ci0 - Modélisation des systèmes

Asservissements

PSI-MP : Lycée Rabelais

Pré-requis

Cours de première année (et rappels) sur les asservissements

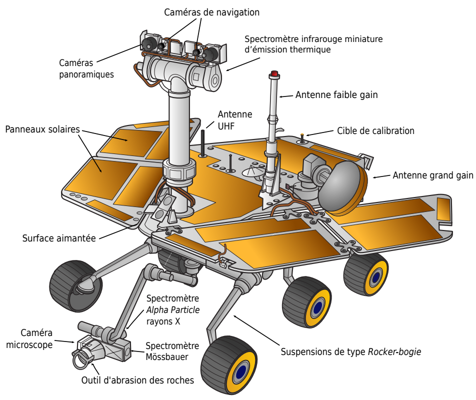
Objectifs

Savoir déterminer et/ou identifier une fonction de transfert

Savoir analyser les performances d'un système asservi

1 Asservissement d'approche du robot SPIRIT ★★

Le robot SPIRIT est un robot conçu par la NASA pour étudier la composition chimique de la surface de la planète Mars. Un bras robotisé équipé des appareillages d'analyse est fixé au robot.



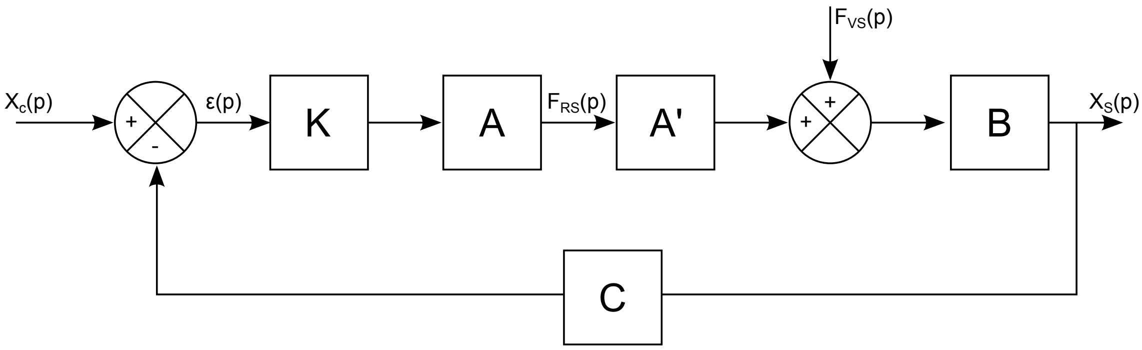
Deux caméras panoramiques implantées sur une tête périscopique permettent au robot de s'orienter et de repérer la cible à analyser. Le mouvement du robot est actionné par 6 moteurs électriques asservis, lui permettant de se positionner devant la cible.

Les ingénieurs systèmes ont spécifié les exigences auxquelles la motorisation doit satisfaire. On a entre autres :

- le système d'entraînement qui doit être stable et précis ;
- l'erreur due aux perturbations qui ne doit pas excéder 10 mm.

Après modélisation, l'asservissement de position est traduit par le schéma-blocs donné ci-dessous où les fonctions de transfert A, A', B et C s'écrivent : $AA' = a$ avec $a = 60$ N/m ; $B = \frac{1}{b.p^2}$ avec $b = 180$ kg ; $C = d.p^2 + c.p + 1$ avec $d = 0{,}21$ s^2 et $c = 27{,}8$ s.

Un correcteur de gain K, en sortie du comparateur, permet d'ajuster les performances de l'asservissement.



La relation liant la sortie aux deux entrées du système est notée : $X_S(p) = G_1(p)\,X_c(p) + G_2(p)\,F_{VS}(p)$.

Q1 : Exprimer $G_1(p)$ et $G_2(p)$ en fonction de A, A', B, C et K.

Q2 : En remplaçant A, A', B et C par leur expression montrer que $G_1(p)$ et $G_2(p)$ peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$G_1(p) = \frac{K_1}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}\,p + \frac{1}{\omega_0^2}\,p^2} \qquad\qquad G_2(p) = \frac{K_2}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}\,p + \frac{1}{\omega_0^2}\,p^2}$$

Donner l'expression des constantes caractéristiques des fonctions de transfert.

