# QCM Mécanique.

I –

1 – Mouvement à force centrale : conservation du moment cinétique, mouvement plan,

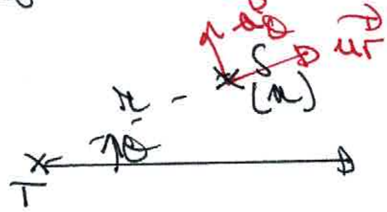
réponse D. Aucune raison que le mvt se fasse dans le plan équatorial.

2 – 3ème loi de Kepler

$$\frac{(R_T+h)^3}{T^2} = \frac{GM_T}{4\pi^2} \qquad \boxed{T = \left(\frac{4\pi^2}{GM_T}(R_T+h)^3\right)^{1/2}}$$

$T \simeq 6000\ s$

Réponses A et D.



3 – T centre de la terre.
S = satellite

$$\frac{d\vec{\sigma}_T}{dt} = \vec{\mathcal{M}}_T = \vec{TS} \wedge \vec{F} = \vec{0} \qquad \vec{F} = -\frac{GM_T m}{r^2}\vec{u_r}$$

$\vec{F}$ = force exercée par la terre sur le satellite.

$\vec{\sigma}_T = \vec{cste}$

Mvt circulaire $\vec{\sigma}_T = m(R_T+h)\vec{u_r} \wedge \vec{v} = \vec{cst}$

$\|\vec{v}\| = cste \Rightarrow$ mvt uniforme.

$$\vec{v} = v\,\vec{u_\theta} = (R_T+h)\dot{\theta}\,\vec{u_\theta}$$
$$\vec{a} = -(R_T+h)\dot{\theta}^2\,\vec{u_r} = -\frac{v^2}{(R_T+h)}\vec{u_r}$$

On applique le PFD au satellite :

$$-m\frac{v^2}{(R_T+h)} = -\frac{GM_T m}{(R_T+h)^2}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{GM_T}{(R_T+h)}}}$$ réponse B

4 – $v = 7{,}7\ km.s^{-1}$

Vitesse de libération = vitesse qu'il doit avoir pour aller de son orbite à l'infini avec une vitesse nulle.
L'énergie mécanique étant constante :

$$\frac{1}{2} m v_l^2 - \frac{G M_T m}{(R_T + h)} = 0 \qquad \boxed{v_l = \sqrt{\frac{2 G M_T}{(R_T + h)}} = \sqrt{2}\, v_S}$$

Réponses A et D.

5 - Satellite géostationnaire $T_1 = 24h = 24 \times 3600\,s$
3ème loi de Kepler

$$\frac{(R_T + h)^3}{T_1^2} = \frac{G M_T}{4\pi^2}$$

$$h = \left(\frac{G M_T T_1^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} - R_T$$

$h \simeq 36000\ km$ réponse C

6 - $E_m = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{G M_T m}{(R_T + h)}$

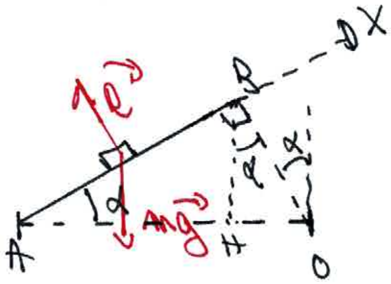
$v = \sqrt{\frac{G M_T}{R_T + h}} \qquad E_C = \frac{G M_T m}{2(R_T + h)}$

$$\boxed{E_m = -\frac{G M_T m}{2(R_T + h)} = -E_C = \frac{E_p}{2}}$$

Réponse C

II –

1 –




Le palet est soumis à son poids et à la réaction de la piste t.q $\vec{R} \perp (AB)$ car glisse sans frottement. On applique le th. de l'Ec entre A et B.

$$\frac{1}{2}m\left(v_B^2 - v_A^2\right) = W(m\vec{g}) + \underbrace{W(\vec{R})}_{0} = -mg\,AB\sin\alpha$$

or $AB\sin\alpha = BH = R\cos\alpha$

$$\frac{1}{2}m\left(v_B^2 - v_A^2\right) = -mgR\cos\alpha$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gR\cos\alpha}}$$ réponse A.

