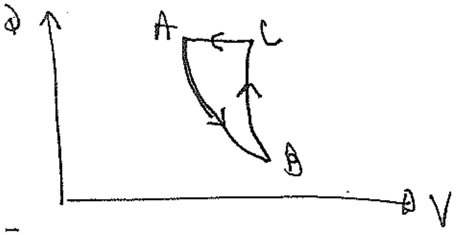
Ex : étude d'un cycle.



(1)

A) $T_A = 298K \quad V_A = 12,5L \qquad P_A = \frac{RT_A}{V_A} = \frac{8,31 \times 298}{12,5.10^{-3}}$

$P_A = 2.10^5\,Pa = 2\,bar$.

B) A → B isotherme $\quad T_B = T_A = 298K \quad P_B = \frac{RT_B}{V_B}$

$V_B = 50\,L$

$P_B = 0,5.10^5\,Pa = 0,5\,bar$

C) B → C ad rev. $\quad P_C = P_A$

$P_C V_C^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma} \Rightarrow V_C = V_B \left(\frac{P_B}{P_A}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = 18,6L$

$T_C = \frac{P_A V_C}{R} = 448\,K$

3 - A → B isotherme rev

$\delta W_{AB} = -PdV = -RT_A \frac{dV}{V}$

$W_{AB} = -RT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \qquad W_{AB} = -3432\,J$

$\Delta U_{AB} = 0 \Rightarrow Q_{AB} = -W_{AB} = RT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$

$Q_{AB} = 3432\,J$

BC ad rev.

$Q_{BC} = 0 \qquad W_{BC} = \Delta U_{BC} = \frac{R}{\gamma - 1}(T_C - T_B)$

$W_{BC} = 3116\,J$

(2)

CA Isobare :

$W_{CA} = -P_A(V_A - V_C) \qquad W_{CA} = 1120\,J$

$Q_{CA} = \Delta H_{CA} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_A - T_C) = -4362\,J$

Aux erreurs d'arrondis près on vérifie ΔU =

4 - A → B isotherme réversible

$\Delta S_{AB} = S_{ech\,AB} = \frac{Q_{AB}}{T_A} = R \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$

$\Delta S_{AB} = \frac{3432}{298} = 11,5\,J.K^{-1}$

B → C ad rev $\quad \Delta S_{BC} = 0$.

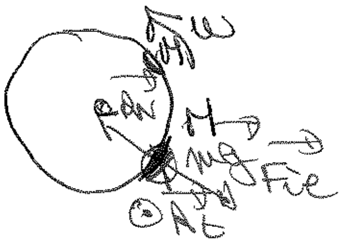
$\Delta S_{total} = 0 = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA}$

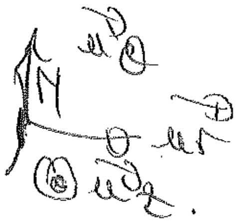
$\Delta S_{CA} = -\Delta S_{AB} = -11,5\,J.K^{-1}$

Ex : Une attraction foraine sans danger ?

1- Les passagers restent plaqués sur la paroi grâce à la fie - Les passagers ne tombent pas grâce à la composante tangentielle de la force de frottement. Si Antoine essaie de décoller un bras celui-ci est ramené vers la paroi par la force d'inertie d'entraînement.

2- Eq de M ds le ref^t tournant





$\vec{F_{ie}} = m\omega^2 a \vec{u_r}$

$R_N = m\omega^2 a$

$\vec{R_t} = -m\vec{g} = \underbrace{mg}_{R_t}\vec{u_z}$.

Non gliss^t si $R_t \le \mu R_N$

$g \le \mu\omega^2 a$

$$\boxed{\omega \ge \sqrt{\frac{g}{\mu a}}}$$

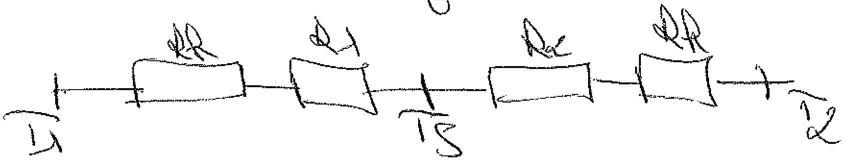
Cette valeur ne dépend de la masse des passagers mais de μ qui dépend de la nature des vêtements des passagers ⊕ danger potentiel.

Ex 2

$1{,}67 \cdot 10^{-3}\ K.W^{-1}$ $\quad$ $1{,}14 \cdot 10^{-2}\ K.W^{-1}$ $\quad$ $4{,}76 \cdot 10^{-3}\ K.W^{-1}$

1) $\underbrace{R_R = \frac{1}{hS}}_{\text{transfert air int - bois / glace - air ext}} \quad \underbrace{R_1 = \frac{1}{\lambda_1}\frac{e_1}{S}}_{\text{diffusion dans le bois}} \quad \underbrace{R_2 = \frac{1}{\lambda_2}\frac{e_2}{S}}_{\text{diffusion dans la glace}}$

La glace ne fond pas si la température de surface bois - glace reste < à $T_f = 273\,K$.



