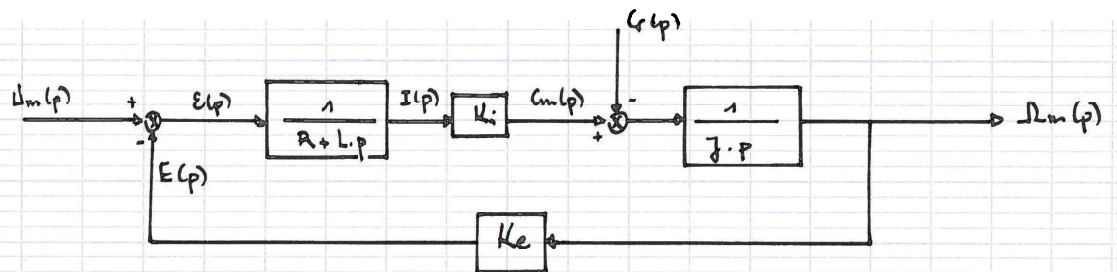
Je sais que : $\lim_{t \rightarrow \infty} u_2(t) = K \cdot U_1^0$; $t_{redut} = t_{rs0} \cdot \omega_0$ et $D_{r1} = e^{-\frac{\zeta \cdot \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

Je mesure : $\lim_{t \rightarrow \infty} u_2(t) = 3 \text{ V}$; $t_{rs0} \approx 0,23 \text{ s}$ et $D_{r1} \approx \frac{3,7-3}{3} \approx 0,23$

On a donc :

$$\begin{aligned} K &= 0,3 \\ \zeta &= \frac{-\ln(D_{r1})}{\sqrt{\pi^2 + \ln(D_{r1})^2}} \approx 0,42 \quad \text{abaque} \rightarrow t_{redut} \approx 8 \\ \omega_0 &= \frac{8}{0,23} \approx 34 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Modélisation d'un moteur à courant continu



$$\Omega_m(p) = \frac{K_i}{K_i \cdot K_e + R \cdot J \cdot p + L \cdot J \cdot p^2} \cdot U_m(p) - \frac{\frac{1}{J \cdot p}}{1 + \frac{K_i \cdot K_e}{(R + L \cdot p) \cdot J \cdot p}} \cdot U_r(p)$$

$$= \frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{R \cdot J}{K_e \cdot K_i} \cdot p + \frac{L \cdot J}{K_e \cdot K_i} \cdot p^2} \cdot U_m(p) - \frac{R}{K_i \cdot K_e} \cdot \frac{1 + \frac{L}{R} \cdot p}{1 + \frac{R \cdot J}{K_e \cdot K_i} \cdot p + \frac{L \cdot J}{K_e \cdot K_i} \cdot p^2} \cdot U_r(p)$$

Inertie équivalente

⊙ Soit Σ l'ensemble des pièces en mouvement:

$$\begin{aligned}\underline{E_c(\Sigma/0)} &= \frac{1}{2} \cdot m_{\text{mot}} \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot J_{\text{mot}} \cdot \omega_m^2 && (\text{moteur-réducteur}) \\ &+ \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot J_p \cdot \omega_p^2 \\ &+ \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v^2\end{aligned}$$

⊙ On a : $\omega_p = r \cdot \omega_m$

et $v = -R_p \cdot \omega_p = -r \cdot R_p \cdot \omega_m$

Donc :

$$E_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot \left[J_{\text{mot}} + r^2 \cdot J_p + r^2 \cdot R_p^2 \cdot (m_{\text{mot}} + m_p + m_2) \right] \cdot \omega_m^2$$

J_{eq} : moment d'inertie de l'ensemble Σ ramené sur l'arbre moteur.

Cinématique parallélogramme



donc $\vec{x}_2 = \vec{y}_3$

$$\vec{J}_{E3/0} = \vec{J}_{E3/1} + \vec{J}_{E1/0}$$

$$\begin{aligned} \bullet \vec{J}_{E3/1} &= \cancel{\vec{J}_{B \in 3/1}} + \vec{J}_B \wedge \vec{\Omega}_{3/1} \\ &= -H \cdot \vec{x}_3 \wedge ((\dot{\beta} - \dot{\alpha}) \cdot \vec{z}_0) \\ &= H \cdot (\dot{\beta} - \dot{\alpha}) \cdot \vec{y}_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \vec{J}_{E1/0} &= \cancel{\vec{J}_{A \in 1/0}} + \vec{J}_A \wedge \vec{\Omega}_{1/0} \\ &= -(H \cdot \vec{x}_3 + L \cdot \vec{x}_1) \wedge (\dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0) \\ &= H \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_3 + L \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 \end{aligned}$$

Donc $\vec{J}_{E3/0} = L \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 + H \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_3$

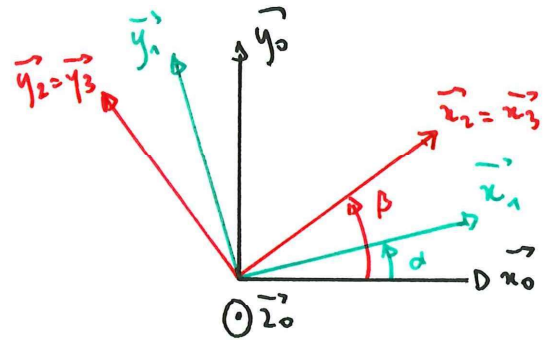
Ou plus rapidement ici: $\vec{J}_{E3/0} = \frac{d}{dt} [\vec{A}]_0$

