SPE MP

QCM MECANIQUE .

Dans certaines parties les vecteurs sont indiqués en caractères gras .

I-

Le satellite SMOS est en mouvement circulaire autour de la Terre (masse $M_T \approx 6 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$, rayon $R_T \approx 6\,400\,\mathrm{km}$) à une altitude h d'environ $700\,\mathrm{km}$.

1-

Quelles sont les affirmations fausses?

A) Le moment cinétique du satellite se conserve.

B) Le satellite est soumis à un champ de force centrale.

C) Le mouvement du satellite s'effectue dans un plan.

D) Le mouvement du satellite s'effectue obligatoirement dans le plan équatorial.

2-

Exprimer puis calculer la période de révolution T de SMOS. On donne la valeur approximative de la constante de Newton $G \approx 7 \times 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$.

A) $T = \left[\dfrac{4\pi^2}{GM_T}(R_T+h)^3\right]^{1/2}$

B) $T \approx 60\,\mathrm{s}$

C) $T = \left[\dfrac{4\pi^2}{GM_T}(R_T+h)^2\right]^{1/3}$

D) $T \approx 6\,000\,\mathrm{s}$

3-

Exprimer la vitesse de satellisation v_s (vitesse sur une orbite circulaire) de SMOS.

A) $v_s = \dfrac{GM_T}{R_T+h}$ B) $v_s = \left(\dfrac{GM_T}{R_T+h}\right)^{1/2}$ C) $v_s = \dfrac{GM_T}{h}$ D) $v_s = \left(\dfrac{GM_T}{h}\right)^{1/2}$

4-

Calculer v_s puis déterminer la vitesse de libération v_l de SMOS?

A) $v_s \approx 7\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ B) $v_s \approx 7\,000\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ C) $v_l = 2\,v_s$ D) $v_l = \sqrt{2}\,v_s$

5-

Quelle serait l'altitude h de SMOS si son orbite était géostationnaire?

A) $h \approx 3\,600\,\mathrm{km}$ B) $h \approx 360\,000\,\mathrm{km}$ C) $h \approx 36\,000\,\mathrm{km}$ D) $h \approx 42\,000\,\mathrm{km}$

6-

Par quelles relations l'énergie mécanique $\mathcal{E}_m$ de SMOS est-elle reliée à son énergie cinétique $\mathcal{E}_k$ et à son énergie potentielle $\mathcal{E}_p$?

A) $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_k = \mathcal{E}_p$

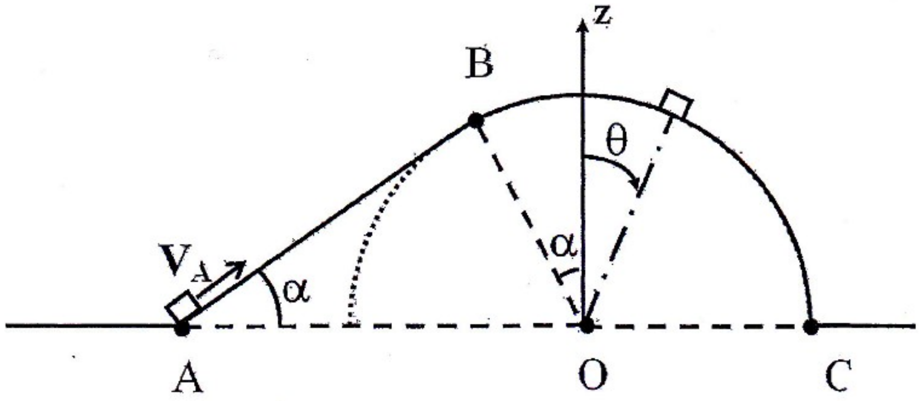
B) $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_k = \mathcal{E}_p/2$

C) $\mathcal{E}_m = -\mathcal{E}_k = \mathcal{E}_p/2$

D) On ne peut rien dire *a priori*

II-

1. Un palet M de masse m =5,0 kg, assimilé à un point matériel, est lancé sur une piste composée d'une portion rectiligne AB et inclinée d'un angle α = 30° par rapport à l'horizontale, et d'une portion circulaire BC, de rayon R = 2 m et d'angle $\widehat{BOC} = \pi/2 + \alpha$ (cf figure ci-dessous). Le palet initialement lancé depuis A avec la vitesse V_A glisse sans frottement sur la piste. On désigne par g = 10 $m.s^{-2}$ l'intensité du champ de pesanteur.