Q3 : Montrer qu'en l'absence de perturbation, le système est précis pour une consigne en échelon.

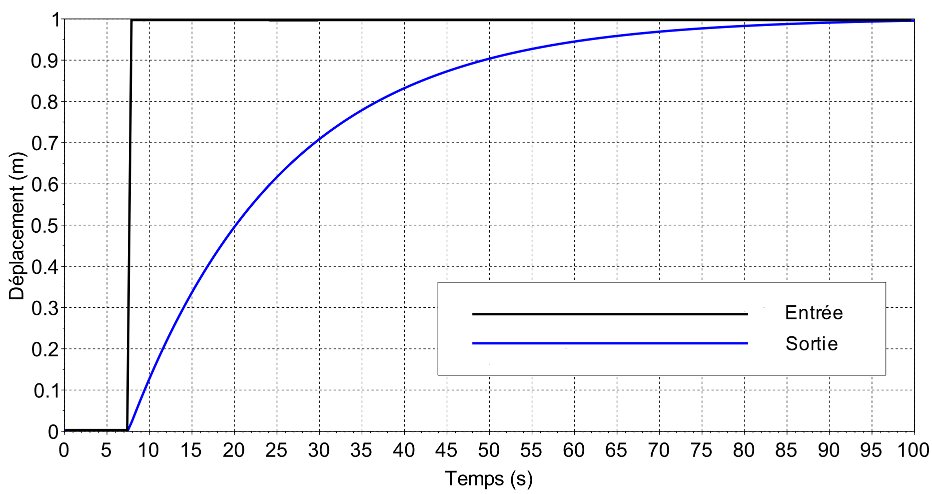
Le système est supposé en mode régulation (c'est-à-dire que la consigne de position est atteinte et qu'une perturbation apparaît). La résistance au roulement sur le sol irrégulier peut être modélisée par un échelon d'effort de valeur $F_0 = 10$ N.

Q4 : Déterminer la valeur à l'infini de x_S pour cette perturbation (on suppose que $x_c = 0$ mm).

Q5 : En déduire la valeur de K permettant de respecter le cahier des charges.

Q6 : Calculer les valeurs de ω_0 et ξ pour cette valeur de K.

Pour la valeur de ξ obtenue (très importante), l'abaque du temps de réponse réduit ne permet plus de déterminer le temps de réponse efficacement. L'allure de la réponse pour une entrée en échelon d'amplitude 1 m est enregistrée et donnée sur la figure ci-dessous.



Q7 : Vérifier le respect du cahier des charges avec la figure.

Cette courbe permet également de définir un modèle simplifié du système permettant par la suite de simuler le comportement du robot pour tout type d'entrée par exemple. Il s'agit alors d'un modèle de comportement.

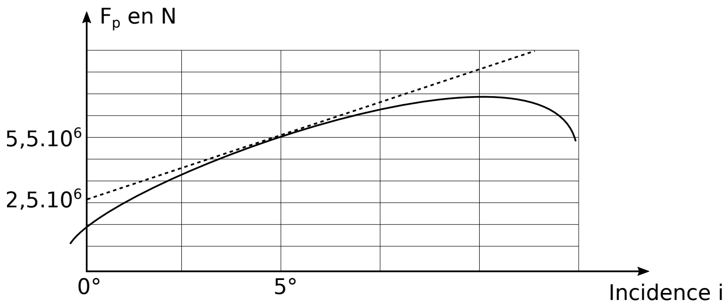
Q8 : À partir de la réponse expérimentale, et en le justifiant, identifier l'ordre de la fonction de transfert du modèle de comportement.

Q9 : Sur le graphe précédent, effectuer les tracés nécessaires pour identifier les paramètres caractéristiques de ce système.

2 Asservissement d'altitude d'un avion ★

Les avions de ligne modernes sont largement automatisés : un avion est capable de décoller, atterrir et effectuer son vol de croisière de façon automatique.

Tous les paramètres de vol peuvent être asservis comme le cap, l'altitude, la vitesse... On s'intéresse ici à l'asservissement en altitude d'un avion A380 en vol de croisière. L'avion a une envergure de 80 m et une masse d'environ 550 tonnes. Le contrôle de l'altitude s'effectue par les gouvernes de profondeur. La courbe ci-dessous donne la relation entre l'incidence des gouvernes, notée i, et la portance de l'aile, notée F_p.