$$= \frac{d}{dt} [L \cdot \vec{x}_1 + H \cdot \vec{x}_3]_0$$

$\vec{J}_{E3/0} = L \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1 + H \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_3$

$$\left. \frac{d\vec{x}_1}{dt} \right|_0 = \cancel{\left. \frac{d\vec{x}_1}{dt} \right|_1} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{x}_1 = \dot{\alpha} \cdot \vec{y}_1$$

$$\left. \frac{d\vec{x}_3}{dt} \right|_0 = \left. \frac{d\vec{x}_3}{dt} \right|_0 = \cancel{\left. \frac{d\vec{x}_3}{dt} \right|_2} + \vec{\Omega}_{2/0} \wedge \vec{x}_3 = \dot{\beta} \cdot \vec{y}_3$$



$$\begin{aligned} \vec{\Omega}_{3/1} &= \vec{\Omega}_{3/2} + \vec{\Omega}_{2/0} - \vec{\Omega}_{1/0} \\ &= \vec{0} + \dot{\beta} \cdot \vec{z}_0 - \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_0 \end{aligned}$$

Roulement sans glissement

Il y a roulement sans glissement donc:

$$\vec{J}_A \in \mathcal{R}_{A/I_0} = \vec{0}$$

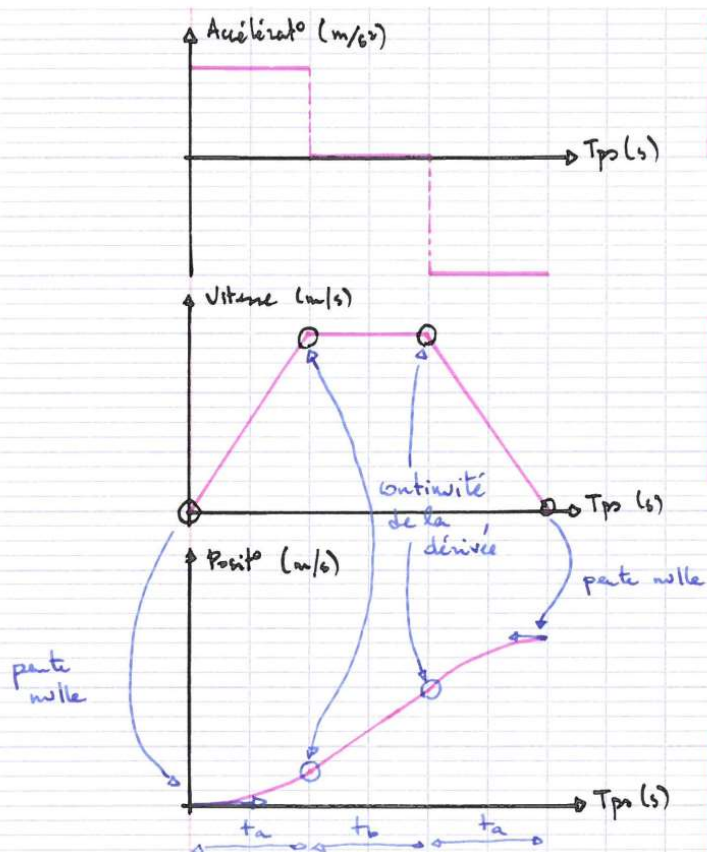
Point de contact

Solides en contact

$$\begin{aligned} \text{Or } \vec{J}_{A \in \mathcal{R}_{A/I_0}} &= \vec{J}_{O \in \mathcal{R}_{A/I_0}} + \overrightarrow{AO} \wedge \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_{A/I_0}} \\ &= \vec{v} \cdot \vec{n} + R \cdot \omega_r \cdot \vec{n} = \vec{0} \end{aligned}$$

$$\text{D'où } \underline{\vec{v} = -R \cdot \omega_r}$$

Trapèze de vitesse



$$\begin{aligned}
 a(t) &= \frac{V_{\max}}{t_a} & \text{si } t \in [0, t_a] \\
 a(t) &= 0 & \text{si } t \in]t_a, t_a + t_b] \\
 a(t) &= -\frac{V_{\max}}{t_a} & \text{si } t \in]t_a + t_b, 2t_a + t_b]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v(t) &= \frac{V_{\max}}{t_a} \cdot t & \text{si } t \in [0, t_a] \\
 v(t) &= V_{\max} & \text{si } t \in]t_a, t_a + t_b] \\
 v(t) &= -\frac{V_{\max}}{t_a} \cdot t + K_1 & \text{si } t \in]t_a + t_b, 2t_a + t_b]
 \end{aligned}$$

avec $v(2t_a + t_b) = 0$

donc $K_1 = \frac{V_{\max}}{t_a} \cdot (2t_a + t_b)$

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{\max}}{t_a} \cdot t^2 \quad \text{si } t \in [0, t_a]$$

$$x(t) = V_{\max} \cdot t + K_2 \quad \text{si } t \in]t_a, t_a + t_b]$$

avec $x(t_a) = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{\max}}{t_a} \cdot t_a^2$

donc $V_{\max} \cdot t_a + K_2 = \frac{1}{2} \cdot V_{\max} \cdot t_a$

donc $K_2 = -\frac{1}{2} \cdot V_{\max} \cdot t_a$

$$x(t) = -\frac{V_{\max}}{2t_a} \cdot t^2 + \frac{V_{\max}}{t_a} \cdot (2t_a + t_b) \cdot t + K_3$$

avec $x(t_a + t_b) = V_{\max} \cdot (t_a + t_b) - \frac{1}{2} \cdot V_{\max} \cdot t_a$

donc $-\frac{V_{\max}}{2t_a} \cdot (t_a + t_b)^2 + \frac{V_{\max}}{t_a} \cdot (2t_a + t_b) \cdot (t_a + t_b) + K_3 = V_{\max} \cdot \left(\frac{t_a}{2} + t_b\right)$

$$\begin{aligned}
 \text{donc } K_3 &= V_{\max} \cdot \left[\frac{t_a}{2} + \frac{t_b^2}{2t_a} + t_b - 2t_a - 2t_b - t_b - \frac{t_b^2}{t_a} + \frac{t_a}{2} + t_b \right] \\
 &= V_{\max} \cdot \left[-t_a - \frac{t_b^2}{2t_a} - t_b \right]
 \end{aligned}$$