Déterminer la vitesse V_B au point B en supposant que ce point est atteint.

A) $V_B = \left(V_A^2 - 2gR\cos\alpha\right)^{1/2}$

C) $V_B = V_A - \dfrac{gR\cos\alpha}{V_A}$

B) $V_B = \left(V_A^2 + gR\sin\alpha\right)^{1/2}$

D) $V_B = V_A - \dfrac{gR\tan\alpha}{V_A}$

2. Afin que B soit effectivement atteint par le palet, il est nécessaire que $V_A > V_{A,l}$. Evaluer $V_{A,l}$.

A) $V_{A,l} \approx 0{,}1$ $m.s^{-1}$ B) $V_{A,l} \approx 1$ $m.s^{-1}$ C) $V_{A,l} \approx 6$ $m.s^{-1}$ D) $V_{A,l} \approx 30$ $m.s^{-1}$

Pour les questions suivantes on suppose la condition précédente vérifiée.

3. Calculer la durée τ de parcours de la portion AB.

A) $\tau = \dfrac{V_A - \left(V_A^2 - 2gR\cos\alpha\right)^{1/2}}{g\sin\alpha}$

C) $\tau = \dfrac{V_A - \left(2gR\sin\alpha\right)^{1/2}}{g\cos\alpha}$

B) $\tau = \dfrac{\left(V_A^2 - 3gR\cos\alpha\right)^{1/2}}{g\sin\alpha}$

D) $\tau = \dfrac{V_A + \left(V_A^2 + 2gR\sin\alpha\right)^{1/2}}{g\cos\alpha}$

4. Déterminer l'expression de la réaction normale R_N du support sur M lors de la phase du mouvement sur l'arc BC en fonction de θ qui est l'angle entre **OM** et la verticale.

A) $R_N = mg\cos\theta$

C) $R_N = m(g\cos\theta - R\dot{\theta}^2)$

B) $R_N = m(g\sin\theta + R\ddot{\theta})$

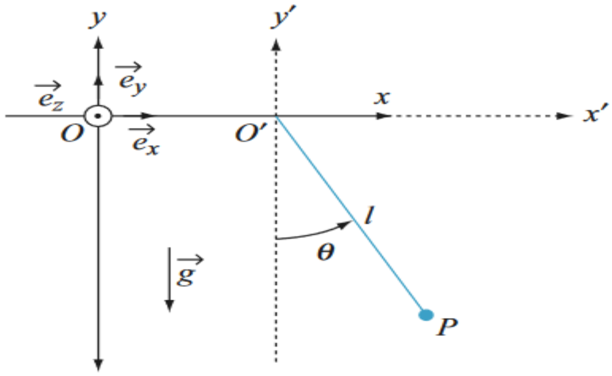
D) $R_N = mg\sin\theta$

5. A quelle condition sur V_A n'y aura-t-il pas de décollage avant le sommet ?

A) $V_A<(3\,R\,g\cos\alpha)^{1/2}$ B) $V_A<(R\,g\tan\alpha)^{1/2}$ C) $V_A<(3\,R\,g)^{1/2}$ D) $V_A<(2Rg\sin\alpha)^{1/2}$

III-

On désigne par $\mathfrak{R}'(O'x'y'z')$ un repère d'origine O' dont les axes orthogonaux $O'x'$, $O'y'$ et $O'z'$ sont respectivement parallèles aux axes Ox, Oy et Oz d'un repère $\mathfrak{R}(Oxyz)$ que l'on supposera galiléen. Un pendule simple est constitué d'un point matériel P de masse m, suspendu à l'origine O' de $\mathfrak{R}'$ par un fil sans masse ni raideur et de longueur ℓ. On note θ l'angle que fait le fil, que l'on supposera constamment tendu, avec la verticale Oy de $\mathfrak{R}$ (cf figure ci-dessus). Dans un premier temps, l'origine O' de $\mathfrak{R}'$ reste confondue avec l'origine O de $\mathfrak{R}$.