2 – Pour que B soit atteint par le palet, il faut que $v_A > v_{A,1} = \sqrt{2gR\cos\alpha} = \sqrt{2\times 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}$

$v_{A,1} = \sqrt{20\times\sqrt{3}} \simeq 6\ m.s^{-1}$ réponse C

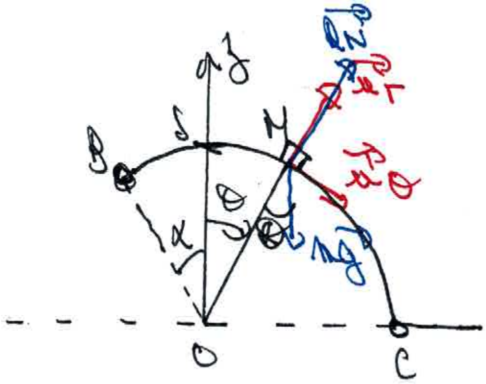
3 – PFD appliqué au palet projeté sur (Ax)

$$m\ddot{x} = -mg\sin\alpha$$
$$\ddot{x} = -g\sin\alpha$$
$$\dot{x} = -g\sin\alpha\, t + v_A$$

$t=\tau$ $\dot{x} = v_B$ $$\boxed{\tau = \frac{v_A - v_B}{g\sin\alpha} = \frac{v_A - \sqrt{v_A^2 - 2gR\cos\alpha}}{g\sin\alpha}}$$

Réponse A.

4 –




$\vec{v}(M) = R\dot{\theta}\,\vec{u_\theta}$

$\vec{a}(M) = -R\dot{\theta}^2\,\vec{u_r} + R\ddot{\theta}\,\vec{u_\theta}$

TRD appliqué à M

$m\vec{a}(M) = m\vec{g} + \vec{R_N}$

Projection sur $\vec{u_r}$

$-mR\dot{\theta}^2 = R_N - mg\cos\theta$

$R_N = mg\cos\theta - mR\dot{\theta}^2$ Réponse C

5 – Pas de décollage si $R_N > 0$

Entre A et B $R_N = mg\cos\alpha > 0$ pas de décollement

Entre B et C : Th. de l'Ec appliqué entre ~~A~~ B et M

$\frac{1}{2}m\left(R^2\dot{\theta}^2 - v_A^2\right) = -mgR\cos\theta$

$R\dot{\theta}^2 = \frac{v_A^2}{R} - 2g\cos\theta$

$R_N = 3mg\cos\theta - m\frac{v_A^2}{R}$

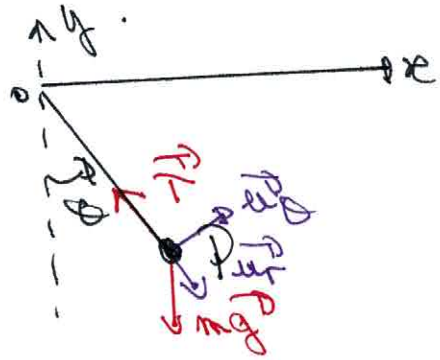
Entre B et S $\theta$ varie de $-\alpha$ à $0$.

$R_N > 0$ $v_A < \sqrt{3gR\cos\theta}$ la condition la plus restrictive correspond à $v_A < \sqrt{3gR\cos\alpha}$

Réponse A.

# III Pendule en translation.

1- 




P soumis à son poids et à la tension du ressort. TMC appliqué en O dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.

$\vec{\sigma}_O(P) = \vec{OP} \wedge m\vec{v}(P) = m l^2 \dot\theta\, \vec{e}_z$.