On a aussi : $x(2t_a + t_b) = \int_0^{2t_a + t_b} v(t) \cdot dt$
↗ aire sous la courbe de vitesse

$$= V_{\max} \cdot t_b + V_{\max} \cdot t_a$$

$$= V_{\max} \cdot (t_a + t_b)$$

Notion de pôle dominant

On a ici : $-\frac{1}{p_3} = T_3 = 0,032 \text{ s}$ et $-\frac{1}{\text{Re}(p_1)} = -\frac{1}{\text{Re}(p_2)} = T_{12} = 0,31 \text{ s}$

On a ainsi $T_{12} \gg T_3$. p_1 et p_2 sont donc des pôles dominants par rapport à p_3 . Une bonne approximat° de $H(p)$ sera:

$$\begin{aligned} H(p) &\approx \frac{0,75}{\left(1 - \frac{p}{p_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{p}{p_2}\right)} \\ &\approx \frac{0,75}{1 - \left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}\right) \cdot p + \frac{1}{p_1 \cdot p_2} \cdot p^2} \\ &\approx \frac{0,75}{1 + 0,2 \cdot p + 0,04 \cdot p^2} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = \frac{p_1 + p_2}{p_1 \cdot p_2} = -0,2 \text{ s}$$

Le système présentera des dépassements car les pôles sont complexes (partie imaginaire non nulle).

On a : $\omega_0 \approx 5 \text{ rad/s}$ et $\xi \approx 0,5$

On a donc : $t_{\text{réduit}} = t_{\text{rs}0} \cdot \omega_0 \approx 5$ d'où $t_{\text{rs}0} \approx 1 \text{ s}$

Fonction de transfert

Je sais que : $X(p) = H_1(p) \cdot X_c(p) + H_2(p) \cdot P(p)$

$$\begin{aligned} \text{Avec : } H_1(p) &= K_1 \cdot K_2 \cdot \frac{\frac{K}{1+T \cdot p}}{1 + \frac{K_3 \cdot K}{1+T \cdot p}} \\ &= \frac{K_3 \cdot K}{1 + K \cdot K_3 + T \cdot p} \\ &= \frac{\frac{K \cdot K_3}{1 + K \cdot K_3}}{1 + \frac{T}{1 + K \cdot K_3} \cdot p} \end{aligned}$$

On veut $e(p) = 0$ si

$$X_c(p) = X(p)$$

On a donc :

$$K_1 - \frac{K_3}{K_2} = 0$$

$$\text{Donc } K_1 = \frac{K_3}{K_2}$$

$$\begin{aligned} \text{Et } H_2(p) &= K_2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{K \cdot K_3}{1+T \cdot p}} \\ &= \frac{K_2 \cdot (1 + T \cdot p)}{1 + K \cdot K_3 + T \cdot p} \\ &= \frac{\frac{K_2}{1 + K \cdot K_3} \cdot (1 + T \cdot p)}{1 + \frac{T}{1 + K \cdot K_3} \cdot p} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{On a : } \varepsilon_s &= \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot e(p) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \left[X_c(p) - H_1(p) \cdot X_c(p) - H_2(p) \cdot P(p) \right] \\ &= X_c^0 \cdot \left(1 - \frac{K \cdot K_3}{1 + K \cdot K_3} \right) - P^0 \cdot \frac{K_2}{1 + K \cdot K_3} \end{aligned}$$

$$\varepsilon_s = X_c^0 \cdot \frac{1}{1 + K \cdot K_3} - P^0 \cdot \frac{K_2}{1 + K \cdot K_3}$$

Échelle et frottements

J'isole l'échelle et l'utilisateur noté $S = \{S_1, S_2\}$ qui est soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- $S_0 \xrightarrow{A} S_1$
 - $S_0 \xrightarrow{B} S_1$
 - $ps \rightarrow S_1$
 - $ps \rightarrow S_2$
- $\vec{R}_{S_0 \xrightarrow{A} S_1} = X_{01}^A \cdot \vec{x} + Y_{01}^A \cdot \vec{y}$
 (avec frottement)
 $\vec{R}_{S_0 \xrightarrow{B} S_1} = X_{01}^B \cdot \vec{x}$

L'échelle reste en équilibre si $\left| \frac{X_{01}^A}{Y_{01}^A} \right| < f$. Il faut

donc déterminer X_{01}^A et Y_{01}^A .