1-

Quelle doit être la longueur ℓ du fil pour que la période des petits mouvements du pendule soit $T_0 = 1$ s ? On prendra pour norme de l'accélération de la pesanteur $\vec{g} = -g.\vec{e}_y$, la valeur $g = 9{,}8$ m.s^{-2}.

A $\ell = 1{,}141$ m **B** $\ell = 0{,}714$ m **C** $\ell = 1{,}312$ m **D** $\ell = 0{,}248$ m

2-

Le repère $\mathfrak{R}'$ est maintenant animé d'un mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré d'accélération constante $\vec{a} = a.\vec{e}_x$.
Calculer le moment $\vec{\mathcal{M}}_{O'}\left(\vec{F}_{ie}\right)$ par rapport au point O' de la force d'inertie d'entraînement $\vec{F}_{ie}$ qui s'applique au point P dans le référentiel $\mathfrak{R}'$.

A $\vec{\mathcal{M}}_{O'}\left(\vec{F}_{ie}\right) = -m\ell a\cos\theta.\vec{e}_z$

B $\vec{\mathcal{M}}_{O'}\left(\vec{F}_{ie}\right) = m\ell a(\cos\theta - \sin\theta).\vec{e}_z$

C $\vec{\mathcal{M}}_{O'}\left(\vec{F}_{ie}\right) = m\ell a(\cos\theta + \sin\theta).\vec{e}_x$

D $\vec{\mathcal{M}}_{O'}\left(\vec{F}_{ie}\right) = -m\ell a\sin\theta.\vec{e}_y$

3-

Calculer le moment $\vec{\mathcal{M}}_{O'}\left(\vec{F}_{ic}\right)$ par rapport au point O' de la force d'inertie d
Coriolis $\vec{F}_{ic}$ qui s'applique au point P dans le référentiel $\mathfrak{R}'$.

A $\vec{\mathcal{M}}_{O'}\left(\vec{F}_{ic}\right) = -m\ell^2 a.\vec{e}_z$

B $\vec{\mathcal{M}}_{O'}\left(\vec{F}_{ic}\right) = m\ell^2 \dfrac{d^2\theta}{dt^2}.\vec{e}_x$

C $\vec{\mathcal{M}}_{O'}\left(\vec{F}_{ic}\right) = -m\ell\cos\theta\dfrac{d\theta}{dt}.\vec{e}_z$

D $\vec{\mathcal{M}}_{O'}\left(\vec{F}_{ic}\right) = \vec{0}$

4-

Déduire du théorème du moment cinétique appliqué en O' dans $\mathfrak{R}'$ au point matériel P l'équation différentielle à laquelle obéit l'angle θ.

A $\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = \dfrac{g}{\ell}\cos\theta + \dfrac{a}{\ell}\sin\theta$

B $\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = -\dfrac{a}{\ell}\cos\theta + \dfrac{g}{\ell}\sin\theta$

C $\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = -\dfrac{a}{\ell}\sin\theta + \dfrac{g}{\ell}\cos\theta$

D $\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = -\dfrac{g}{\ell}\sin\theta - \dfrac{a}{\ell}\cos\theta$

5-

Déterminer la valeur θ_0 de l'angle θ correspondant à la position d'équilibre du pendule.

A $\theta_0 = -\arctan\dfrac{a}{g}$

B $\theta_0 = \arctan\dfrac{a}{g}$

C $\theta_0 = \arctan\dfrac{g}{a}$

D $\theta_0 = -\arctan\dfrac{g}{a}$

6-

Exprimer la période T des petits mouvements autour de la position d'équilibre θ_0 en fonction de ℓ, a et g.

A $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell a}{a^2 + g^2}}$

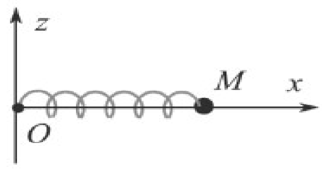
B $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{\sqrt{a^2 + g^2}}}$

C $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell g}{a^2 + g^2}}$

D $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{a + g}}$

IV -

Un ressort (k, ℓ_0) est attaché à un point O fixe. Un point M de masse m est attaché à l'extrémité libre du ressort. L'axe Ox est en rotation à la vitesse angulaire ω constante autour d'un axe Oz vertical. On note R' le référentiel lié à Ox et Oy (troisième axe du trièdre direct).