$\vec{v}(P) = l\dot\theta\, \vec{u}_\theta$

$\vec{M}_O(\vec{T}) = \vec{0}$ $\quad \vec{M}_O(m\vec{g}) = \vec{OP} \wedge m\vec{g}$

$= -mlg \sin\theta$

$\frac{d\vec{\sigma}_O}{dt} = \sum \vec{M}_O \Rightarrow m l^2 \ddot\theta = -mlg \sin\theta$

$\ddot\theta + \frac{g}{l} \sin\theta = 0$

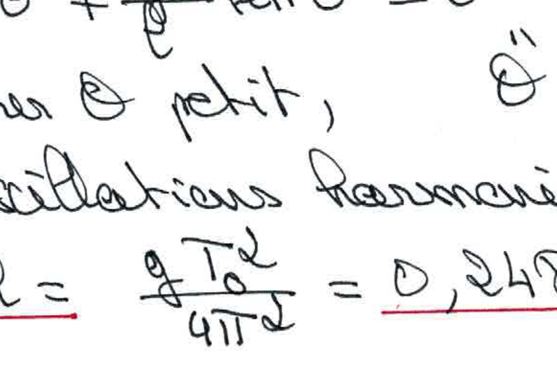
Pour θ petit, $\ddot\theta + \frac{g}{l}\theta = 0$

oscillations harmoniques de période $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$l = \frac{g T_0^2}{4\pi^2} = 0,248\,m$ réponse D.

2- (R') étant en translation / à (R)

$\vec{F_{ie}} = -m\vec{a}$




$\vec{M}_{O'}(\vec{F_{ie}}) = \vec{O'P} \wedge (-m\vec{a})$.

$\vec{M}_{O'}(\vec{F_{ie}}) = -mla\cos\theta\, \vec{e}_z$

Réponse A.

3- $\vec{F_{ic}} = \vec{0}$ car (R') est en translation

$\vec{\Omega}(R')/(R) = \vec{0}$

4 – $\vec{\sigma}_{O'/(R')}(P) = m\ell^2\dot{\theta}\,\vec{e}_z$

$$\frac{d\vec{\sigma}_{O'/(R')}}{dt} = \vec{\mathcal{M}}_{O'}(m\vec{g}) + \vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{F}_{ie}) + \underbrace{\vec{\mathcal{M}}_{O'}(\vec{T})}_{\vec{0}}$$

$$m\ell^2\ddot{\theta} = -mlg\sin\theta - m\ell a\cos\theta$$

$$\boxed{\ddot{\theta} = -\frac{g}{\ell}\sin\theta - \frac{a}{\ell}\cos\theta}$$ réponse D.

5 – A l'éq $\ddot{\theta} = 0$

$\theta_0$ t.q $\quad -\frac{g}{\ell}\sin\theta_0 - \frac{a}{\ell}\cos\theta_0 = 0$

$$\tan\theta_0 = -\frac{a}{g} \qquad \theta_0 = -\arctan\left(\frac{a}{g}\right)$$

Réponse A.

6 – On pose $\varepsilon = \theta - \theta_0 \quad |\varepsilon| \ll 1$

$$\theta = \varepsilon + \theta_0$$

$$\ddot{\varepsilon} = -\frac{g}{\ell}\sin(\varepsilon+\theta_0) - \frac{a}{\ell}\cos(\varepsilon+\theta_0)$$

$$\ddot{\varepsilon} = -\frac{g}{\ell}(\sin\varepsilon\cos\theta_0 + \cos\varepsilon\sin\theta_0) - \frac{a}{\ell}(\cos\varepsilon\cos\theta_0 - \sin\varepsilon\sin\theta_0)$$