J'écris le th. des résultantes en projection sur $\vec{y}$:

$$\underbrace{\vec{R}_{S_0 \xrightarrow{A} S_1} \cdot \vec{y}}_{= Y_{01}^A} + \underbrace{\vec{R}_{S_0 \xrightarrow{B} S_1} \cdot \vec{y}}_{= 0} + \underbrace{\vec{R}_{ps \rightarrow S_1} \cdot \vec{y}}_{= -m \cdot g} + \underbrace{\vec{R}_{ps \rightarrow S_2} \cdot \vec{y}}_{= -m' \cdot g} = 0$$

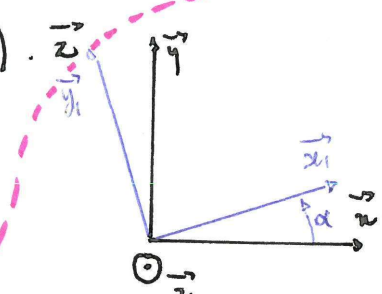
J'écris le th. des moments en B et en projection sur $\vec{z}$:

$$\vec{M}_{B, S_0 \xrightarrow{A} S_1} \cdot \vec{z} + \underbrace{\vec{M}_{B, S_0 \xrightarrow{B} S_1} \cdot \vec{z}}_{= 0} + \vec{M}_{B, ps \rightarrow S_1} \cdot \vec{z} + \vec{M}_{B, ps \rightarrow S_2} \cdot \vec{z} = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_{B, S_0 \xrightarrow{A} S_1} \cdot \vec{z} &= \vec{M}_{A, S_0 \xrightarrow{A} S_1} \cdot \vec{z} + (\vec{BA} \wedge (X_{01}^A \cdot \vec{x} + Y_{01}^A \cdot \vec{y})) \cdot \vec{z} \\ &= +L \cdot \cos \alpha \cdot X_{01}^A + L \cdot \sin \alpha \cdot Y_{01}^A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_{B, ps \rightarrow S_1} \cdot \vec{z} &= \vec{M}_{G_1, ps \rightarrow S_1} \cdot \vec{z} + (\vec{BG}_1 \wedge (-m \cdot g \cdot \vec{y})) \cdot \vec{z} \\ &= -\frac{L}{2} \cdot \sin \alpha \cdot m \cdot g \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_{B, ps \rightarrow S_2} \cdot \vec{z} &= \vec{M}_{G_1', ps \rightarrow S_2} \cdot \vec{z} + (\vec{BG}_1' \wedge (-m' \cdot g \cdot \vec{y})) \cdot \vec{z} \\ &= -(L - l_2) \cdot \sin \alpha \cdot m' \cdot g \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} (\vec{y}_1 \wedge \vec{y}) \cdot \vec{z} &= -\sin \alpha \\ (\vec{y}_1 \wedge \vec{x}) \cdot \vec{z} &= \sin(-\alpha - \frac{\pi}{2}) \\ &= -\cos \alpha \end{aligned}$$



$$Y_{01}^A = (m + m') \cdot g$$

$$+L \cdot \cos \alpha \cdot X_{01}^A + L \cdot \sin \alpha \cdot Y_{01}^A - \frac{L}{2} \cdot \sin \alpha \cdot m \cdot g - \frac{(L - l_2) \cdot \sin \alpha \cdot m' \cdot g}{L \cos \alpha} = 0$$

$$Y_{O1}^A = (m + m') \cdot g$$

$$X_{O1}^A = - \left[\frac{m}{2} + \frac{l_2}{L} \cdot m' \right] \cdot g \cdot \tan \alpha$$

Il y a donc adhérence si :

$$\frac{\frac{m}{2} + \frac{l_2}{L} \cdot m'}{m + m'} \cdot \tan \alpha < f$$

Il faut donc :

$$\alpha < \arctan \left[f \cdot \frac{m + m'}{\frac{m}{2} + \frac{l_2}{L} \cdot m'} \right]$$

Il faut $\alpha < 45^\circ$.

① - FTBO de classe 1

• Il y a une intégrate en amont de la perturbation.
Le système sera donc précis et insensible à la perturbation pour des entrées en échelon.

$$\begin{aligned} E(p) &= E(p) - S(p) \\ &= E(p) \cdot \left(1 - \frac{H(p) \cdot G(p)}{1 + H(p) \cdot G(p)} \right) + \frac{G(p)}{1 + H(p) \cdot G(p)} \cdot P(p) \end{aligned}$$

$\frac{P_0}{p}$

$\hookrightarrow \frac{E_0}{p}$

Calculable $\nleftrightarrow H(p)$ et $\nleftrightarrow G(p)$ $\rightarrow$
$$E_s = \lim_{p \rightarrow 0} E_0 \cdot \frac{1}{1 + H(p) \cdot G(p)} + \lim_{p \rightarrow 0} P_0 \cdot \frac{G(p)}{1 + H(p) \cdot G(p)}$$

Ici $E_s = 0$ compte-tenus de la classe de la FTBO et de l'intégrate en amont de la perturbation.

② - FTBO de classe 1

• Pas d'intégrate en amont de la perturbation.
Le système sera donc précis pour une entrée en échelon. Il reste sensible à une perturbation en échelon.

$$E_s = 0 + P_0 \cdot \frac{\frac{6}{4}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{6}{4}}$$

$$\underline{E_s = 4 \cdot P_0}$$

③ - FTBO de classe 0

• Pas d'intégrate en amont de la perturbation.
Le système sera donc imprécis et sensible à la perturbation pour des entrées en échelon.

$$E_s = E_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{4}} + P_0 \cdot \frac{\frac{6}{4}}{1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{4}}$$

lours

$$\underline{E_s = \frac{8}{11} \cdot E_0 + \frac{12}{11} \cdot P_0}$$

Escalator

J'isole l'ensemble des pièces en mouvement. Je dresse le bilan des puissances :

- $P_{\text{int}} \rightarrow$ tous les frottements sont pris en compte dans le couple résistant C_f .

