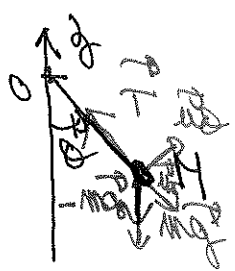


Exercice 7: Horloge dans un ascenseur.



On se place dans le référentiel (R')
lié à l'ascenseur.

(R') en translation dans le référentiel
(R) du laboratoire.

Dans (R'), M est soumis :

- une poids $m\vec{g}$
- à la tension $\vec{T}$ du fil
- à la force d'inertie d'entraînement $-m\vec{a}_0$

Dans (R') : $\vec{v}(M) = L\dot{\theta}\vec{e}_\theta$

$\vec{a}(M) = -L\ddot{\theta}\vec{e}_r + L\dot{\theta}^2\vec{e}_\theta$

→ T et $\vec{a}$ projeté selon $\vec{e}_\theta$

$$mL\ddot{\theta} = -m(g+a_0)\sin\theta$$

$$\ddot{\theta} + \frac{(a_0+g)}{L}\sin\theta = 0$$

→ T et $\vec{a}$ projeté sur l'axe (Δ)

$$\vec{a}_T = mL\ddot{\theta}$$

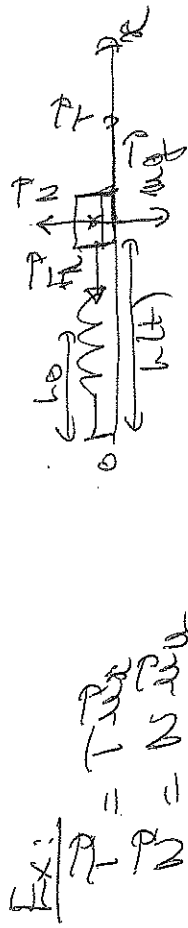
$$\frac{d\vec{a}_T}{dt} = mL\ddot{\theta} = -m(a_0+g)\sin\theta \quad M_A(\vec{T}) = 0$$

Oscillations de période $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{a_0+g}}$

Dans le référentiel du laboratoire : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$a_0 > 0$, $T < T_0$

En 1s le nombre d'oscillations sera plus grand
dans l'ascenseur $\Rightarrow$ l'horloge avance.



à l'éq $P + T + mg + P_L = 0$
 $T = -k(L - l_0) = 0$

$N = mg$

Nous déterminons ensuite que $1 \leq P \leq P(100)$

$k(L - l_0) \leq mg$

$L \leq l_0 + \frac{mg}{k}$

1 - $L(0) = l_0 + 12 \frac{mg}{k} > l_0 + \frac{mg}{k}$

déterminons avec vitesse de glissement

$mg = -v \cdot \vec{v}$ avec $v > 0$

$\Rightarrow T \text{ selon } + \vec{v} \Rightarrow T > 0$

$L(0) = l_0 + 12 \frac{mg}{k} > l_0 + \frac{mg}{k}$

$L(t) = l_0 + \frac{mg}{k}$

$\vec{v}(t) = 0$

TD projeté sur $\vec{v}$

$m \ddot{x} = -k(L(t) - l_0) + T$

$L(t) = l_0 + x(t) = l_0 + 12 \frac{mg}{k} + x(t)$

$m \ddot{x} = -k \left(12 \frac{mg}{k} + x(t) \right) + T$

$\ddot{x} = -\frac{k}{m} x(t) - 12 \frac{g}{k} + \frac{T}{m}$

$T = 2N = 2mg$

$\ddot{x} + \omega_0^2 x = -0.8g$ avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$x(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) - 0.8 \frac{mg}{k}$

$t=0 \quad \ddot{x}=0 \Rightarrow B=0$

$x(0)=0 \Rightarrow A = 0.8 \frac{mg}{k}$

$x(t) = 0.8 \frac{mg}{k} (\cos(\omega_0 t) - 1)$

$\dot{x}(t) = -0.8 \frac{mg}{k} \omega_0 \sin(\omega_0 t)$

Pour que $\dot{x}(t) = 0$

$\omega_0 t_1 = \pi \quad t_1 = \frac{\pi}{\omega_0}$

$x(t_1) = -0.4 \frac{mg}{k}$

$L(t_1) = l_0 + 0.8 \frac{mg}{k} < l_0 + \frac{mg}{k}$

le $\dot{x}$ s'annule.