En développant à l'ordre 1, on obtient :

$$\ddot{\varepsilon} = \left(-\frac{g}{\ell}\cos\theta_0 + \frac{a}{\ell}\sin\theta_0\right)\varepsilon \underbrace{- \frac{g}{\ell}\sin\theta_0 - \frac{a}{\ell}\cos\theta_0}_{0}$$

$$\ddot{\varepsilon} + \left(\frac{g}{\ell}\cos\theta_0 - \frac{a}{\ell}\sin\theta_0\right)\varepsilon = 0$$

$$\tan\theta_0 = -\frac{a}{g} \qquad \cos\theta_0 = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta_0}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{a^2}{g^2}}} = \frac{g}{\sqrt{g^2+a^2}}$$

$\theta_0 < 0$ $\quad \sin\theta_0 = -\sqrt{1-\cos^2\theta_0} = \sqrt{1 - \frac{g^2}{g^2+a^2}}$

$$\sin\theta_0 = -\frac{a}{\sqrt{g^2+a^2}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g\cos\theta_0 + a\sin\theta_0}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l\sqrt{g^2+a^2}}{g^2 + a^2}} = \boxed{2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{a^2+g^2}}}}$$

Réponse B.

IV Point attaché à un ressort.

R' est en rotation uniforme à la vitesse $\omega \vec{e_z}$ constante.

1- $\vec{F_{ie}} = m\omega^2 \vec{OM} = m\omega^2 x \vec{u_x}$.

$\vec{F_{ic}} = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{/(R')}(M)$

$\vec{v}_{/(R')}(M) = \dot{x}\vec{u_x}$ M est en translation le long de (Ox) dans le référentiel (R')

$\vec{F_{ic}} = -2m\omega\dot{x}\vec{u_y}$.

2- Dans (R'), M est soumis :

→ à son poids

→ à la force de rappel du ressort $-k(x-l_0)\vec{u_x}$

→ à la $F_{ie} = m\omega^2 x \vec{u_x}$

→ à $\vec{F_{ic}} = -2m\omega\dot{x}$

→ à la réaction $\vec{R}$ du support.

PFD appliqué à M dans (R') :

$\vec{a}_{/(R')}(M) = \ddot{x}\vec{u_x}$. $m\vec{a}_{/(R')}(M) = m\vec{g} + \vec{R} - k(x-l_0)\vec{u_x} + \vec{F_{ic}} + \vec{F_{ie}}$

Projection sur (Ox) :

$m\ddot{x} = -k(x-l_0) + m\omega^2 x$

A l'eq $\ddot{x} = 0$ $(m\omega^2 - k)x_e = -kl_0$

$$\boxed{x_e = \frac{kl_0}{k - m\omega^2}}$$

Réponse A. Position existe si $\omega < \sqrt{\frac{k}{m}}$

3 - $m\ddot{x} + (k - m\omega^2)x = kl_0$

$m\ddot{x} + (k - m\omega^2)x = (k - m\omega^2)x_e$

Réponse B.

$\omega_0' = \sqrt{\dfrac{k - m\omega^2}{m}}$ réponse d -

VI Chute libre 

1- Dans le référentiel (R), A est soumis au poids qui inclut la force d'intéraction gravitationnelle et la force d'inertie d'entraînement et à la force d'inertie de Coriolis

$\vec{P} = -mg\vec{e_z}$

$\vec{F_{ic}} = -2m\vec{\Omega_T}\wedge\vec{v}_{A/R}$

$\vec{\Omega_T} = \Omega_T(\cos\lambda\,\vec{e_y} + \sin\lambda\,\vec{e_z})$

$\vec{v}_{A/R} = \dot{x}\vec{e_x} + \dot{y}\vec{e_y} + \dot{z}\vec{e_z}$

$\vec{F_{ic}} = -2m\Omega_T\begin{pmatrix}0\\ \cos\lambda\\ \sin\lambda\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{pmatrix} = -2m\Omega_T\begin{pmatrix}\cos\lambda\,\dot{z} - \sin\lambda\,\dot{y}\\ \sin\lambda\,\dot{x}\\ -\cos\lambda\,\dot{x}\end{pmatrix}$

