

Ex 9: système avec état dégénéré.

Etat 1 : énergie E_1 non dégénéré

Etat 2 : énergie $E_2 = E_1 + \epsilon \rightarrow$ dégénérescence

1 - $P_1 = A e^{-\frac{E_1}{k_B T}}$ $P_2 = 3A e^{-\frac{E_2}{k_B T}}$ probabilité d'être dans l'état 2 $g_2=3$

$$P_1 + P_2 = 1 = A \left(e^{-\frac{E_1}{k_B T}} + 3 e^{-\frac{E_2}{k_B T}} \right)$$

$$P_1 = \frac{e^{-\frac{E_1}{k_B T}}}{e^{-\frac{E_1}{k_B T}} + 3 e^{-\frac{E_2}{k_B T}}} \quad P_2 = \frac{3 e^{-\frac{E_2}{k_B T}}}{e^{-\frac{E_1}{k_B T}} + 3 e^{-\frac{E_2}{k_B T}}}$$

D'où

$$N_1 = N P_1 = N \frac{e^{-\frac{E_1}{k_B T}}}{e^{-\frac{E_1}{k_B T}} + 3 e^{-\frac{E_2}{k_B T}}}$$
$$N_2 = N P_2 = N \frac{3 e^{-\frac{E_2}{k_B T}}}{e^{-\frac{E_1}{k_B T}} + 3 e^{-\frac{E_2}{k_B T}}}$$

2 - $E = N_1 E_1 + N_2 E_2$

$$E = N \frac{E_1 \exp\left(-\frac{E_1}{k_B T}\right) + 3 E_2 \exp\left(-\frac{E_2}{k_B T}\right)}{\exp\left(-\frac{E_1}{k_B T}\right) + 3 \exp\left(-\frac{E_2}{k_B T}\right)}$$

On peut mettre $\exp\left(-\frac{E_1}{k_B T}\right)$ en facteur sachant

que $\exp\left(-\frac{E_2}{k_B T}\right) = \exp\left(-\frac{E_1}{k_B T}\right) \exp\left(-\frac{\epsilon}{k_B T}\right)$

$$E = N \frac{E_1 + 3(E_1 + \epsilon) \exp\left(-\frac{\epsilon}{k_B T}\right)}{1 + 3 \exp\left(-\frac{\epsilon}{k_B T}\right)}$$

A haute température $E \ll k_B T$:

$$E \approx N \frac{E_1 + 3(E_1 + E)}{4} = N \left(\frac{E_1}{4} + \frac{3}{4} E \right)$$

Il y a équirépartition des molécules dans les 4 états possibles à raison de $\frac{N}{4}$ molécules par état.

A basse température $E \gg k_B T$:

$$\exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) \approx 0$$

$$E \approx N E_1$$

Quasiment toutes les molécules se trouvent dans l'état de plus haute énergie.

$$d - C = \frac{dE}{dT}$$

$$C = N \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) \frac{3(E_1 + E) \frac{E}{k_B T} (1 + 3 \exp\left[-\frac{E}{k_B T}\right]) - \frac{3E}{k_B T} (E_1 + 3(E_1 + E)) \exp\left[-\frac{E}{k_B T}\right]}{(1 + 3 \exp\left[-\frac{E}{k_B T}\right])^2}$$

$$C = N \frac{3 E^2 \frac{E}{k_B T} \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right)}{(1 + 3 \exp\left[-\frac{E}{k_B T}\right])^2}$$

A haute température: $E \ll k_B T$ $C \approx \frac{3 N E^2}{16 k_B T} \rightarrow 0$

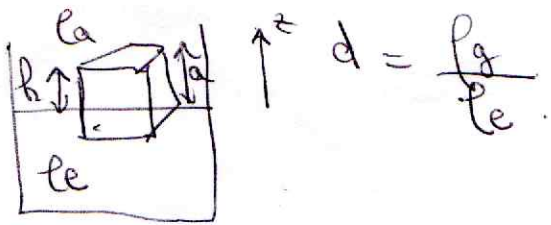
A basse température: $E \gg k_B T$ $C \rightarrow 0$

C passe par un maxi.

$$4. \quad k_B T = 1,93 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ eV} \ll E$$

Cas basse température $N \approx N_1$
 $N_2 = 1,7 \cdot 10^{-7} N_1$ $E \approx N E_1$

ex 11:



1) Glaceon est soumis à son poids et à la poussée d'Archimède \vec{F} .

$$\vec{F} = \left[\rho_b a^2 h g + \rho_l (a-d) a^2 g \right] \vec{u}_z$$

$$\vec{P} = -\rho_b g a^3 \vec{u}_z$$

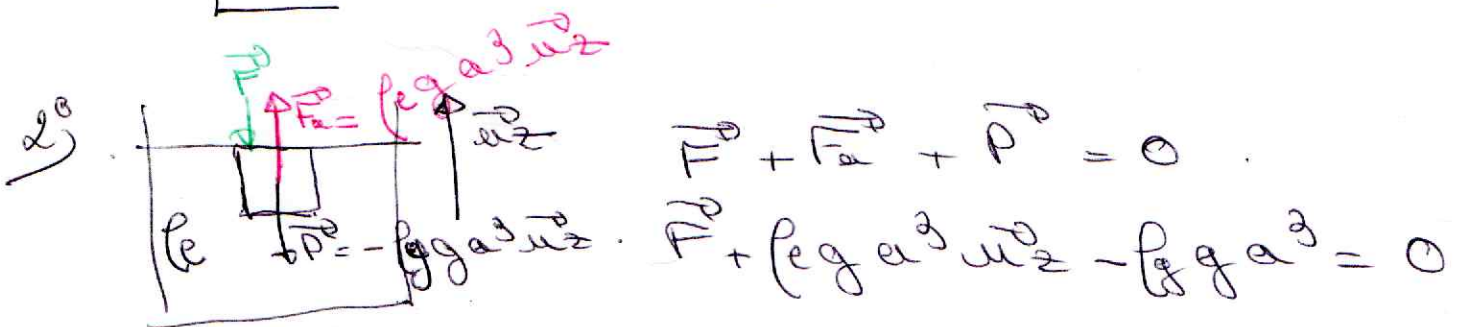
à l'éq $\vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$

$$\rho_b a^2 h g + \rho_l (a-d) a^2 g = \rho_b g a^3$$

$$\rho_b \frac{h}{a} = \rho_l \frac{h}{a} = (\rho_b - \rho_l)$$

$$\frac{h}{a} = \frac{\rho_b - \rho_l}{-\rho_b + \rho_l} = \frac{\rho_l - \rho_b}{\rho_l - \rho_b} \approx 1 - \frac{\rho_b}{\rho_l} \quad \rho_b \ll \rho_l$$

$$\boxed{\frac{h}{a} \approx 1 - d = 0,08} \quad (\text{cf iceberg})$$



$$\vec{F}_{\text{net}} = -\rho_l g a^3 (1-d) \vec{u}_z$$

$$\|\vec{F}\| = +0,0216 \text{ N}$$

$$\rho_l = 1 \text{ kg} \cdot \text{dm}^{-3}$$

$$\rho_l = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$