(1)

QCM électromagnétisme.

1 – $\vec{E_1}(M,t) = \vec{E_0}\, e^{i(\vec{k_1}\cdot\vec{r} - \omega t)}$

$\vec{E_0} = E_0\,\vec{e_y} \qquad \vec{k_1} = k_x\,\vec{e_x} + k_z\,\vec{e_z}$

L'onde se propage dans le plan xOz.

Aucune réponse correcte Réponse E.

2 – Onde polarisée rectilignement selon $\vec{e_y}$ (champ électrique direction $\vec{e_y}$).

Réponse B.

3 – Réponse C.

4 – $\vec{B_1} = \dfrac{(k_x\vec{e_x} + k_z\vec{e_z}) \wedge E_1\,\vec{e_y}}{\omega}$

$$\boxed{\vec{B_1} = \frac{-k_z\vec{e_x} + k_x\vec{e_z}}{\omega} E_0\, e^{i(\vec{k_1}\cdot\vec{r} - \omega t)}}$$

$\vec{B_1}\cdot\vec{e_x} \to -\dfrac{k_z}{\omega} E_0\, e^{i(\quad)}$

$\vec{B_1}\cdot\vec{e_z} \to \dfrac{k_x}{\omega} E_0\, e^{i(\quad)}$

(2)

Réponse C

5 –

$\vec{k_2} = -k\sin\theta\,\vec{e_x} + k\cos\theta\,\vec{e_z}$

$\vec{E_2} = E_0\, e^{i(-k_1\sin\theta\, x + k_1\cos\theta\, z - \omega t)}\,\vec{e_y}$

$k_1 = \|\vec{k_1}\|$

Aucune réponse correcte

Réponse E.

6 – Superposition des champs.

⚠ L'onde résultante n'est pas plane.

$\vec{B} = \dfrac{\vec{k_1} \wedge \vec{E_1}}{\omega} + \dfrac{\vec{k_2} \wedge \vec{E_2}}{\omega}$

Réponse B.

7 –

$\vec{B_2} = \dfrac{(-k_x\vec{e_x} + k_z\vec{e_z}) \wedge E_2\,\vec{e_y}}{\omega}$.

$\vec{B_2} = -\dfrac{k_z\vec{e_x} - k_x\vec{e_z}}{\omega} E_0\, e^{i(-k_x x + k_z z - \omega t)}$

(3)

$$\vec{B} = \begin{vmatrix} -\frac{k_z E_0}{\omega}\left(e^{jk_x x} + e^{-jk_x x}\right) e^{j(k_z z - \omega t)} \\ 0 \\ \frac{k_x E_0}{\omega}\left(e^{jk_x x} - e^{-jk_x x}\right) e^{j(k_z z - \omega t)} \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\vec{B} = \begin{vmatrix} -\frac{2E_0 k_z}{\omega}\cos(k_x x)\, e^{j(k_z z - \omega t)} \\ 0 \\ \frac{2j k_x E_0}{\omega}\sin(k_x x)\, e^{j(k_z z - \omega t)} \end{vmatrix}}$$

Réponse A.

8- $v_\varphi = \frac{\omega}{k_z}$

$$k_x^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\pi^2}{a^2} = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{\pi^2 c^2}{a^2\omega^2}\right)$$

$$\boxed{v_\varphi = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\pi c}{a\omega}\right)^2}}}$$ réponse C

$$v_g = \frac{d\omega}{dk_z}$$

$$2k_z\, dk_z = \frac{2\omega\, d\omega}{c^2} \qquad v_g = \frac{c^2}{v_\varphi}$$

(4)

$$\boxed{v_g = c\sqrt{1 - \left(\frac{\pi c}{a\omega}\right)^2}}$$

Réponse B

9- $N = \frac{2\pi}{k_z} = \frac{2\pi}{k_1 \cos\theta} > 1$

Réponse D.

10- On cherche $\langle \vec{\Pi} \rangle$

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \quad \text{avec } \left.\begin{matrix}\vec{E} \\ \vec{B}\end{matrix}\right) \text{réels}.$$

$$\vec{E} = E_0\left(e^{+j(k_x x)} + e^{-jk_x x}\right) e^{j(k_z z - \omega t)}\, \vec{e}_y$$

$$\vec{E} = 2E_0 \cos(k_x x)\, e^{j(k_z z - \omega t)}\, \vec{e}_y.$$

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0}\begin{vmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} B_x \\ 0 \\ B_z \end{vmatrix} = \frac{1}{\mu_0}\begin{vmatrix} EB_z \\ 0 \\ -EB_x \end{vmatrix}.$$

B_x en $\cos(k_z z - \omega t)$

B_z en $\sin(k_z z - \omega t)$

$\langle EB_z \rangle = 0$.

