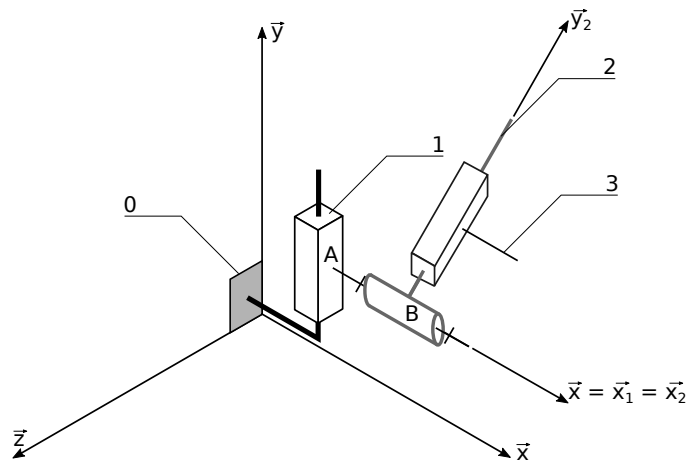


**Pré-requis**

Géométrie vectorielle

Cours de première année sur la statique

**Objectifs**Savoir utiliser **efficacement** le principe fondamental de la statique**1 Méthode d'isolement ★**

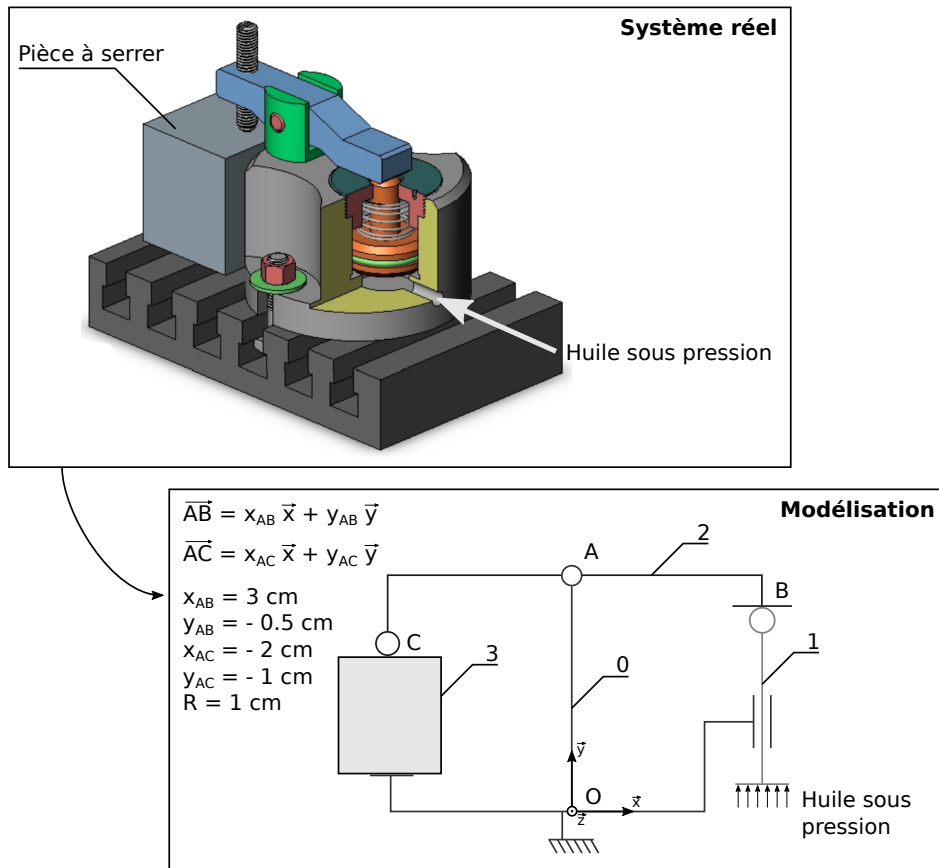
On considère le robot dont la cinématique est définie par le schéma ci-dessus. Toutes les liaisons sont motorisées. Les différentes actions de motorisation sont représentées par les torseurs suivants :

$$\{0 \xrightarrow{mot} 1\} = \begin{cases} \overrightarrow{R_{0 \rightarrow 1}^{mot}} = F_{01} \vec{y} \\ \overrightarrow{M_{A,0 \rightarrow 1}^{mot}} = \vec{0} \end{cases} ; \{1 \xrightarrow{mot} 2\} = \begin{cases} \overrightarrow{R_{1 \rightarrow 2}^{mot}} = \vec{0} \\ \overrightarrow{M_{A,1 \rightarrow 2}^{mot}} = C_{12} \vec{x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \{2 \xrightarrow{mot} 3\} = \begin{cases} \overrightarrow{R_{2 \rightarrow 3}^{mot}} = F_{23} \vec{y}_2 \\ \overrightarrow{M_{B,2 \rightarrow 3}^{mot}} = \vec{0} \end{cases}$$

Question 1. Mettre au point un graphe d'analyse.