La portance des ailes est modifiée par les vents verticaux qui génèrent une force perturbatrice F_v sur l'avion. La force de portance compense le poids et génère des accélérations verticales, cela se traduit (en appliquant le principe fondamental de la dynamique) par l'équation :

$$m.\ddot{z}(t) = F_p(t) - F_v(t) - P - f.\dot{z}$$

où $m = 550.10^3$ kg est la masse de l'avion et P est son poids. $-f.\dot{z}$ correspond à des effets visqueux avec $f = 2.10^4$ N.s/m.

L'altimètre mesure l'altitude de l'avion et transmet l'information à la partie commande. L'écart ε résultant de la comparaison entre la consigne d'altitude z_c et l'altitude mesurée z est traité par le correcteur élaborant les consignes α aux gouvernes de profondeur tel que $\alpha(t) = K_c.\varepsilon(t)$. L'inclinaison α de la gouverne impose un angle d'incidence des ailes i tel que $i(t) = K_g.\alpha(t)$ où $K_g = 2$.

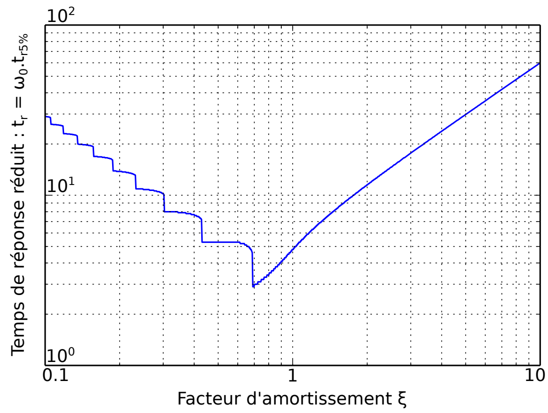
Question 1. Déterminer l'incidence i_0 correspondant au point de fonctionnement nominal de fonctionnement où la portance F_{p0} compense exactement le poids. Linéariser les équations de comportement de l'avion et de portance au voisinage de ce point de fonctionnement, en l'absence de perturbation, en notant $\Delta F_p(t)$ et $\Delta i(t)$ les petites variations de $F_p(t)$ et $i(t)$ autour du point de fonctionnement. On notera également z_0, l'altitude au point de fonctionnement et $\Delta z(t)$ la petite variation d'altitude.

Question 2. Transformer dans le domaine de Laplace l'équation de comportement linéarisée de l'avion. En déduire la fonction de transfert de l'avion $H_a(p) = \dfrac{\Delta Z(p)}{F(p)}$ avec $F(p) = \Delta F_p(p) - F_v(p)$.

Question 3. Proposer un schéma-blocs du système asservi en altitude autour du point de fonctionnement. L'entrée sera donc $\Delta Z_c(p)$ et la sortie $\Delta Z(p)$.

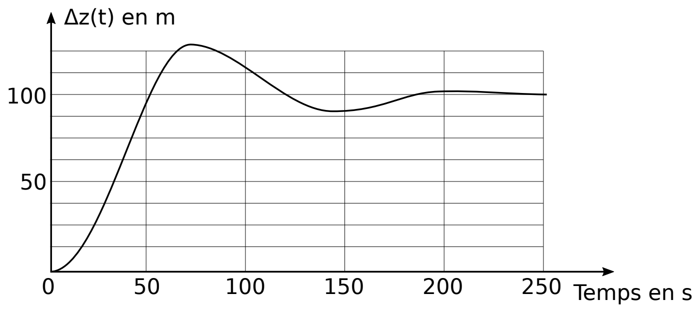
Question 4. Déterminer les fonctions de transfert vis-à-vis de l'entrée et de la perturbation.

Question 5. En l'absence de perturbation, que peut-on dire de l'amortissement de l'asservissement ? Déterminer le temps de réponse à 5% à partir de l'abaque fourni dans le cas où $K_c = 10^{-3}$ °/m.