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{2E_0^2 k_z}{\mu_0 \omega} \cos^2(k_x x)\, \vec{e}_z$$

$$\boxed{\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{2E_0^2 \sqrt{1 - \frac{\pi^2 c^2}{a^2 \omega^2}}}{\mu_0 c} \cos^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \vec{e}_z}$$

Réponse ~~B~~

Réponse D.

11- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\vec{E} = E_m (\cos\alpha\, \vec{e}_x + \sin\alpha\, \vec{e}_z) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u} \cdot \vec{OM}\right)$$

$$\boxed{\vec{E} = E_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \sin\alpha\, x + \frac{2\pi}{\lambda} \cos\alpha\, z\right) (\cos\alpha\, \vec{e}_x + \sin\alpha\, \vec{e}_z)}$$

Aucune réponse bonne.

Réponse E

12- $\vec{B} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c}$

$$\vec{B} = \begin{vmatrix} \sin\alpha \\ 0 \\ -\cos\alpha \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} E_x \\ 0 \\ E_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -\cos\alpha\, E_x - \sin\alpha\, E_z \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\vec{B} = -\frac{E_m}{c} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \sin\alpha\, x + \frac{2\pi}{\lambda} \cos\alpha\, z\right) \vec{e}_y}$$

Réponse D

13-

$$\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \begin{vmatrix} E_x \\ 0 \\ E_z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ B \\ 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{\mu_0} \begin{vmatrix} -B E_z \\ 0 \\ E_x B \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\vec{R} = \frac{\varepsilon_0 E_m^2}{\varepsilon_0 \mu_0 c} (\sin\alpha\, \vec{e}_x - \cos\alpha\, \vec{e}_z) \cos^2\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \sin\alpha\, x + \frac{2\pi}{\lambda} \cos\alpha\, z\right)}$$

Réponse C - B

14- $u_e = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 E_m^2}{2} \cos^2\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \sin\alpha\, x + \frac{2\pi}{\lambda} \cos\alpha\, z\right)$

$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{E_m^2}{2\mu_0 c^2} \cos^2\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \sin\alpha\, x + \frac{2\pi}{\lambda} \cos\alpha\, z\right)$

$u_e = u_m$

$\langle u_e \rangle = \langle u_m \rangle$

Réponses A - C

15- $u_{em} = u_e + u_m$

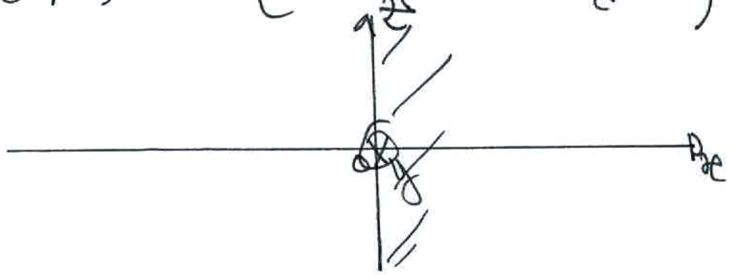
$\langle u_{em} \rangle = 2\langle u_e \rangle = 2\langle u_m \rangle$

Réponses A et C

Cas $\alpha = \frac{\pi}{2}$

$$\vec{E_i}(M,t) = E_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \vec{e_z}$$

$$\vec{B_i}(M,t) = -\frac{E_m}{c} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \vec{e_y}$$



$\vec{E}(x>0) = \vec{0}$ métal parfait

16 – $\vec{k_r} = -\frac{2\pi}{\lambda} \vec{e_x}$ loi de Descartes

Continuité de la composante tangentielle de $\vec{E}$ en $x = 0$

$$\vec{E_i}(x=0) + \vec{E_r}(x=0) = 0$$

$$\Rightarrow E_m \cos(\omega t) \vec{e_z} + E_{0r} \cos(\omega t + \varphi_r) \vec{e_z} = 0$$

$\varphi_r = 0 \qquad E_{0r} = -E_m$

$$\boxed{\vec{E_r}(M,t) = -E_m \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \vec{e_z}}$$

Réponse D

17 –

$$\vec{B_r} = \frac{-\vec{e_x} \wedge \vec{E_r}}{c}$$

$$\boxed{\vec{B_r} = -\frac{E_m}{c} \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \vec{e_y}}$$