- $P_{\text{ext}} \rightarrow P_{\text{pes}} \rightarrow \text{piétons} / s = - M \cdot g \cdot v \cdot \sin \alpha \cdot n_p$

$P_{\text{ps}} \rightarrow \text{autres élt} / s = 0$ car les centres de gravité restent à altitude constante ou puissances qui se compensent.

$$P_{\text{frottements}} = - C_f \cdot \omega_m$$

$$P_{\text{motrice utile}} = \eta_R \cdot C_n \cdot \omega_m$$

J'écris l'énergie cinétique de l'ensemble :

$$E_c(\Sigma / s) = \frac{1}{2} \cdot I_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot I_R \cdot \omega_m^2 + \left[\frac{1}{2} \cdot I_p \cdot \omega_p^2 \right] \times 2$$
$$+ \frac{1}{2} \cdot M' \cdot v^2 \quad \text{où } M' = 1200 \text{ kg} + n_p \cdot M$$

Avec $\omega_p = \lambda \cdot \omega_m$ et $v = \frac{D_p}{2} \cdot \omega_p = \frac{D_p}{2} \cdot \lambda \cdot \omega_m$

Donc $E_c(\Sigma / s) = \frac{1}{2} \cdot J_{eq} \cdot \omega_m^2$ où $J_{eq} = I_m + I_R + 2 \cdot \lambda^2 \cdot I_p + M \cdot \frac{D_p^2}{4} \cdot \lambda^2$

Donc

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m \cdot \omega_m = - M \cdot g \cdot \frac{D_p}{2} \cdot \lambda \cdot \sin \alpha \cdot n_p \cdot \dot{\omega}_m + \eta_R \cdot C_n \cdot \dot{\omega}_m - C_f \cdot \dot{\omega}_m$$

D'où :

$$\underline{\eta_R \cdot C_n - C_f - M \cdot g \cdot \frac{D_p}{2} \cdot \lambda \cdot \sin \alpha \cdot n_p = J_{eq} \cdot \dot{\omega}_m}$$

Marges de stabilité

$$C(p) = k$$

- Pour avoir $M_\varphi > 45^\circ$, il faut $20 \cdot \log(k) < 12 \text{ dB}$
donc $k < 3,98$
- Pour avoir $M_G > 6 \text{ dB}$, il faut $20 \cdot \log(k) < 42 \text{ dB}$
donc $k < 126$
- Pour avoir $\omega_{dB} \geq 1 \text{ rad/s}$, il faut $20 \cdot \log(k) > 2 \text{ dB}$
donc $k > 1,26$

$C(p) = \frac{k_i}{p}$ $\rightarrow$ on a $(\sqrt{k_i})$, $\arg\left(\frac{k_i}{j\omega} \cdot \text{FTBO}_{\text{non-cor}}(j\omega)\right) < -180^\circ$
donc les marges de stabilité seront négatives donc le système sera instable.

$$C(p) = \frac{k_i}{p} \cdot \frac{1 + 10 \cdot p}{1 + 0,1 \cdot p} = \frac{k_i}{p} \cdot \frac{1 + a \cdot T \cdot p}{1 + T \cdot p} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} T = 0,1 \text{ s} \\ a = 100 \end{cases}$$

On sait que $\log(\omega_m) = \left[\log\left(\frac{1}{T}\right) + \log\left(\frac{1}{a \cdot T}\right) \right] / 2$

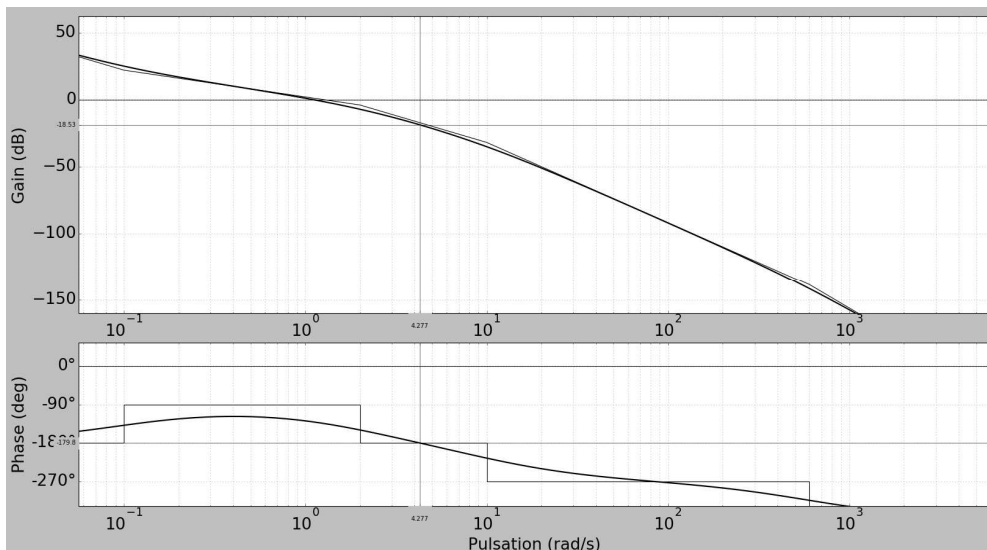
$$\text{donc } \omega_m = \frac{1}{T \cdot \sqrt{a}} \approx 1 \text{ rad/s}$$

Si $\omega_m = \omega_{dB}$, alors le critère de rapidité ($\omega_{dB} \geq 1 \text{ rad/s}$) est respecté. Dans ce cas, $M_\varphi \approx 45^\circ$ (donc marge suffisante).
Pour avoir $\omega_m = \omega_{dB}$, il faut $k_i \approx 10^{\frac{-10 \cdot \log(a)}{20}} \approx 0,13$ et dans ce cas $M_G \approx 19 \text{ dB}$, ce qui est largement suffisant.