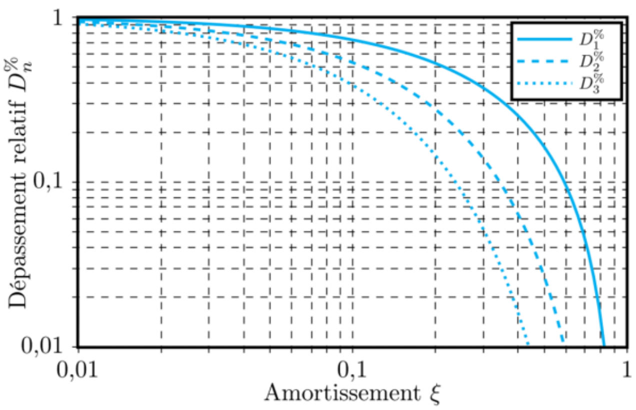


Question 6. Analyser la précision et la sensibilité à la perturbation de ce système asservi pour des entrées en échelon et dans le cas où $K_c = 10^{-3}$ °/m.

Question 7. La figure ci-dessous montre la réponse temporelle issue d'une simulation de $\Delta z(t)$ pour une consigne en échelon de 100 m et sans perturbation. En déduire le temps de réponse à 5% et le pourcentage de dépassement.



Question 8. Retrouve-t-on les valeurs caractéristiques de la fonction de transfert préalablement établie (on pourra s'aider de l'abaque des dépassements donné ci-dessous) ?

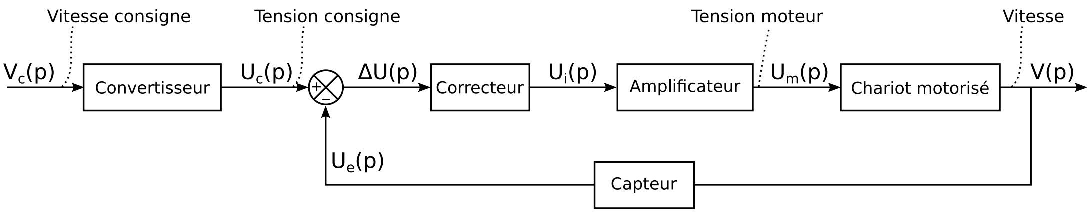


3 Asservissement de vitesse d'une caméra SpeedCam ★

L'étude porte sur la caméra de poursuite SpeedCam utilisée lors d'évènements sportifs pour filmer le sprint final des athlètes en tête de course. La caméra est fixée sur un chariot se déplaçant sur un rail. Ce rail est le plus petit au monde permettant d'atteindre des vitesses supérieures à 15 m/s.

Un capteur optique permet de mesurer la position de la caméra par rapport au coureur. Un calculateur détermine la consigne de vitesse nécessaire pour suivre la coureur, transmise sous forme de tension de commande à l'asservissement du chariot. Le chariot est asservi en vitesse comme le montre le schéma fonctionnel présenté sur la figure ci-dessous. Il doit satisfaire aux exigences suivantes :

- Système stable et réponse à un échelon sans dépassement,
- Vitesse maximale : supérieure à 15 m/s,
- Précision : erreur statique nulle pour une consigne en échelon,
- Rapidité : $t_{5\%} < 0.5$ s.

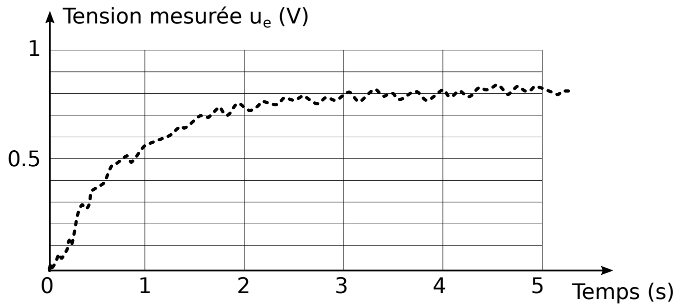


Le chariot est actionné par un moteur électrique piloté par sa tension d'entrée u_m. Cette tension est obtenue à l'aide d'un amplificateur fournissant une tension u_m proportionnelle à la tension u_i

Le convertisseur est modélisé par un gain noté J_{co}. Le capteur de vitesse est également modélisé par un gain $J_{ca} = 0{,}3$ V.s/m. Le correcteur est noté $C(p)$. L'amplificateur peut se réduire à un gain d'amplification $K_A = 500$. Le chariot est modélisé par une fonction de transfert $H(p)$ que l'on définira.