Question 2. Déterminer la stratégie d'isolement pour déterminer F_{01} , C_{12} et F_{23} . Justifier.

2 Bride hydraulique ★



Le système étudié ici est une bride hydraulique utilisée pour effectuer le serrage d'une pièce (notée 3) sur le plateau d'une machine outil (noté 0).

L'avantage d'un tel système par rapport à un bridage manuel, est la possibilité de remplacer rapidement la pièce usinée par la nouvelle pièce. Lors de fabrications en série, le gain de temps peut-être très important.

Pour serrer la pièce une alimentation en huile sous pression est nécessaire. Cette huile appuie sur le piston 1 à travers un piston de rayon R . Le piston pousse ensuite le basculeur 2. Ce basculeur exerce finalement l'action de maintien sur la pièce à serrer.

On négligera l'effet de la pesanteur dans cette étude.

Objectif : On cherche à déterminer la pression p nécessaire pour obtenir un effort de serrage de 50 N.

Partie 1 : Isolement du piston 1

Question 1. Isoler le piston 1 puis dresser le bilan des actions mécaniques extérieures.

Question 2. Quel théorème faut-il utiliser pour trouver une relation entre la pression p et l'action de 2 sur 1 ?

Question 3. Déterminer cette relation.

Partie 2 : Isolement du basculeur 2

Question 4. Isoler le basculeur 2 puis dresser le bilan des actions mécaniques extérieures.

Question 5. Quel théorème faut-il utiliser pour trouver une relation entre l'action de 1 sur 2 et l'effort de serrage correspondant à l'action de 2 sur 3.

Question 6. Déterminer cette relation.

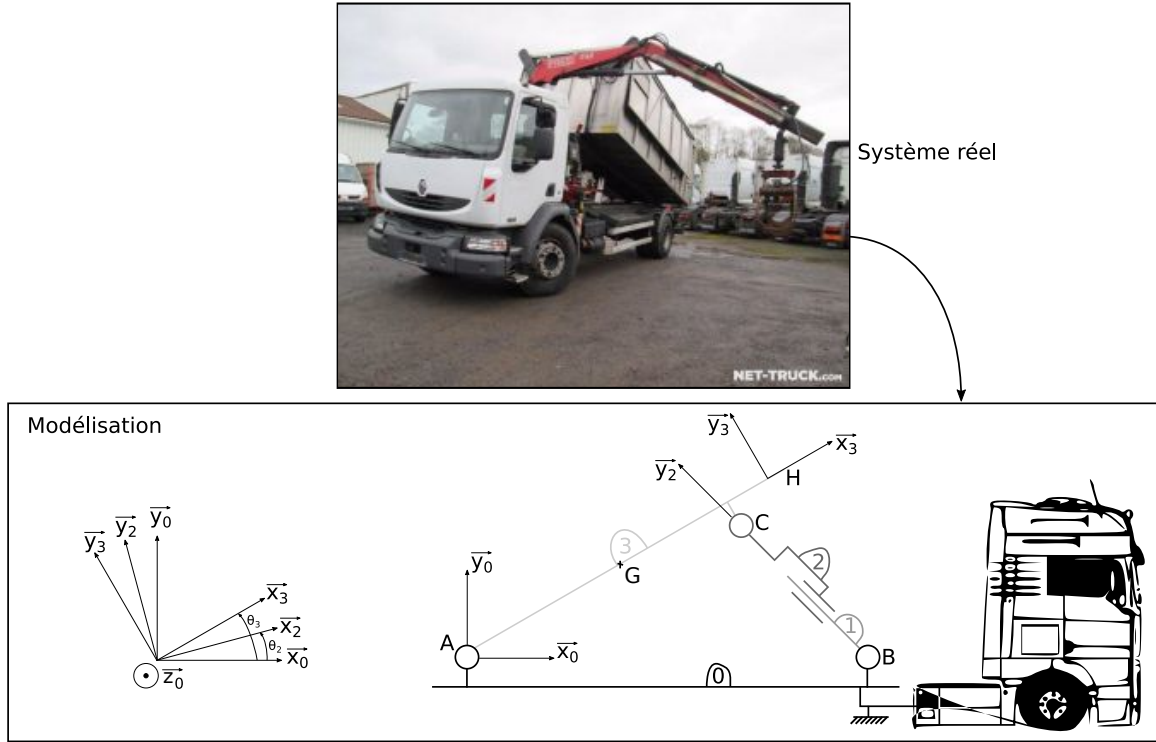
Conclusion :