Réponse A

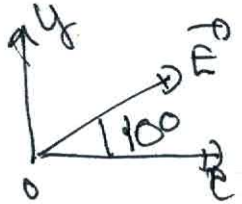
18 – $\vec{E_t} = \vec{E_i} + \vec{E_r}$

$$\vec{E_t} = E_m \left(\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right) - \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x\right)\right) \vec{e_z}$$

$$\boxed{\vec{E_t} = +2 E_m \sin(\omega t) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \vec{e_z}}$$

Réponse B –

18 – $\vec{k} = k\,\vec{e}_z$



$\underline{\vec{E}_1} = \underline{\vec{E}_0}\, e^{j(\omega t - kz)}$

avec $\underline{\vec{E}_0} = E_0 \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\vec{e}_x + E_0 \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\vec{e}_y$

$\underline{\vec{E}_0} = \frac{E_0}{2}\left(\sqrt{3}\,\vec{e}_x + \vec{e}_y\right)$

$$\boxed{\underline{\vec{E}_1}(M,t) = E_0\,\frac{\sqrt{3}\,\vec{e}_x + \vec{e}_y}{2}\, e^{-j(\omega t - kz)}}$$

$$\vec{E}_1(M,t) = E_0\,\frac{\sqrt{3}\,\vec{e}_x + \vec{e}_y}{2}\cos\left(\omega\left(t - \frac{kz}{\omega}\right)\right)$$

or $k = \frac{\omega}{c}$

$$\boxed{\vec{E}_1(M,t) = E_0\,\frac{\sqrt{3}\,\vec{e}_x + \vec{e}_y}{2}\cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right)}$$

Réponses A et C

19 – $\vec{B}_1 = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}_1}{\omega}$ $\quad \underline{\vec{B}_1} = \frac{\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}_1}}{\omega}$

Réponses B – C

20 – $\underline{\vec{B}_1} = \frac{\vec{e}_z \wedge \underline{\vec{E}_1}}{c}$

$\underline{\vec{B}_1} = \frac{1}{c}\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} E_{1x} \\ E_{1y} \\ 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{c}\begin{vmatrix} -E_{1y} \\ E_{1x} \\ 0 \end{vmatrix}$

$$\boxed{\underline{\vec{B}_1} = \frac{E_0}{c}\left(\frac{-\vec{e}_x + \sqrt{3}\,\vec{e}_y}{2}\right) e^{j(\omega t - kz)}}$$

Réponse E. Toutes les propositions sont fausses

21 – A – Faux pulsation de l'onde non modifiée.

B – Vrai : relation de dispersion dans le métal ≠ de celle du vide.

C – Faux

D – Vrai : si $\gamma \to \infty$ = réflexion totale de l'onde incidente.

Réponse D.

22 – A la traversée de la surface, continuité de la composante tangentielle de $\vec{E}$ et de la composante normale de $\vec{B}$.

Réponse C et D

13- Structure d'onde plane

$\vec{B} = \frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega}$ avec $|\vec{k}| \neq \frac{1}{c}$

De plus l'onde présente un terme d'amortissement A - B - fausses

l'onde se propage dans le sens des $z \nearrow$ ⇒ D fausse

$\vec{B} \perp \vec{E}$ ⇒ C fausse

Réponse E.

14- Conducteur neutre ⇒ $\rho = 0$

$\mathrm{div}\,\vec{E} = 0$ $\qquad \vec{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\qquad = \mu_0 \gamma \vec{E} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$$\vec{\mathrm{rot}}(\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{E}) = \vec{\mathrm{grad}}(\mathrm{div}\,\vec{E}) - \vec{\Delta}\vec{E}$$
$$= -\vec{\Delta}\vec{E}$$
$$= -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{B})$$
$$= -\mu_0\gamma\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\vec{\Delta}\vec{E} = \mu_0\gamma\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$-k^2 = -j\mu_0\gamma\omega - \frac{\omega^2}{c^2}$$

⚠ phase s'écrit $e^{-j\omega t}$

$$\boxed{k^2 = j\mu_0\gamma\omega + \frac{\omega^2}{c^2}}$$

Réponse B.

15- Bon conducteur terme en $\frac{\omega^2}{c^2}$ négligeable (correspond au terme dû aux courants de déplacement).

$$k^2 = j\mu_0\gamma\omega = e^{j\frac{\pi}{2}}\mu_0\gamma\omega$$
$$k = \pm e^{j\frac{\pi}{4}}\sqrt{\mu_0\gamma\omega}$$
$$k = \pm(1+j)\sqrt{\frac{\mu_0\gamma\omega}{2}}$$
$$\boxed{k = \pm\frac{(1+j)}{\delta} \Rightarrow \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\gamma\omega}}}$$

Réponse A.