On applique le PFD dans (R) :

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -2m\Omega_T(\cos\lambda\,\dot{z} - \sin\lambda\,\dot{y})\\ m\ddot{y} = -2m\Omega_T\sin\lambda\,\dot{x}\\ m\ddot{z} = -mg + 2m\Omega_T\cos\lambda\,\dot{x}\end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\Omega_T(\dot{y}\sin\lambda - \dot{z}\cos\lambda) & (1)\\ \ddot{y} = -2\Omega_T\sin\lambda\,\dot{x} & (2)\\ \ddot{z} = -g + 2\Omega_T\cos\lambda\,\dot{x} & (3)\end{cases}$$

Réponse B

2- En intégrant la relation (2), on obtient

$\dot{y} = -2\Omega_T\sin\lambda\,x + cte.$

$t=0$ $\dot{y}=0$ $x=0$ $\rightarrow cte = 0 \Rightarrow \dot{y} = -2\Omega_T\sin\lambda\,x$

Réponse B

3- En intégrant la relation (3), on obtient

$\dot{z} = -gt + 2\Omega_T\cos\lambda\,x + cte$

à $t=0$ $\dot{z}=0$ $x=0 \Rightarrow cte=0$

$\dot{z} = -gt + 2\Omega_T \cos\lambda\, x$ Réponse D.

4- D'où d'après 1

$\ddot{x} = 2\Omega_T(-2\Omega_T \sin^2\lambda\, x + g\cos\lambda\, t - 2\Omega_T \cos^2\lambda\, x)$

$\ddot{x} = -4\Omega_T^2 x + 2\Omega_T g \cos\lambda\, t$

$\ddot{x} + 4\Omega_T^2 x = 2\Omega_T g\cos\lambda\, t$ (E)

En identifiant avec la solution proposée, on obtient $\boxed{\begin{array}{c}\omega_0 = 2\Omega_T \\ K = 2\cos\lambda\end{array}}$ réponses B et D

5- $x(t) = A_1\cos(\omega_0 t) + A_2\sin(\omega_0 t) + Bt$

$t=0$ $x(0)=0$ $\dot{x}(0)=0$ $A_1=0$ car $x(0)=0$

$\dot{x}(0)=0 \Rightarrow A_2\omega_0 + B = 0$ $A_2 = -\frac{B}{\omega_0}$

$Bt$ solution particulière qui vérifie (E) d'où

$4\Omega_T^2 Bt = 2\Omega_T g\cos\lambda\, t$

$B = \frac{g\cos\lambda}{2\Omega_T} = \frac{g\cos\lambda}{\omega_0}$ d'où $\boxed{A_2 = -\frac{g\cos\lambda}{\omega_0^2} = -\frac{g\cos\lambda}{4\Omega_T^2}}$

Réponses A et D

6- $\omega_0 t \ll 1$

$x(t) = -\frac{g\cos\lambda}{4\Omega_T^2}\sin(\omega_0 t) + \frac{g\cos\lambda}{2\Omega_T}t$

$\sin(\omega_0 t) \simeq \omega_0 t - \frac{\omega_0^3 t^3}{6} = 2\Omega_T t - \frac{4}{3}\Omega_T^3 t^3$

$x(t) \simeq -\frac{g\cos\lambda}{2\Omega_T}t + \frac{1}{3}g\cos\lambda\,\Omega_T t^3 + \frac{g\cos\lambda}{2\Omega_T}t$

$\boxed{x(t) \simeq \frac{g\Omega_T\cos\lambda}{3}t^3}$ réponse C

7- $\lambda = \frac{\pi}{3}$ rad $\quad \Omega_T \simeq 7,4.10^{-5}$ rad.s$^{-1}$ $\quad z_0 = 80$ m