1-

Les forces d'inertie d'entraînement $\vec{f}_{ie}$ et de Coriolis $\vec{f}_{ic}$ s'exerçant sur M dans R'

a- $\vec{f}_{ie} = -m w^2 x \vec{u}_x$ b- $\vec{f}_{ie} = m w^2 x \vec{u}_x$

c- $\vec{f}_{ic} = m w \dot{x} \vec{u}_y$ d- $\vec{f}_{ic} = -2 m w \dot{x} \vec{u}_y$

On suppose par la suite que $w < \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

2-

Déterminer la position d'équilibre de la masse M dans R'.

❒ **a.** $x'_e = \dfrac{k\ell_0}{k - m\omega^2}$ ❒ **b.** $x'_e = \ell_0$

❒ **c.** $x'_e = \dfrac{-k\ell_0}{k + m\omega^2}$ ❒ **d.** Il n'y a pas de position d'équilibre.

3-

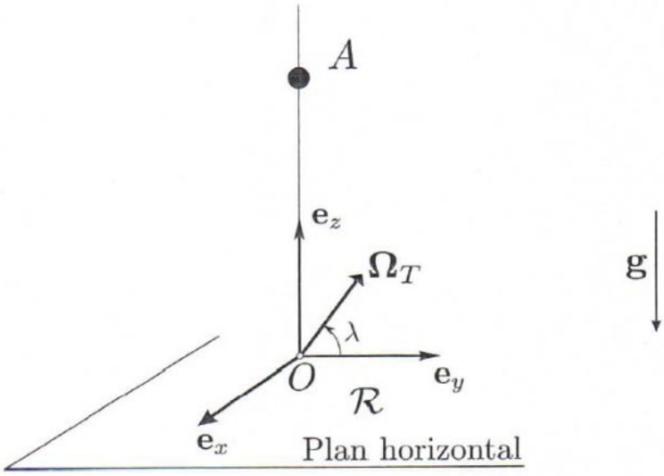
Établir l'équation du mouvement pour la masse précédente dans R' et l'expression de la pulsation ω'_0 des oscillations.

❒ **a.** $m\ddot{x} + kx = kx'_e$ ❒ **b.** $m\ddot{x} + (k - m\omega^2)x = (k - m\omega^2)x'_e$

❒ **c.** $\omega'_0 = \sqrt{k/m}$ ❒ **d.** $\omega'_0 = \sqrt{(k - m\omega^2)/m}$

V-

Une masselotte A de masse m est en chute libre dans le champ de pesanteur terrestre $\mathbf{g} = -g\,\mathbf{e}_z$ supposé uniforme et d'intensité g. On étudie le mouvement de A dans le référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire supposé *non* galiléen, en rotation uniforme autour de l'axe polaire de la Terre à la vitesse angulaire $\boldsymbol{\Omega}_T$ par rapport au référentiel géocentrique supposé galiléen. On désigne par x, y, z les coordonnées de A dans le repère $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$, le plan $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ étant horizontal. On pose $\Omega_T = \|\boldsymbol{\Omega}_T\|$. Le vecteur $\boldsymbol{\Omega}_T$ forme un angle λ (angle de latitude) avec le plan horizontal et est contenu dans le plan méridien $(O, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ (Fig. ci-après). On néglige les frottements de l'air. La masselotte est abandonnée à un instant $t_0 = 0$ pris comme origine du temps t, sans vitesse, à une hauteur z_0 sur l'axe $O\mathbf{e}_z$.



1-

Indiquer l'éventuelle ou les éventuelles équations correctes du mouvement.

A) $\ddot{x} = \Omega_T\,(\dot{z}\sin\lambda - \dot{y}\cos\lambda)$

B) $\ddot{x} = 2\Omega_T\,(\dot{y}\sin\lambda - \dot{z}\cos\lambda)$

C) $\ddot{y} = 2\Omega_T\,(\dot{x}\cos\lambda - \dot{z}\sin\lambda)$

D) $\ddot{y} = \Omega_T\,(\dot{z}\cos\lambda - \dot{x}\sin\lambda)$

2-

Quelle équation relie $\dot{y}$ à x ?