26- $v_\varphi = \frac{\omega}{Re(k)}$ avec $v_\varphi \neq 0$

$v_g = \frac{d\omega}{d Re(k)}$ k étant complexe

Réponse E

27- $v_\varphi = \omega\delta$ $\qquad Re(k) = \frac{1}{\delta}$

$\boxed{v_\varphi = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu_0\gamma}}}$ réponse A

$v_g = \frac{d\omega}{d(Re\,k)}$

$(Re(k))^2 = \frac{\mu_0\gamma\omega}{2}$

$2Re(k)\, d\,Re\,k = \frac{\mu_0\gamma}{2} d\omega$

$v_g = \frac{4Re(k)}{\mu_0\gamma}$

$v_g = \frac{4}{\mu_0\gamma}\sqrt{\frac{\mu_0\gamma\omega}{2}} = 2\sqrt{\frac{2\omega}{\mu_0\gamma}}$

28-

Force de Lorentz s'exerçant sur une particule de charge q vaut

$\vec F = q\vec E + q\vec v \wedge \vec B$

$\|q(\vec v \wedge \vec B)\| \ll \|q\vec E\|$ lorsque $v \ll c$

particules non relativistes ⇒ réponse B

$m_{protons} \gg m_{électrons}$ ⇒ on peut négliger le mouvement des ions devant ceux des électrons mais pas le contraire.

29- $\boxed{\vec j = -n_0 e \vec v}$ réponse A

On applique le PFD à un électron

$m_e \frac{d\vec v}{dt} = -e\vec E$

$-i m_e \omega \underline{\vec v} = -e\underline{\vec E}$

$\underline{\vec v} = -\frac{i e}{m_e\omega}\underline{\vec E}$

$\underline{\vec j} = \frac{i n_0 e^2}{m_e\omega}\underline{\vec E}$

Réponse D

$\boxed{\gamma = i\frac{n_0 e^2}{m_e \omega}}$

30 – $\mathrm{div}\,\vec{E} = 0$

$\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0\mu_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$\vec{\mathrm{rot}}\left(\vec{\mathrm{rot}}\,\vec{E}\right) = \vec{\mathrm{grad}}\left(\mathrm{div}\,\vec{E}\right) - \vec{\Delta}\vec{E}$
$= -\vec{\Delta}\vec{E}$
$= +i\omega\mu_0\vec{j} + \dfrac{\omega^2}{c^2}\vec{E}$

$k^2 = \dfrac{\omega^2}{c^2} - \dfrac{\mu_0 n_0 e^2}{m_e}$

$\boxed{k^2 = \dfrac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}}$ avec $\boxed{\omega_p^2 = \dfrac{n_0 e^2}{m_e \varepsilon_0}}$

Réponse B.

31 – Réponse D.

32 – $\omega > \omega_p$ $\quad k^2 > 0 \Rightarrow k$ réel

$\boxed{v_\varphi = \dfrac{\omega}{k} = \dfrac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}} = \dfrac{c}{n}}$

$\boxed{n = \sqrt{1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}}}$ Réponses B – D

33 – $\omega < \omega_p$

$k^2 < 0 \Rightarrow k$ imaginaire pur

$k = i\sqrt{\dfrac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2}} = i k_0 \sqrt{\dfrac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1}$

$\boxed{\gamma = \sqrt{\dfrac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1}}$

$\underline{\vec{E}} = E_m e^{-k_0\gamma z}\, e^{-i\omega t}\vec{e}_x$

$\boxed{\vec{E} = E_m e^{-k_0\gamma z} \cos(\omega t)\,\vec{e}_x}$

Réponses C et D

34 – $\underline{\vec{B}} = \dfrac{k\,\vec{e}_z \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega}$

$\underline{\vec{B}} = \dfrac{i k_0 \gamma}{\omega}\,\vec{e}_z \wedge \underline{\vec{E}}$

$\underline{\vec{B}} = \dfrac{i\gamma}{c} E_m e^{-k_0\gamma z}\, e^{-i\omega t}\vec{e}_y$.

$\boxed{\vec{B} = \dfrac{\gamma E_m}{c} e^{-k_0\gamma z} \sin(\omega t)\,\vec{e}_y}$.

réponse A

$\vec{R} = \dfrac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ $\quad \vec{E}$ et $\vec{B}$ étant en quadrature

$\langle \vec{R} \rangle = \vec{0} \Rightarrow$ réponse C