②

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{1}{4\pi r^2} \left(4\pi r^2 j_R(r) \right) = \rho_0 4\pi r^2$$

$$r^2 j_R(r) = \frac{\rho_0 r^3}{3} + K$$

$$j_R(r) = \frac{\rho_0 r}{3} + \frac{K}{r^2}$$

lorsque $r \rightarrow 0$ $j_R(r)$ ne peut pas diverger
d'où $K = 0 \Rightarrow j_R(r) = \frac{\rho_0 r}{3}$

1- l'astéroïde reste solide si en tout point la température reste inférieure à T_f ; pour cela il suffit que la température maximale reste inférieure à T_f .
Déterminons la répartition de température dans l'astéroïde.

$$j_R(r) = -\lambda \frac{dT}{dr} = \frac{\rho_0 r}{3}$$

$$T(r) = -\frac{\rho_0 r^2}{6\lambda} + T(0)$$

$T(0)$ = température au centre, qui est la température maximale.

On écrit la continuité du flux en $r=R$.

$$4\pi R^2 \sigma T^4(R) = \phi(R) = \frac{\rho_0 R}{3} \times 4\pi R^2$$

$$\text{D'où } T(R) = \left(\frac{\rho_0 R}{3\sigma} \right)^{\frac{1}{4}} = -\frac{\rho_0 R^2}{6\lambda} + T(0)$$

l'astéroïde reste solide si $\left(\frac{\rho_0 R}{3\sigma} \right)^{\frac{1}{4}} + \frac{\rho_0 R^2}{6\lambda} < T_f$
 $R < R_{\max}$ i.e. $R_{\max} = 749 \text{ km}$.

①

Ex: Température dans un astéroïde.

1- ① On peut effectuer un bilan de puissance sur une sphère de rayon $r < R$.

En régime stationnaire la puissance créée par les réactions nucléaires est équilibrée par diffusion à l'ext de la sphère de rayon r .



On peut considérer la géométrie comme sphérique.

Le vecteur densité de courant thermique en r s'écrit $j_R(r) = j_R(r) \vec{u}_r$.
La puissance thermique sortant de la sphère de rayon r s'écrit:

$$\phi(r) = \iint_{\text{sur } S} j_R(r) \cdot dS \vec{u}_r = \int_{\text{sur } S} j_R(r) dS = j_R(r) \int_{\text{sur } S} dS$$

$$\phi(r) = j_R(r) 4\pi r^2$$

D'où: $\rho_0 \frac{4}{3} \pi r^3 = j_R(r) 4\pi r^2$

$$j_R(r) = \frac{\rho_0 r}{3}$$

② Une autre méthode, moins rapide, consiste à faire le bilan entre 2 sphères de rayons r et $r+dr$.

$$\begin{aligned} \phi(r) - \phi(r+dr) + \rho_0 4\pi r^2 dr &= 0 \\ -\frac{d\phi}{dr} dr + \rho_0 4\pi r^2 dr &= 0 \end{aligned}$$

Ex: profil de température dans une plaque conductrice.

- 1- $T = \frac{\rho_0}{\rho_0} = \frac{\rho_0}{\rho_0}$
- 2- Bilan sur l'ensemble de la plaque, en régime stationnaire.

$P_{\text{sol}} = P_{\text{conduction}} - \text{convection}$

$$\frac{\rho_0}{\rho_0} \times L \times h = \rho_0 (T_0 - T_{\text{air}}) L$$

$$T_0 = T_{\text{air}} + \frac{\rho_0}{\rho_0 h}$$

- 3- Bilan sur une branche comprise entre x et $x+dx$ en régime stationnaire

$$\phi(x) - \phi(x+dx) + \frac{\rho_0}{\rho_0} L dx = - \frac{\rho_0}{\rho_0} L dx$$

$$\phi(x) - \phi(x+dx) + \frac{\rho_0}{\rho_0} L dx = 0$$

$$\frac{d\phi}{dx} = - \frac{\rho_0}{\rho_0} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = - \frac{\rho_0}{\rho_0}$$

$$T(x) = \frac{\rho_0}{\rho_0} (e-x) + \frac{\rho_0}{\rho_0} + T_{\text{air}}$$

Expression de $T(x)$ cohérente avec $T(e=0) = T(e=e) = T_0$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{\rho_0}{\rho_0} [(e-x) - e] = 0 \text{ en } x=e$$