On a effectivement :

$$G_{dB, \text{cor}} = G_{dB, \text{non-cor}} + 20 \cdot \log(k_i) + G_{dB, \text{int}} + G_{dB, \text{avance de phase}}$$

Obtenu en traçant approximativement le diagramme de Bode de la FTBO avec l'ensemble de la correction



Loi entrée-sortie

$$\begin{aligned}\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} &= \vec{0} \Leftrightarrow l_0 \cdot \vec{x}_0 + l_1 \cdot \vec{y}_2 - l_{3x} \cdot \vec{x}_3 - l_{3y} \cdot \vec{y}_3 = \vec{0} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} l_0 - l_{3x} \cdot \cos \theta_3 + l_{3y} \cdot \sin \theta_3 = 0 \\ l_1 \cdot \cos \theta_2 - l_{3x} \cdot \sin \theta_3 - l_{3y} \cdot \cos \theta_3 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

On a donc :
$$l^2 = (l_0 - l_{3x} \cdot \cos \theta_3 + l_{3y} \cdot \sin \theta_3)^2 + (l_{3x} \cdot \sin \theta_3 + l_{3y} \cdot \cos \theta_3)^2$$

Transmission de puissance

$$V = R_p \cdot \omega_p \quad \text{et} \quad \omega_p = \omega_m \cdot \eta \quad \text{donc} \quad V = R_o \cdot \omega_m \cdot \eta$$

Soit $\Sigma = \{ 2 \text{ poulies} + \text{courroie} + \text{chaîne} + \text{réducteur} + \text{arbre moteur} \}$

$$E_c(\Sigma/o) = 2 \cdot \underbrace{E_c(\text{poulie/o})}_{\frac{1}{2} \cdot J_p \cdot \omega_p^2} + \underbrace{E_c(\text{courroie/o})}_{\text{négliger?}} + \underbrace{E_c(\text{chaîne/o})}_{\frac{1}{2} \cdot \eta \cdot V^2} + \underbrace{E_c(\text{rad/o})}_{\frac{1}{2} \cdot (J_r + J_m) \cdot \omega^2}$$

$$\text{On a donc} \quad \underline{J_{eq} = 2 \cdot \eta^2 \cdot J_p + \eta^2 R_p^2 \cdot M + J_r + J_m}$$

Apprentissage automatique

- ① Classification ■ Supervisée
- ② Classification ■ NON-Supervisé
- ③ Classification ■ NON-Supervisé
- ④ Régression ■ Supervisé
- ⑤ Classification ■ Supervisé

Transmission de puissance

$$\frac{N_{2/0}}{N_{7/0}} = + \frac{z_7}{z_6} \cdot \frac{z_6}{z_5} \cdot \frac{z_5}{z_{42}} \cdot \frac{z_{41}}{z_{32}} \cdot \frac{z_{31}}{z_2}$$

$$= \frac{z_7 \cdot z_{41} \cdot z_{31}}{z_{42} \cdot z_{32} \cdot z_2}$$

$$\approx 4,5 \quad , \text{ il faut donc } \underline{N_{7/0} = 1928 \text{ tr/min}}$$

Transmission de puissance

$$\text{on note } S_1 = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \text{ et } S_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

• SORTIE de tige :

$$\vec{F}_{\text{Hude} \rightarrow \text{v\u00e9rin}} = p \cdot S_1 \cdot \vec{x}$$

$$Q_r = (S_1 - S_2) \cdot \checkmark$$

$$Q_a = S_1 \cdot \checkmark$$

• RENTR\u00c9E de tige :

$$\vec{F}_{\text{Hude} \rightarrow \text{v\u00e9rin}} = -p \cdot (S_1 - S_2) \cdot \vec{x}$$

$$Q_r = S_1 \cdot \checkmark$$

$$Q_a = (S_1 - S_2) \cdot \checkmark$$

Transmission de puissance

$$V = \ominus \frac{P}{2\pi} \cdot \omega$$

compte-tenus du montage (écrou tournant).

Basculement

Seule la roue arrière présente un risque de décolllement. Le véhicule reste en appui avec le sol si : $\vec{R}_{\text{sol} \rightarrow \text{véhicule}} \cdot \vec{Z}_1 \geq 0$

Il faut isoler l'ensemble du véhicule soumis aux actions mécaniques extérieures suivantes :

- poids > bateau
- poids > support T
- poids > véhicule
- sol > véhicule en I_1 ✓
- sol > véhicule en I_2 ✗

Il faut écrire le théorème des moments en I_2 et en projection sur $\vec{y}_1$.

Apprentissage automatique



Apprentissage automatique

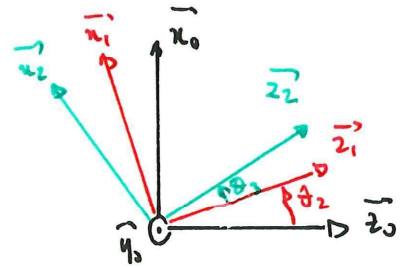
On dispose d'un algorithme, basé sur des réseaux de neurones, qui permet de prédire si une image est acceptable ou inappropriée pour être publiée sur un réseau social. On donne la matrice de confusion suivante :

		Prédictions	
		Inappropriée	Acceptable
Vraies	Inappropriée	2.35	0.07
	Acceptable	0.02	0.06

Compléter les phrases ci-dessous avec la valeur numérique adaptée (en %).