$g \simeq 10$ m.s$^{-2}$

$\dot{x}(t) \simeq g\,\Omega_T \cos\lambda\, t^2$

D'après (3), $\ddot{z} = -g + 2g\,\Omega_T^2 \cos\lambda\, t^2$

$\dot{z}(t) = -gt + \frac{2}{3} g\,\Omega_T^2 \cos\lambda\, t^3 \qquad \dot{z}(0) = 0$

$$\boxed{z(t) = -g\frac{t^2}{2} + \frac{1}{6} g\,\Omega_T^2 \cos\lambda\, t^4 + z_0}$$

Vu la valeur de $\Omega_T$ le terme $\frac{1}{6} g\,\Omega_T^2 \cos\lambda\, t^4$ est négligeable devant $\frac{1}{2} g t^2$.
La force d'inertie de Coriolis n'apporte qu'un terme correctif faible par rapport à ce que l'on obtient en supposant R galiléen, pour le mvt suivant (Oz), on peut négliger l'effet de la force d'inertie de Coriolis.

$z(t) \simeq z_0 - \frac{1}{2} g t^2$

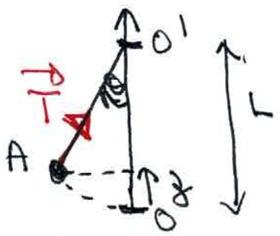
$z(\tau_c) = 0 \qquad \boxed{\tau_c \simeq \sqrt{\frac{2z_0}{g}}} = \sqrt{\frac{160}{10}} \simeq 4$ s $\quad$ réponse B.

$x_d = x(\tau_c) \simeq \frac{g\,\Omega_T \cos\lambda}{3}\left(\frac{2z_0}{g}\right)^{3/2} = \frac{10 \times 7,5.10^{-5}}{3} \times \frac{1}{2} \times 16 \times 4$

$x_d \simeq 8$ mm $\quad$ réponse C

## VI - Oscillations d'un pendule :

1- Dans le référentiel (R) non galiléen, A est soumis à son poids $m\vec{g}$ (incluant la force d'inertie d'entraînement), et la tension du fil et à la force d'inertie de Coriolis.




PFD dans (R) donne

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F_{ic}} \quad (1)$$

$$\vec{F_{ic}} = -2m\vec{\Omega_T} \wedge \vec{v}_{A/(R)}$$

$$\vec{F_{ic}} = -2m \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega_T \cos\lambda \\ \Omega_T \sin\lambda \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

$$\vec{F_{ic}} = -2m \begin{pmatrix} \Omega_T \cos\lambda\, \dot{z} - \Omega_T \sin\lambda\, \dot{y} \\ \Omega_T \sin\lambda\, \dot{x} \\ -\Omega_T \cos\lambda\, \dot{x} \end{pmatrix}$$

$$\vec{T} \cdot \vec{e}_z = T\cos\theta = T\,\frac{L-z}{L} = T\left(1 - \frac{z}{L}\right)$$

En projetant la relation (1) sur $\vec{e}_z$, on obtient :

$$\boxed{m\ddot{z} = 2m\Omega_T \cos\lambda\, \dot{x} - mg + T\left(1 - \frac{z}{L}\right)}$$

$\gamma_z = 2\Omega_T \cos\lambda$. réponse C

2- Projection du PFD selon $\vec{e}_x$ : $T \simeq mg$.

$$m\ddot{x} = T_x + 2m\Omega_T \sin\lambda\, \dot{y} - 2m\Omega_T \cos\lambda\, \dot{z}$$

$$\vec{T} = -T\,\frac{\vec{O'A}}{O'A} = -T\,\frac{\vec{O'A}}{L}$$

$$\vec{O'A} = \vec{O'O} + \vec{OA} = (-L+z)\vec{e}_z + x\vec{e}_x + y\vec{e}_y .$$

$$T_x = -T\,\frac{x}{L} \simeq -mg\,\frac{x}{L}$$

De plus $\dot{z} \simeq 0$

D'où $\ddot{x} = -g\,\frac{x}{L} + 2\Omega_T \sin\lambda\, \dot{y}$

$$\boxed{\ddot{x} - 2\Omega_T \sin\lambda\, \dot{y} + \frac{g}{L} x = 0}$$

$K_x = -2\Omega_T \sin\lambda$ réponse D

3 – Projection du PFD selon $\vec{e}_y$ :