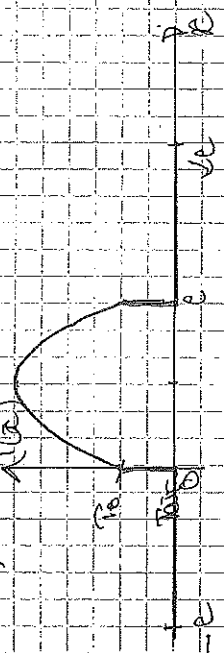
$$T(x) = T_{\text{air}} = T_{\text{air}} + \frac{\rho_0}{\rho_0} e \left(\frac{x}{e} + \frac{e}{e} \right)$$

profil asymptotique / profil qui est plan de symétrie

Si T_0 , T_{max} lorsque x le métal est conducteur moins de puissance est fournie au matériau

Si T_{air} , T_{max} lorsque dans la puissance fournie est évacuée efficacement

Si T_0 , T_{max}



$$\phi(x) = - \frac{\rho_0}{\rho_0} x L$$

$$\phi(x) = - \frac{\rho_0}{\rho_0} [e-x - x] L$$

$$\phi(x) = \frac{\rho_0}{\rho_0} (x-e) L$$

$$\phi_0 = T_{\text{air}} + \frac{\rho_0}{\rho_0}$$

$$-\phi_0 = \rho_0 (T_{\text{air}} - T_0)$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \rho_0 \left(\frac{x}{e} - \frac{e}{e} \right) + \rho_0 (T_{\text{air}} - T_0)$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{\rho_0}{\rho_0} \left(\frac{x}{e} - \frac{e}{e} \right) + T_{\text{air}} - T_0$$

$$T(x) = T_{\text{air}} + \frac{\rho_0}{\rho_0} \left(\frac{x}{e} + \frac{e}{e} \right)$$

$$T_0 = T_{\text{air}} + \frac{\rho_0}{\rho_0} \left(\frac{e}{e} + \frac{e}{e} \right)$$

Ex 9: deux porteurs de rouleaux

1. $\vec{v}^{\text{rouleau}} = v(t) \vec{e}_x$
 $\vec{v}^{\text{plaque}} = v(t) \vec{e}_x$

$\vec{v}_g = \vec{v}^{\text{plaque}} - \vec{v}^{\text{rouleau}}$
 $= (v(t) - v(t)) \vec{e}_x$

$t=0$ $v(t)=0$ $\vec{v}_g = -v(t) \vec{e}_x$ selon $-\vec{e}_x$
 suit avec glissement. Après la loi de Coulomb la réaction tangentielle $\vec{T}$ exerce par un rouleau est selon $\vec{e}_x$
 $\vec{T} = T \vec{e}_x$ avec $T > 0$

Phase cesse lorsque $v_g = 0$
 il faut donc déterminer $v(t)$
 Pour cela appliquons la TRP à la plaque dans le référentiel terrestre.

Forces: poids = mg
 réaction du rouleau: $R = n \vec{T} + n N$

$m \frac{dv}{dt} = n T$

$-mg + n N = 0$

$N = \frac{mg}{n}$

$\|\vec{T}\| = f \|\vec{N}\| = f \frac{mg}{n} = T$

$m \frac{dv}{dt} = f mg$

$\frac{dv}{dt} = fg$

$v(t) = fgt$

$v_g(t_1) = 0$
 $t_1 = \frac{v}{fg}$ arrête son glissement $v(t) = 0$ pour $t > t_1$



$t_1 = 0,628 \text{ s}$
 $mg = m v$
 $v = 0$

2 - travail des actions de contact.
 TR de l'axe cinétique: $\vec{R}$ et mg ne travaillent pas

$\Delta E_c = \left[\frac{1}{2} m v^2 \right] = W_A$

ou calcul direct

$\vec{P} = f mg \vec{e}_x$ $m \vec{v} = f mg \vec{e}_x$

$W_A = \int_0^{t_1} \vec{P} \cdot \vec{v} dt = \int_0^{t_1} f mg v(t) dt$

$W_A = \int_0^{t_1} f mg \times fgt dt = \frac{1}{2} f^2 mg t_1^2$

$W_A = \frac{1}{2} m v^2$

> 0 pas de contact direction avec la loi de Coulomb

(travail total des actions de contact)

$W_A = \int_0^{t_1} f mg \times (v(t)) dt$

$= \frac{1}{2} m v^2 - f mg v t_1$

$= \frac{1}{2} m v^2 - m v^2 = -\frac{1}{2} m v^2 < 0$