A) $\dot{y} = -\Omega_T x\cos\lambda$ B) $\dot{y} = -2\Omega_T x\sin\lambda$ C) $\dot{y} = \Omega_T x\sin\lambda$ D) $\dot{y} = -2\Omega_T x\cos\lambda$

3-

Quelle équation obtient-on entre $\dot{z}$, t et les autres coordonnées de position?

A) $\dot{z} = -gt$ B) $\dot{z} = \Omega_T x\cos\lambda - gt$ C) $\dot{z} = 2\Omega_T y\cos\lambda - gt$ D) $\dot{z} = 2\Omega_T x\cos\lambda - gt$

4-

En utilisant les équations précédentes, on trouve:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \kappa\Omega_T g t$$

où κ est un facteur numérique. Exprimer κ et ω_0.

A) $\kappa = 1$ B) $\kappa = 2\cos\lambda$ C) $\omega_0 = \Omega_T$ D) $\omega_0 = 2\Omega_T$

5-

En intégrant, on trouve:

$$x(t) = A_1\cos(\omega_0 t) + A_2\sin(\omega_0 t) + Bt$$

où A_1 et A_2 et B sont des constantes. Exprimer A_1 et A_2.

A) $A_1 = 0$ B) $A_1 = \dfrac{g\sin\lambda}{4\Omega_T^2}$ C) $A_2 = 0$ D) $A_2 = -\dfrac{g\cos\lambda}{4\Omega_T^2}$

6-

En supposant $\omega_0 t \ll 1$ et sachant que $\sin\epsilon \approx \epsilon - \epsilon^3/6$ si $\epsilon \ll 1$, exprimer $x(t)$:

A) $x(t) \approx \dfrac{\Omega_T g \sin\lambda}{2} t^3$

B) $x(t) \approx \dfrac{\Omega_T g \cos\lambda}{6} t^3$

C) $x(t) \approx \dfrac{\Omega_T g \cos\lambda}{3} t^3$

D) $x(t) \approx (\Omega_T g \cos\lambda)\, t^3$

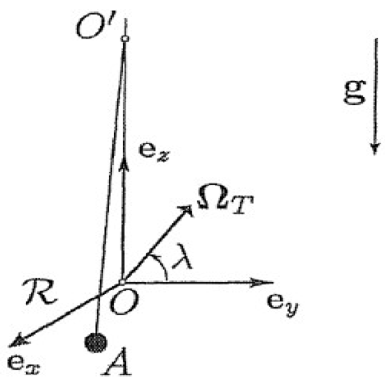
7-

Pour $\lambda = \pi/3\,\mathrm{rad}$, $\Omega_T \approx 7{,}4 \times 10^{-5}\,\mathrm{rad.s^{-1}}$, $z_0 = 80\,\mathrm{m}$ et $g \approx 10\,\mathrm{m.s^{-2}}$, évaluer la durée de chute τ_c ainsi que la déviation $x_d = x(\tau_c)$.

A) $\tau_c \approx 2\,\mathrm{s}$ B) $\tau_c \approx 4\,\mathrm{s}$ C) $x_d \approx 8\,\mathrm{mm}$ D) $x_d \approx 10\,\mathrm{cm}$

VI-

On réalise un pendule simple à l'aide d'une masselotte A de masse m et d'un fil rectiligne inextensible de longueur L et de masse négligeable. On supposera le référentiel géocentrique galiléen et le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}$, situé dans l'hémisphère nord, *non* galiléen en raison du mouvement de rotation uniforme de la Terre autour de son axe polaire à la vitesse angulaire $\mathbf{\Omega}_T$ par rapport au référentiel géocentrique. Le pendule est fixé en un point O' immobile dans $\mathcal{R}$. On néglige tout type de frottements. On désigne par $\mathbf{g} = -g\,\mathbf{e}_z$ le champ de pesanteur à la surface de la Terre et g son intensité. On positionne A par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) dans le repère $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ ayant comme origine O, la position qu'occupe A lorsque le pendule est immobile. Le plan $(O, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ contient $\mathbf{\Omega}_T$ et l'on note λ la latitude du lieu de l'expérience (Fig. ci-après). Le pendule est initialement abandonné sans vitesse dans le plan $(O, \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z)$ à l'abscisse $x(0) = x_0$.