Diviseur de temp $\quad T_S - T_2 = \frac{R_2 + R_R}{R_1 + R_2 + 2R_R}(T_1 - T_2)$

$T_S < T_f$

$$T_1 = T_2 + \frac{R_1 + R_2 + 2R_R}{R_2 + R_R}(T_S - T_2)$$

$$T_1 < T_2 + \frac{R_1 + R_2 + 2R_R}{R_2 + R_R}(T_f - T_2)$$

$$\boxed{T_1 < \frac{(R_1 + R_2 + 2R_R)T_f - (R_1 + R_R)T_2}{R_2 + R_R}}$$

$T_1 < 293{,}3\,K \Rightarrow \underline{20{,}3\,°C}$

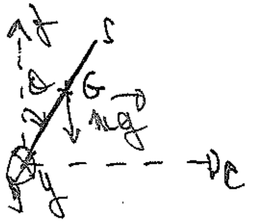
2) $P_{fournie} = \Phi_{sortant}$

$$= \frac{T_1 - T_2}{R_1 + R_2 + 2R_R}$$

$\underline{P_{fournie} = 1{,}43\ kW}$

1

Ex: Chute d'un arbre.



Syst : arbre étudié dans le référentiel du labo supposé galiléen.

Celui-ci est soumis :

→ au poids

→ action de contact en O, on suppose la liaison Pivot parfaite.

TMC / à (Oy)

$J\ddot{\theta} = \frac{mgL}{2}\sin\theta$

$\frac{L^2}{3}\ddot{\theta} = \frac{gL}{2}\sin\theta$

$\ddot{\theta} = \frac{3}{2}\frac{g}{L}\sin\theta$

$\dot{\theta}\ddot{\theta} = \frac{3}{2}\frac{g}{L}\dot{\theta}\sin\theta$

$\frac{\dot{\theta}^2(t)}{2} = \frac{3}{2}\frac{g}{L}\left(-\cos\theta\right)_{\theta_0}^{\theta} = \frac{3}{2}\frac{g}{L}\left(\cos\theta_0 - \cos\theta\right)$

$\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{3g}{L}}\sqrt{\cos\theta_0 - \cos\theta}$

$\frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta_0 - \cos\theta}} = \sqrt{\frac{3g}{L}}\,dt$

Si on intègre en $t = 0$ où $\theta = \theta_0$

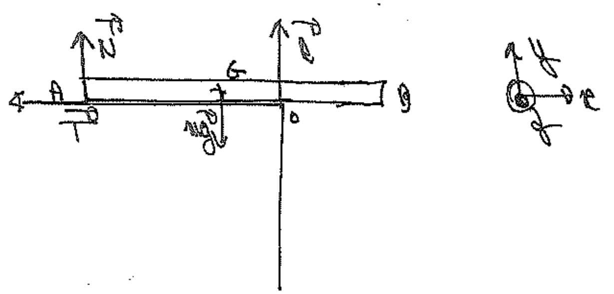
t_{ch} où $\theta = \frac{\pi}{2}$

2

On a : $\boxed{t_{ch} = \sqrt{\frac{L}{3g}}\int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta_0 - \cos\theta}}}$

$\underline{t_{ch}} = \sqrt{\frac{30}{30}} \times 5{,}1 = \underline{5{,}1\,s}$

Ex: lancement d'une règle



Règle étudiée dans le référentiel du labo supposé galiléen.

On pose $x = OG$ et $L = AB$.

La règle est soumise au poids $m\vec{g}$

→ à la réaction en O $\vec{R} = R\,\vec{u}_y$

→ à la réaction en A $\vec{T} + \vec{N}$ avec

$\vec{T} = -T\,\vec{u}_x$ glisst avec une vitesse de glissement selon $+\vec{u}_x$, $\vec{T}$ selon $-\vec{u}_x$, $T > 0$.

La barre ne bascule pas tant que $N > 0$ –

~~But : trouver une relation entre N et~~

TRD à la barre

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -T = -fN \quad (1) \\ R + N = mg \quad (2) \end{cases}$$

De plus comme il y a glissement $\|\vec{T}\| = f\|\vec{N}\|$

$T = fN$

Il faut une autre équation : TMC appliqué à la barre en O.

$\vec{\sigma}_O = \vec{0}$

$\sum \vec{M}_O = \vec{0}$

$\vec{OG} \wedge m\vec{g} + \vec{OA} \wedge \vec{N} = \vec{0}$

$mg\left(\frac{L}{2} - x\right) - (L - x)N = 0$

$$\boxed{N = mg\,\frac{\frac{L}{2} - x}{L - x}}$$

$N > 0$ tant que $\underline{x < \frac{L}{2}}$ (prévisible)

La valeur maximale de v_0 t.q $v = 0$ lorsque $x = \frac{L}{2}$.