$m\ddot{y} = T_y - 2m\Omega_T \sin\lambda\, \dot{x}$ $T_y \simeq -mg\frac{y}{L}$

$$\boxed{\ddot{y} + 2\Omega_T \sin\lambda\, \dot{x} + \frac{g}{L} y = 0}$$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$ $K_y = 2\Omega_T \sin\lambda = -K_x$

Réponses B et D.

4 – Terme entre crochets décrit les oscillations du pendule dans son plan d'oscillation

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ on retrouve la période d'oscillations du pendule simple étudié dans un référentiel galiléen.

Le terme $\exp(-j(\Omega_T \sin\lambda)t)$ lié au caractère non galiléen de R décrit la rotation du plan des oscillations autour de l'axe vertical à la pulsation $\Omega_T \sin\lambda \ll \omega_0$ $\sin\lambda > 0$ hémisphère Nord

$T = \frac{2\pi}{\Omega_T \sin\lambda} \gg T_0$

Réponse C.

5 – $L = 67\,m$ $m = 28\,kg$

$T_0 \simeq 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \simeq 6{,}2 \times \sqrt{\frac{67}{10}} \simeq \frac{6\times 8}{\sqrt{10}} \simeq \frac{6\times 8}{3} \simeq 16\,s$

Réponse B

6- $\omega_p \simeq \Omega_T \sin\lambda$

$\dfrac{2\pi}{\Omega_T} \simeq 1 \text{ jour} = 86400 \text{ s}.$

$\Omega_T = \dfrac{2\pi}{86400}$ $\quad \sin\lambda \simeq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \quad \lambda \simeq 45°$

$\omega_p \simeq \dfrac{\pi\sqrt{2}}{86400} \text{ rad.s}^{-1}$

$\omega_p \simeq \dfrac{\pi\sqrt{2}}{86400} \times \dfrac{180}{\pi} \; °\text{s}^{-1}$

$\omega_p \simeq \dfrac{\sqrt{2}\; 180 \times 3600}{86400} \; °.\text{h}^{-1}$

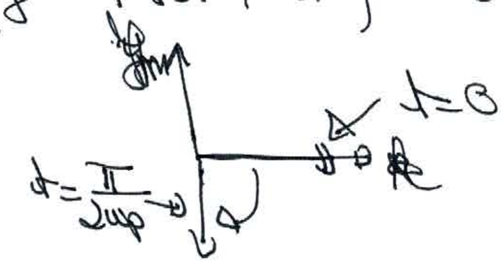
$\omega_p \simeq 10°.\text{h}^{-1}$ $\quad$ réponse C

7- Pôles : $\lambda = \dfrac{\pi}{2}$ $\quad \sin\lambda = 1 \quad T = 24\text{h}$

A l'équateur $\lambda = 0$ $\sin\lambda = 0$ le pendule oscille dans un plan fixe $\omega_p = 0$.

Hémisphère Nord $\sin\lambda > 0$

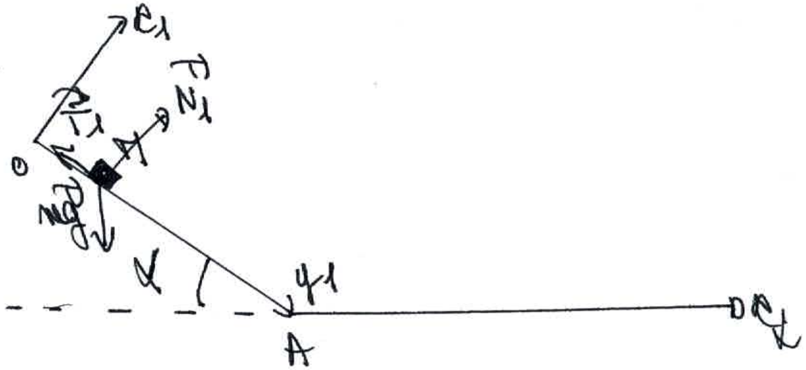
$\exp(-j\,\Omega_T \sin\lambda\, t) = \cos(\Omega_T \sin\lambda\, t) - j\sin(\Omega_T \sin\lambda\, t)$




Rotation sens horaire.