1-

En projetant sur l'axe $O\mathbf{e}_z$ la deuxième loi de Newton appliquée dans $\mathcal{R}$ à la masselotte A, on obtient l'équation suivante :

$$m\ddot{z} = -mg + \left(1 - \frac{z}{L}\right)T + m\kappa_z \dot{x}$$

dans laquelle T désigne la norme de la tension du fil et κ_z est un coefficient fonction de $\Omega_T = \|\mathbf{\Omega}_T\|$ et de λ. Exprimer κ_z.

A) $\kappa_z = \Omega_T \sin\lambda$ B) $\kappa_z = \Omega_T \cos\lambda$ C) $\kappa_z = 2\Omega_T \cos\lambda$ D) $\kappa_z = -2\Omega_T \sin\lambda$

2-

On suppose désormais $\kappa_z \dot{x} \ll g$, $z \approx 0$, $\dot{z} \approx 0$ et $\ddot{z} \approx 0$. La deuxième loi de Newton projetée sur l'axe $O\mathbf{e}_x$ donne dans ces conditions :

$$\ddot{x} + \kappa_x \dot{y} + \omega_0^2 x = 0$$

où κ_x est un coefficient fonction de Ω_T et de λ et ω_0 un coefficient fonction de g et L. Exprimer κ_x.

A) $\kappa_x = \Omega_T \sin\lambda$ B) $\kappa_x = -2\Omega_T \cos\lambda$ C) $\kappa_x = 2\Omega_T \cos\lambda$ D) $\kappa_x = -2\Omega_T \sin\lambda$

3-

La deuxième loi de Newton projetée sur l'axe Oe_y s'écrit :

$$\ddot{y} + \kappa_y \dot{x} + \omega_0^2 y = 0$$

où κ_y est un coefficient fonction de κ_x. Exprimer κ_y et ω_0.

A) $\kappa_y = \kappa_x$ B) $\kappa_y = -\kappa_x$ C) $\omega_0 = \Omega_T$ D) $\omega_0 = \left(\frac{g}{L}\right)^{1/2}$

4-

En introduisant l'unité imaginaire j et la fonction complexe $\underline{X} = x + jy$, les deux équations différentielles précédentes se réduisent à l'équation différentielle complexe suivante :

$$\ddot{\underline{X}} - j\kappa_x \dot{\underline{X}} + \omega_0^2 \underline{X} = 0$$

dont la solution est, au premier ordre en Ω_T/ω_0 :

$$\underline{X}(t) = x_0 \left[\cos(\omega_0 t) + j\frac{\Omega_T \sin\lambda}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)\right] \exp\left[-j(\Omega_T \sin\lambda)t\right]$$

Exprimer la période T du mouvement de rotation, autour de l'axe vertical, du plan des oscillations du pendule :

A) $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ B) $T = \frac{2\pi}{\Omega_T}$ C) $T = \frac{2\pi}{\Omega_T \sin\lambda}$ D) $T = \frac{2\pi}{\Omega_T \cos\lambda}$

5-

Le pendule de Foucault du Panthéon de Paris a une longueur de 67m et une masse de 28 kg. Évaluer l'ordre de grandeur de la période T_0 des oscillations (dans le plan d'oscillations) , en choisissant des valeurs appropriées de g et λ. On tolérera un écart relatif de 50% à la valeur exacte.

A) $T_0 \approx 1{,}6\,s$ B) $T_0 \approx 16\,s$ C) $T_0 \approx 2\,min$ D) $T_0 \approx 1\text{h}$

6-

Déterminer l'ordre de grandeur de la vitesse angulaire ω_p de rotation du plan d'oscillation, en choisissant une valeur appropriée de Ω_T et λ. On tolérera un écart relatif de 50% à la valeur exacte.