- La justesse du modèle est de **96.4** %.
- Les images inappropriées sont bien prédites à hauteur de **97** %.
- Il y a **3.3** % des images testées qui étaient réellement acceptables.
- **54** % des images déclarées acceptables sont en réalité des images inappropriées.

Géométrie, cinématique et éq° de mouvement



$$\begin{aligned} \vec{J}_{G_1 \in 1/0} &= \cancel{\vec{J}_{O_0 \in 1/0}} + \overrightarrow{G_1 O_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \\ &= -\frac{L}{2} \cdot \overrightarrow{x_1} \wedge (\dot{\theta}_2 \cdot \overrightarrow{y_{01}}) \\ &= -\frac{L}{2} \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \overrightarrow{z_1} \end{aligned}$$

$$\vec{J}_{G_2 \in 2/0} = \vec{J}_{G_2 \in 2/1} + \vec{J}_{G_2 \in 1/0}$$

$$\begin{aligned} \text{oi} \quad \vec{J}_{G_2 \in 1/0} &= \cancel{\vec{J}_{O_0 \in 1/0}} + \overrightarrow{G_2 O_0} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \\ &= -\left(\frac{L}{2} \cdot \overrightarrow{x_2} + \frac{L}{2} \cdot \overrightarrow{x_1}\right) \wedge (\dot{\theta}_2 \cdot \overrightarrow{y_{12}}) \\ &= -L \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \overrightarrow{z_1} - \frac{L}{2} \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \overrightarrow{z_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{J}_{G_2 \in 2/1} &= \cancel{\vec{J}_{O_1 \in 2/1}} + \overrightarrow{G_2 O_1} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \\ &= -\left(\frac{L}{2} \cdot \overrightarrow{x_2}\right) \wedge (\dot{\theta}_3 \cdot \overrightarrow{y_{02}}) \\ &= -\frac{L}{2} \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \overrightarrow{z_2} \end{aligned}$$

$$\vec{J}_{G_2 \in 2/0} = -L \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \overrightarrow{z_1} - \frac{L}{2} \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cdot \overrightarrow{z_2}$$

On isole $\{1, 2\}$ soumis à :

- $p_3 \rightarrow 1$
- $p_3 \rightarrow 2$
- $0 \xrightarrow{\text{mot}} 1$
- $0 \xrightarrow{\text{piv.}} 1$

J'écris le th. des moments en O_0 et en projection sur $\overrightarrow{y_0}$:

$$\vec{M}_{O_0, p_3 \rightarrow 1} \cdot \overrightarrow{y_0} + \vec{M}_{O_0, p_3 \rightarrow 2} \cdot \overrightarrow{y_0} + \overbrace{\vec{M}_{O_0, 0 \xrightarrow{\text{mot}} 1} \cdot \overrightarrow{y_0}}^{= C_{\text{mot}}} + \underbrace{\vec{M}_{O_0, 0 \xrightarrow{\text{piv.}} 1} \cdot \overrightarrow{y_0}}_{=0} = \vec{\delta}_{O_0, \{1, 2\}/0} \cdot \overrightarrow{y_0}$$

$$\text{Et : } \vec{\delta}_{O_0, \{1, 2\}/0} \cdot \overrightarrow{y_0} = \vec{\delta}_{O_0, 1/0} \cdot \overrightarrow{y_0} + \vec{\delta}_{O_0, 2/0} \cdot \overrightarrow{y_0}$$

$$\text{oi} \quad \vec{\delta}_{O_0, 1/0} \cdot \overrightarrow{y_0} = \underbrace{\vec{\delta}_{G_1, 1/0} \cdot \overrightarrow{y_0}}_{= J_1 \cdot \ddot{\theta}_2} + [\overrightarrow{O_0 G_1} \wedge \overrightarrow{R}_{1/0}] \cdot \overrightarrow{y_0}$$

$$\overrightarrow{R}_{1/0} = m_1 \cdot \frac{d}{dt} [\vec{J}_{G_1 \in 1/0}]_0 = -m_1 \cdot \frac{L}{2} \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \overrightarrow{z_1} - m_1 \cdot \frac{L}{2} \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \overrightarrow{x_1}$$

$$\text{Donc } \vec{\delta}_{0,1/0} \cdot \vec{y}_0 = J_1 \cdot \ddot{\theta}_2 + \left[\frac{L}{2} \cdot \vec{n}_1 \wedge \left(\dots \vec{n}_1 - m_1 \cdot \frac{L}{2} \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_1 \right) \right] \cdot \vec{y}_0$$

$$= \left(J_1 + m_1 \cdot \frac{L^2}{4} \right) \cdot \ddot{\theta}_2$$

$$\vec{\delta}_{0,2/0} \cdot \vec{y}_0 = \underbrace{\vec{\delta}_{G_2,2/0} \cdot \vec{y}_0}_{= J_2 \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)} + [\vec{OG}_2 \wedge \vec{R}_{2/0}] \cdot \vec{y}_0$$

$$\vec{R}_{2/0} = -m_2 L \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_1 - m_2 L \cdot \ddot{\theta}_2^2 \cdot \vec{n}_1 - m_2 \cdot \frac{L}{2} \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \cdot \vec{z}_2 - m_2 \cdot \frac{L}{2} \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \cdot \vec{x}_2$$

$$\left. \frac{d\vec{z}_2}{dt} \right|_0 = \cancel{\left. \frac{d\vec{z}_2}{dt} \right|_c} + \vec{\omega}_{2/0} \wedge \vec{z}_2 = (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \cdot \vec{y}_0 \wedge \vec{z}_2$$

$$= (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \cdot \vec{n}_2$$

$$\text{Donc } \vec{\delta}_{0,2/0} \cdot \vec{y}_0 = J_2 \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) + \left[\left(L \cdot \vec{n}_1 + \frac{L}{2} \cdot \vec{n}_2 \right) \wedge \left[-m_2 L \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_1 - m_2 L \cdot \ddot{\theta}_2^2 \cdot \vec{n}_1 - m_2 \cdot \frac{L}{2} \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \cdot \vec{z}_2 - m_2 \cdot \frac{L}{2} \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \cdot \vec{n}_2 \right] \right] \cdot \vec{y}_0$$