Réponses A et C

VII




1- $\vec{R_1} = T_1 \vec{u}_{x1} + N_1 \vec{u}_{y1}$

Non glissement d'où :
$m\vec{g} + \vec{T_1} + \vec{N_1} = \vec{0}$

$\vec{u}_{x1}$: $T_1 + mg\sin\alpha = 0$
$\underline{T_1 = -mg\sin\alpha}$

$\vec{u}_{y1}$: $N_1 - mg\cos\alpha = 0$
$\underline{N_1 = mg\cos\alpha}$

Non glissement tant que $\|\vec{T_1}\| \leq f_s \|\vec{N_1}\|$
$\alpha \leq \alpha_0 = \arctan(f_s)$

glissement si $\underline{\alpha > \arctan(f_s)}$ réponse C

2- Glissement avec vitesse de glissement selon $+\vec{u}_{x1} \Rightarrow \vec{T_1}$ selon $-\vec{u}_{x1} \Rightarrow \boxed{T_1 < 0}$

TRD: $m\ddot{x}_1 = mg\sin\alpha + T_1$
$N_1 = mg\cos\alpha$

Loi de Coulomb $\Rightarrow \|\vec{T_1}\| = f_d \|\vec{N_1}\|$
$-T_1 = f_d N_1 = f_d\, mg\cos\alpha$

$$\boxed{\ddot{x}_1(t) = g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha)}$$

$$\boxed{T_1 = -f_d\, mg\cos\alpha}$$ réponse D

3- $\dot{x}_1(t) = g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha)t$
$x_1(t) = \frac{g}{2}(\sin\alpha - f_d\cos\alpha)t^2$

A l'extrémité de la piste :
$x_1(t_1) = L_1 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\dfrac{2L_1}{g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha)}}$

$$\boxed{\dot{x}_1(t_1) = v_1 = \sqrt{2L_1 g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha)}}$$

réponse C.

4- Sur la partie horizontale le palet est soumis à son poids $m\vec{g}$ et à la réaction $\vec{R_2}$.
La projection du TRD sur $\vec{u}_y$ donne : $\boxed{N_2 = mg}$

Glissement avec vitesse de glissement selon $\vec{u}_x$ donc $\vec{T}$ selon $-\vec{u}_x$

$T_x < 0$

$\|\vec{T}\| = f_d \|\vec{N}_1\| \Rightarrow \boxed{T_x = -f_d m g}$ constant au cours du mvt

<u>Méthode ①</u> : Th. de l'énergie cinétique en A et le point F d'arrêt où $\vec{v}(F) = \vec{0}$

$E_c(F) - E_c(A) = W(\vec{T}) = \vec{T} \cdot L_x \vec{u}_x$

$0 - \frac{1}{2} m v_1^2 = -f_d m g L_x$

$\boxed{L_x = \frac{v_1^2}{2 f_d g}}$ <u>réponse A</u>

<u>Méthode ②</u> : TRD origine des tps en A

$m \ddot{x}_x = T_x = -f_d m g$

$\dot{x}_x(t) = -f_d g t + v_1$

$x_x(t) = -f_d g \frac{t^2}{2} + v_1 t$

$\dot{x}(t_L) = 0 \Rightarrow t_L = \frac{v_1}{f_d g}$

$L_x = x_x(t_L) = \frac{v_1^2}{2 f_d g}$