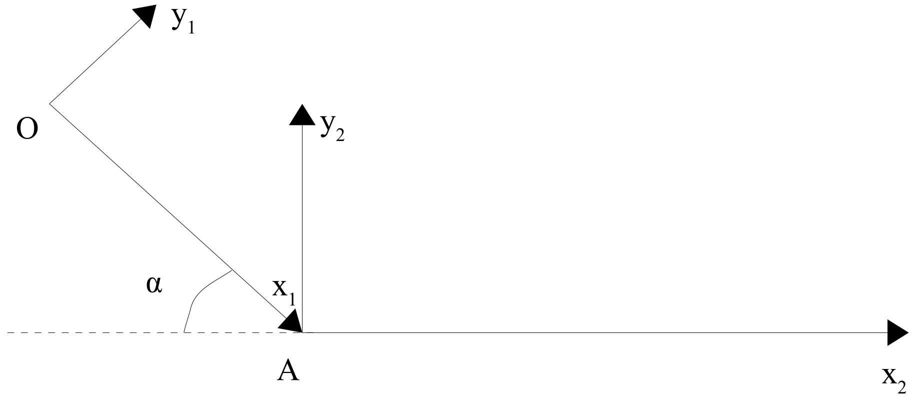
A) $\omega_p \approx 0{,}1\,°/\text{h}$ B) $\omega_p \approx 1\,°/\text{h}$ C) $\omega_p \approx 10\,°/\text{h}$ D) $\omega_p \approx 100\,°/\text{h}$

7-

Indiquer la ou les affirmation(s) exacte(s) :

A) Le plan des oscillations du pendule fait une rotation aux pôles en à peu près 24 h
B) Le plan des oscillations du pendule fait une rotation à l'équateur en à peu près 24 h
C) Le plan des oscillations du pendule tourne dans l'hémisphère nord dans le sens horaire
D) Le plan des oscillations du pendule tourne dans l'hémisphère nord dans le sens anti-horaire

VII -



Un pavé de masse m est abandonné sans vitesse initiale au point O . On néglige les frottements fluides .
On appelle $f_s et\, f_d$ les coefficients de frottements solide statique et dynamique entre le sol et le pavé (identiques pour les parties inclinée et horizontale) .
On note $\vec{R}_1 = T_1 \vec{u_{x1}} + N_1 \vec{u_{y1}}$ la réaction de la partie inclinée sur le palet et $\vec{R}_2 = T_2 \vec{u_{x2}} + N_2 \vec{u_{y2}}$ la réaction de la partie horizontale sur le palet .
La longueur OA de la partie inclinée est noté L_1 .

1- Pour que le palet se mette en mouvement il faut que :
A- $\alpha < \alpha_0 = \arctan(f_s)$ B- $\alpha > \alpha_0 = \arctan(f_d)$
C- $\alpha > \alpha_0 = \arctan(f_s)$ D- $\alpha < \alpha_0 = \arctan(f_d)$

2- On suppose la condition de la question 1 vérifiée . On a alors :
A- $T_1 = f_d mg \cos(\alpha)$ B- $T_1 = -f_s mg \cos(\alpha)$
C- $T_1 = -f_d mg \sin(\alpha)$ D- $T_1 = -f_d mg \cos(\alpha)$

3- La vitesse à l'extrémité de la partie inclinée vaut $\vec{v_1} = v_1 \vec{u_{x1}}$ avec :
A- $v_1 = \sqrt{2 L_1 g (\sin\alpha - f_d \cos(\alpha))}$ B- $v_1 = \sqrt{2 L_1 g (\sin\alpha + f_d \cos(\alpha))}$
C- $v_1 = \sqrt{2 L_1 g (\cos\alpha - f_d \sin(\alpha))}$ D- $v_1 = \sqrt{\frac{L_1 g}{2} (\sin\alpha - f_d \cos(\alpha))}$

4- On suppose qu'il y a continuité de la norme de la vitesse du pavé au point A lorsque le palet atteint la partie horizontale . La distance L_2 parcourue par le palet sur la partie horizontale, depuis le point A vaut :
A- $L_2 = \frac{v_1^2}{2 f_d g}$ B- $L_2 = f_d g v_1$ C- $L_2 = \frac{v_1^2}{f_d g}$ D- $L_2 = \frac{v_1^2}{2 f_s g}$