On applique le Th. de l'Ec entre $t = 0$ et t_f t.q $x_f = \frac{L}{2}$

$\frac{1}{2} m \underset{0}{\underset{\|}{v_f^2}} - \frac{1}{2} m v_{0\,max}^2 = W(\underset{0}{\underset{\|}{m\vec{g}}}) + \underset{0}{\underset{\|}{W}}(\vec{R}) + \underset{0}{\underset{\|}{W}}(\vec{N}) + W(\vec{T})$

$T = fmg\,\frac{\frac{L}{2} - x}{L - x}$ ⚠ non constante

$W(\vec{T}) = \int_{x_0}^{\frac{L}{2}} -fmg\,\frac{\frac{L}{2} - x}{L - x}\,dx$

(3)

$$W(\vec{P}) = -fmg \int_{x_0}^{\frac{L}{2}} \frac{L - x - \frac{L}{2}}{L - x}\, dx$$

$$= -fmg \int_{x_0}^{\frac{L}{2}} \left(1 - \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{L-x}\right) dx$$

$$W(\vec{P}) = -fmg \left[\left(\frac{L}{2} - x_0\right) + \frac{L}{2}\left(\ln(L-x)\right)\Big|_{x_0}^{\frac{L}{2}}\right]$$

$$W(\vec{P}) = -fmg \left(\frac{L}{2} - x_0 + \frac{L}{2}\ln\left(\frac{L}{L-x_0}\right)\right)$$

$$v_{0max}^2 = fg\left(L - 2x_0 + L\ln\left(\frac{L}{L-x_0}\right)\right)$$

$$v_0 \leq \sqrt{fg\left(L - 2x_0 + L\ln\left(\frac{L}{L-x_0}\right)\right)}$$

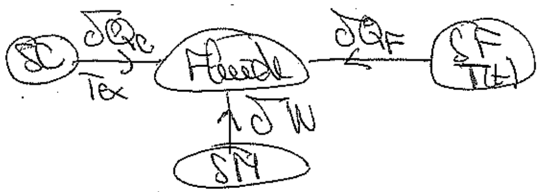
Si $x_0 = 0$ $\quad v_0 \leq \sqrt{fgL}$

Ex: Climatiseur.

SC : air ext $T_{ex} = 298K$

SF : air pièce $T_i = T_{ex} \rightarrow T_f = 293K$

1 – Fct sous forme de cycles élémentaire



Au cours d'un cycle élémentaire réversible pour le fluide de la machine :

$$\boxed{\begin{array}{l} dU = 0 = \delta Q_c + \delta Q_F + \delta W \\ dS = 0 = \dfrac{\delta Q_c}{T_{ex}} + \dfrac{\delta Q_F}{T(t)} \end{array}} \Rightarrow -\delta Q_c = \frac{T_{ex}}{T(t)} \delta Q_F$$

1er principe appliqué à SF :

$$\boxed{C\,dT = -\delta Q_F}$$

$$\delta W = +C\,dT - \delta Q_c = +C\,dT - T_{ex} C \frac{dT}{T}$$

$$\boxed{W = +C(T_f - T_{ex}) - T_{ex} C \ln\left(\frac{T_f}{T_{ex}}\right)}$$

A.N : $\underline{W = 22\,\cancel{k}J}$: (1887 J)

$\underline{\tau} = \frac{W}{P} = \underline{848\,s}$ $\quad \frac{14\,min\,8\,s}{7{,}6\,s}$ $\quad P\,dt =$

2) $\delta Q_F + R(T_{ex} - T)\,dt = C\,dT$

$$-\delta Q_F = C\,dT - R(T_{ex} - T)\,dt$$

$$-\delta Q_c = -C\,T_{ex} \frac{dT}{T} + R\left(\frac{T_{ex}^2}{T(t)} - T_{ex}\right) dt$$

$$\delta W = C\,dT - R(T_{ex} - T)\,dt - C\,T_{ex}\frac{dT}{T} + R\left(\frac{T_{ex}^2}{T(t)} - T_{ex}\right)$$

$$= P\,dt \qquad + \left(\frac{T_{ex}^2 - T_{ex} T}{T}\right)$$

$$P = C\frac{dT}{dt}\left(1 - \frac{T_{ex}}{T}\right) + R(T - T_{ex})\left(1 - \frac{T_{ex}}{T}\right)$$

En reg stationnaire $\frac{dT}{dt} = 0$.

$T = T_s$ t.q $\boxed{P = R\,\frac{(T_s - T_{ex})^2}{T_s}}$