Question 7. Déterminer finalement une relation entre la pression p et l'effort de serrage.

Question 8. Conclure en déterminant la pression p nécessaire pour obtenir un effort de serrage de 500 N.

3 Étude d'un camion de chantier ★★

Phase de bennage : on étudie ici le camion lorsque celui-ci décharge sa cargaison en inclinant sa benne.



Paramétrage :

- $\vec{AB} = l_0 \vec{x}_0$ $\vec{AC} = l_{3x} \vec{x}_3 + l_{3y} \vec{y}_3$ $\vec{BC} = \lambda(t) \vec{y}_2$ $\vec{AH} = l_H \vec{x}_3$ $\vec{AG} = l_G \vec{x}_3$
- $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$ $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$

Hypothèses :

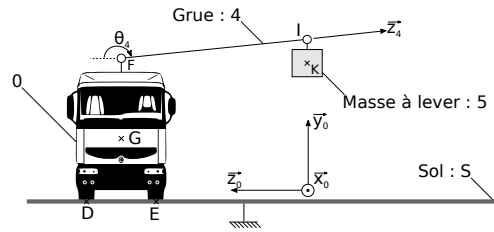
- On néglige l'effet de la pesanteur sur les pièces 1 et 2.
- On considère, compte-tenu des symétries, que l'hypothèse d'un problème dans le plan $(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ peut être retenue.
- La benne (ainsi que son chargement) a une masse de 15 tonnes. Le centre de gravité de la benne est G .
- L'ensemble $\{1, 2\}$ est un vérin hydraulique à section circulaire dont la pression interne est notée p_v . La section utile du piston, notée S , est de 35000 mm^2 . Cela signifie donc que la liaison pivot glissant entre 1 et 2 est motorisée de telle sorte que :

$$\{1 \xrightarrow{\text{mot}} 2\} = \begin{cases} \vec{R}_{1 \xrightarrow{\text{mot}} 2} = F_v \vec{y}_2 \\ \vec{M}_{B, 1 \xrightarrow{\text{mot}} 2} = \vec{0} \end{cases}$$

Question 1. Montrer que la résultante du torseur de l'action de 2 sur 3 est portée par le vecteur $\vec{y}_2$.

Question 2. Déterminer, à travers des isollements judicieux, la relation entre la pression dans le vérin p_v et les autres données du problème (masse, géométrie).

Phase de grutage : on étudie maintenant le camion lorsque celui-ci charge sa cargaison en utilisant sa grue. On souhaite notamment savoir si le camion pourrait basculer en levant une charge trop lourde. On se place dans la configuration décrite par le modèle ci-dessous. **Attention :** ne pas tenir compte du paramétrage précédent.



Paramétrage :

- $\overrightarrow{ED} = e \overrightarrow{z_0}$ $\overrightarrow{EG} = \frac{1}{2} e \overrightarrow{z_0} + z_G \overrightarrow{y_0}$ $\overrightarrow{GF} = H \overrightarrow{y_0}$ $\overrightarrow{FI} = l_4 \overrightarrow{z_4}$ $\overrightarrow{KI} = l_5 \overrightarrow{y_0}$
- On prendra les valeurs numériques suivantes : $e \approx 2,5 \text{ m}$; $z_G \approx 2 \text{ m}$; $H \approx 2,5 \text{ m}$; $l_4 \approx 6 \text{ m}$; $l_5 \approx 1 \text{ m}$
- $\theta_4 = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_4}) = (\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{z_4})$

Hypothèses :

- G est le centre de gravité du solide 0 qui a une masse $M_T = 32$ tonnes ; la masse de la grue 4 est négligée ; la pièce 5 a une masse notée m , et K est le centre de gravité de cette pièce.
- On considère, compte-tenu des symétries, que l'hypothèse d'un problème dans le plan $(G, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ peut être retenue.
- On considère que les contacts entre le camion et le sol en D et E sont des contacts ponctuels unilatéraux avec frottement de type loi de Coulomb.