 $(\vec{n}_1 \wedge \vec{z}_2) \cdot \vec{y}_0 = \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \theta_3\right) = -\cos\theta_3$

 $(\vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2) \cdot \vec{y}_0 = \sin\theta_3$

 $(\vec{n}_2 \wedge \vec{z}_1) \cdot \vec{y}_0 = \sin\left(-\frac{\pi}{2} - \theta_3\right) = -\cos\theta_3$

$$= J_2 \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) + m_2 \cdot L^2 \cdot \ddot{\theta}_2 + m_2 \cdot \frac{L^2}{2} \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \cdot \cos\theta_3 - m_2 \cdot \frac{L^2}{2} \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)^2 \cdot \sin\theta_3 + m_2 \cdot \frac{L^2}{4} \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \cos\theta_3 + m_2 \cdot \frac{L^2}{4} \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) + m_2 \cdot \frac{L^2}{4} \cdot \ddot{\theta}_2^2 \cdot \sin\theta_3$$

On a aussi :

$$\vec{M}_{0,ps \rightarrow 1} \cdot \vec{y}_0 = \cancel{\vec{M}_{G_1,ps \rightarrow 1} \cdot \vec{y}_0} + \left(\vec{OG}_1 \wedge (-m_1 \cdot g \cdot \vec{n}_3) \right) \cdot \vec{y}_0$$

$$= \frac{L}{2} \cdot m_1 \cdot g \cdot \sin(\theta_2)$$

$$\vec{M}_{0,ps \rightarrow 2} \cdot \vec{y}_0 = \left(\frac{L}{2} \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) + L \cdot \sin(\theta_2) \right) \cdot m_2 \cdot g$$

D'où :

$$\frac{L}{2} \cdot m_1 \cdot g \cdot \sin(\theta_2) + \left(\frac{L}{2} \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) + L \cdot \sin(\theta_2) \right) \cdot m_2 \cdot g + (m_{01} = \left[J_1 + m_1 \cdot \frac{L^2}{4} \right] \cdot \ddot{\theta}_2 + \left[J_2 + m_2 \cdot \frac{L^2}{4} + m_2 \cdot \frac{L^2}{2} \cdot \cos\theta_3 \right] \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) + m_2 \cdot \left[L^2 + \frac{L^2}{4} \cdot \cos\theta_3 \right] \cdot \ddot{\theta}_2 - m_2 \cdot \frac{L^2}{2} \cdot (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \cdot \sin\theta_3 + m_2 \cdot \frac{L^2}{4} \cdot \ddot{\theta}_2^2 \cdot \sin\theta_3$$

Je récole 2 sommés à :

- $p_2 \rightarrow 2$
- $1 \xrightarrow{\text{mot}} 2$
- $1 \xrightarrow{\text{piv}} 2$

J'écris le th. des moments en O_1 et en projection sur $\vec{y}_0$:

$$\vec{M}_{O_1, p_2 \rightarrow 2} \cdot \vec{y}_0 + \underbrace{\vec{M}_{O_1, 1 \xrightarrow{\text{mot}} 2} \cdot \vec{y}_0}_{= C_{m12}} + \underbrace{\vec{M}_{O_1, 1 \xrightarrow{\text{piv}} 2} \cdot \vec{y}_0}_{= 0} = \vec{S}_{O_1, 210} \cdot \vec{y}_0$$

$$\text{Et: } \vec{S}_{O_1, 210} \cdot \vec{y}_0 = \underbrace{\vec{S}_{G_2, 210} \cdot \vec{y}_0}_{J_2 \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)} + [\vec{O_1 G_2} \wedge \vec{Rd}_{210}] \cdot \vec{y}_0$$

$$= J_2 \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)$$

$$+ \left[\frac{L}{2} \cdot \vec{x}_2 \wedge [-m_2 \cdot L \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \vec{z}_1 - m_2 \cdot L \cdot \dots \dots \dots] \right] \cdot \vec{y}_0$$

$$= J_2 \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) + m_2 \cdot \frac{L^2}{4} \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \omega_s \theta_3 + m_2 \cdot \frac{L^2}{4} \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) + m_2 \cdot \frac{L^2}{4} \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \sin \theta_3$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_{O_1, p_2 \rightarrow 2} \cdot \vec{y}_0 &= \cancel{\vec{M}_{G_2, p_2 \rightarrow 2} \cdot \vec{y}_0} + \left(\underbrace{\vec{O_1 G_2}}_{\frac{L}{2} \cdot \vec{x}_2} \wedge (-m_2 \cdot g \cdot \vec{n}_0) \right) \cdot \vec{y}_0 \\ &= + \frac{L}{2} \cdot m_2 \cdot g \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) \end{aligned}$$

D'où :

$$\frac{L}{2} \cdot m_2 \cdot g \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) + C_{m12} = \left(J_2 + m_2 \cdot \frac{L^2}{4} \right) \cdot (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) + m_2 \cdot \frac{L^2}{4} \cdot \ddot{\theta}_2 \cdot \omega_s \theta_3 + m_2 \cdot \frac{L^2}{4} \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot \sin \theta_3$$