

Révisions écrits : induction

Exercice 1 : courants induits dans un conducteur

On place un cylindre conducteur d'axe Oz de section $S_0 = \pi R^2$, de longueur $L \gg R$ et de conductivité γ dans un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$. On suppose que le champ magnétique induit est négligeable devant le champ magnétique extérieur appliqué. On se place dans le cadre de l'ARQS magnétique et on néglige les effets de bord. On donne en coordonnées cylindriques :

$$r \vec{\partial} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial a_z}{\partial \theta} - \frac{\partial a_\theta}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{\partial a_r}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\theta + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (r a_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial a_r}{\partial \theta} \right) \vec{u}_z$$

- 1- Justifier que $\vec{E} = E(r, t) \vec{u}_\theta$. Calculer $\vec{E}$ en utilisant deux méthodes.
- 2- Déterminer la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le cylindre.

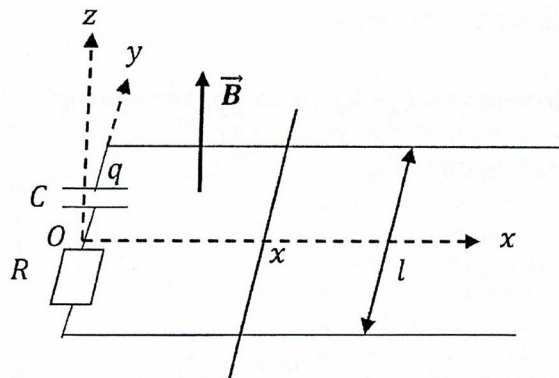
Exercice 2 :

Un circuit est constitué de deux rails de Laplace rectilignes, parallèles, horizontaux, de résistance négligeable et dont l'écartement est l . Ces rails sont reliés à une de leurs extrémités par une résistance R en série avec un condensateur de capacité C . Une barre conductrice, de masse m , peut glisser sans frottement sur les deux rails. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme vertical $\vec{B}$.

On néglige les phénomènes d'auto-induction.

À $t = 0$, la barre, située en $x = 0$, est lancée à la vitesse $\dot{x}_0 = v_0$ parallèle à Ox et le condensateur est déchargé.

- 1- Faire une étude qualitative du système.
- 2- Etablir l'équation électrique caractérisant le système.
- 3- Etablir une équation mécanique liant l'accélération de la tige, m , B , l ainsi que l'intensité circulant dans la tige. L'intégrer entre 0 et t .
- 3- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\dot{x}(t)$. On posera $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} + \frac{B^2 l^2}{mR}$. Déterminer $\dot{x}(t)$.
- 4- Que devient l'énergie cinétique initiale de la barre. On justifiera en faisant une étude énergétique.

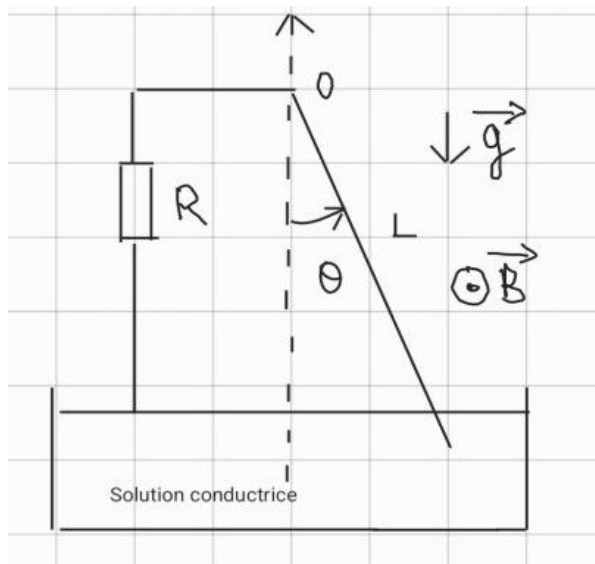


Exercice 3 : oscillations d'une tige

Une barre de longueur L , de masse m est mobile autour de O. Elle est lâchée, sans vitesse initiale, avec un angle θ_0 . On se place dans l'approximation des petits angles.

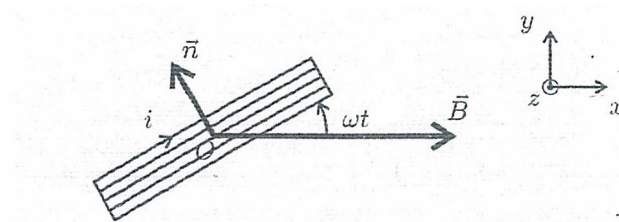
L'ensemble est soumis à un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et stationnaire. On suppose que la barre reste, au cours de son mouvement, en contact avec la solution conductrice. On appelle R la résistance totale du circuit supposée constante. On néglige les phénomènes d'auto-induction. On appelle J le moment d'inertie de la tige par rapport à l'axe passant par O et parallèle au champ magnétique.

- 1- Faire une étude qualitative du système.
- 2- Etablir l'équation électrique du circuit.
- 3- Déterminer l'équation du mouvement.
- 4- Faire un bilan de puissance.



Exercice 4 : alternateur d'une éolienne .

Le disque éolien entraîne par un système de démultiplication , une bobine plate en rotation autour de l'axe Oz , de moment d'inertie J par rapport à (Oz) . La bobine a une résistance r , une inductance L et elle est fermée sur une résistance Ro . On pose $R = r + R_o$. Elle comporte N spires de surface s et se déplace dans un champ magnétique constant et uniforme $\vec{B} = B \vec{u}_x$.



- 1- L'éolienne tourne à la vitesse angulaire constante w . En régime sinusoïdal forcé , l'intensité i est de la forme : $i(t) = I_m \cos (wt + \Phi)$. Déterminer I_m et Φ .
- 2- Quelle est la valeur moyenne $\vec{\Gamma}'$ du moment des actions mécaniques de Laplace subies par la bobine ?
- 3- Le moteur éolien a une puissance moyenne P indépendante de w . Représenter , sur une même diagramme , le moment $|\vec{\Gamma}|$ du couple moyen moteur et $|\vec{\Gamma}'|$ en fonction de w .
- 4- A $t = 0$, la vitesse angulaire est nulle et on débloque l'éolienne . Analyser qualitativement le régime transitoire . Déterminer la vitesse angulaire w_o en régime permanent et montrer que P doit rester inférieure à une puissance critique notée P_c .