Question 1. Déterminer le gain du convertisseur afin d'obtenir un asservissement opérationnel.

Modélisation du comportement du chariot. Le chariot est relativement complexe, ce qui ne permet pas de donner *a priori* un modèle de connaissance de $H(p)$ comme pour le capteur de vitesse ou l'amplificateur. Afin de modéliser son comportement, une mesure est réalisée afin de proposer un modèle simple et représentatif. La courbe ci-dessous montre la réponse obtenue par le capteur de vitesse lorsqu'un échelon de tension $u_m(t) = u_0.eu(t)$ (avec $u_0 = 70$ V et eu la fonction échelon unitaire) est appliqué en entrée de $H(p)$.



Question 2. Tracer l'allure de la vitesse du chariot en fonction du temps pour une entrée en échelon de tension de 70 V.

On choisit un modèle simple du premier ordre pour identifier le comportement du chariot, soit

$$H(p) = \frac{K_c}{1+\tau.p}$$

Question 3. Justifier le choix d'un modèle du premier ordre.

Question 4. Identifier la valeur de K_c.

Question 5. Déterminer par trois méthodes la valeur de τ. À partir des trois valeurs obtenues, proposez une valeur pertinente de τ.

Étude des performances du système en boucle fermée. On cherche maintenant à caractériser les performances du système asservi pour un correcteur proportionnel $C(p) = K_p$ réglable. On supposera dans un premier temps $K_p = 1$.

Question 6. Calculer la fonction de transfert totale $H_T(p) = \dfrac{V(p)}{V_c(p)}$ du chariot asservi et l'exprimer sous forme canonique.

Question 7. Déterminer le temps de réponse à 5% pour une entrée en échelon. Comment choisir la valeur de K_p pour respecter le cahier des charges en terme de rapidité ?

Question 8. Déterminer l'erreur statique. Existe-t-il une valeur réaliste de K_p pour respecter le cahier des charges en terme de précision ?

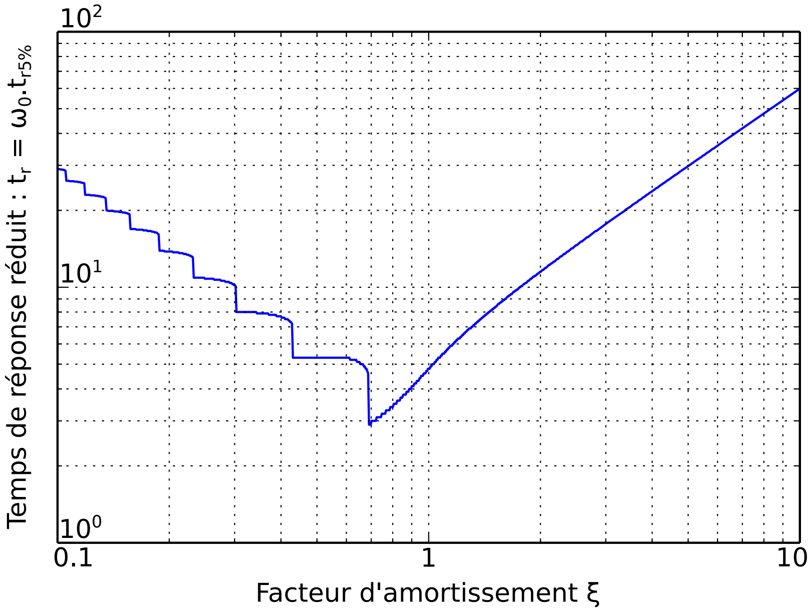
Amélioration de la précision. Une méthode classique pour améliorer la précision est d'utiliser un correcteur intégrale $C(p) = \dfrac{K_i}{p}$.

Question 9. Calculer à nouveau la fonction de transfert totale. Déterminer la pulsation propre ω_0 et l'amortissement ξ de la fonction de transfert obtenue.

Question 10. Comment choisir la valeur de K_i pour respecter le critère d'amortissement ?

Question 11. Déterminer si le système est précis.

Question 12. Quelle valeur de K_i faut-il choisir pour optimiser la rapidité du système ? À l'aide de l'abaque fourni, déterminer la rapidité du système.



Question 13. Existe-t-il une valeur de K_i pour respecter entièrement le cahier des charges ?