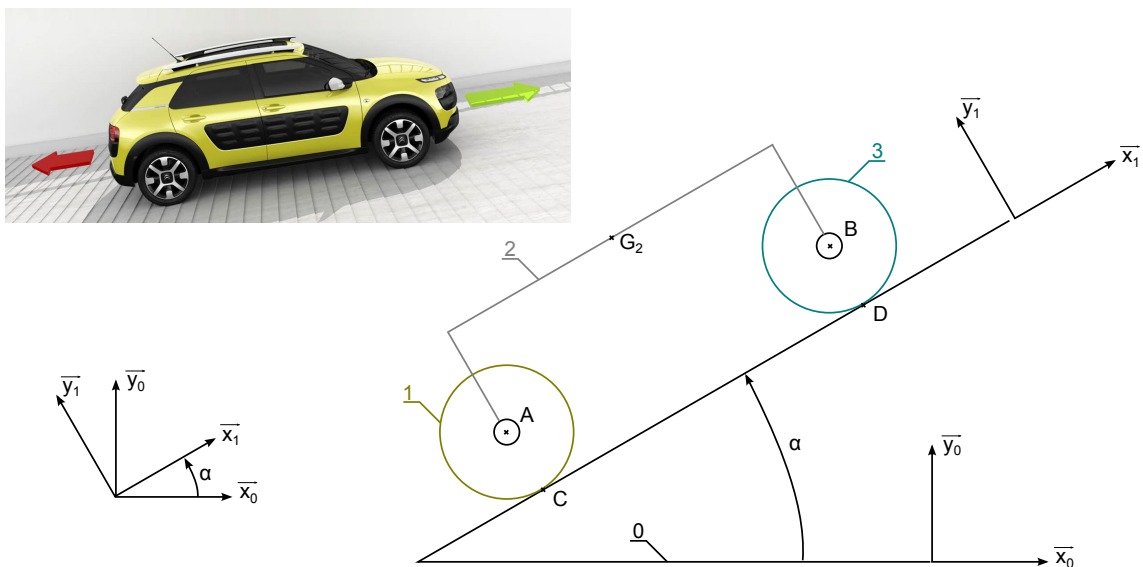
Question 3. Donner la condition de non-basculement, c'est-à-dire la condition qui assure que le camion reste en contact avec le sol en D et en E .

Question 4. Quelle est la masse maximale que l'on peut lever avec ce type de camion ?

Question 5. Proposer une amélioration technologique au camion pour que celui-ci puisse lever une charge plus importante sans basculer.

4 Stationnement d'un véhicule en pente ★★★

On s'intéresse ici à l'étude du stationnement d'un véhicule sur plan incliné. Lors du stationnement, l'utilisateur actionne le frein à main de la voiture. Ce frein à main freine les roues arrières de la voiture. On souhaite déterminer ici le couple de freinage nécessaire pour maintenir le véhicule à l'arrêt. On s'intéressera d'abord au cas d'une voiture seule puis au cas d'une voiture tractant une remorque (ou une caravane).



La figure ci-dessus représente le modèle utilisé pour résoudre le problème. Les pièces sont notées de la manière suivante :

- 0 : route

- 1 : roue arrière
- 2 : châssis de la voiture
- 3 : roue avant

Les hypothèses suivantes sont réalisées :

- le problème est plan
- les contacts roues/sol sont des liaisons sphère-plan
- toutes les liaisons sont parfaites hormis les liaisons entre le sol et les roues qui sont des liaisons avec frottement respectant les lois de Coulomb (avec un coefficient route/sol noté $f = 0.8$)
- seul le poids du châssis, appliqué en G_2 , est pris en compte (la masse de ce châssis est notée $M = 2200$ kg)
- le frein à main exerce un couple de freinage modélisé par le torseur suivant :

$$\{2 \xrightarrow{frein} 1\}_A = \begin{cases} \overrightarrow{R_{2 \xrightarrow{frein} 1}} = \vec{0} \\ \overrightarrow{M_{A, 2 \xrightarrow{frein} 1}} = C_f \vec{z} \end{cases}$$

Les données géométriques du problème sont les suivantes :

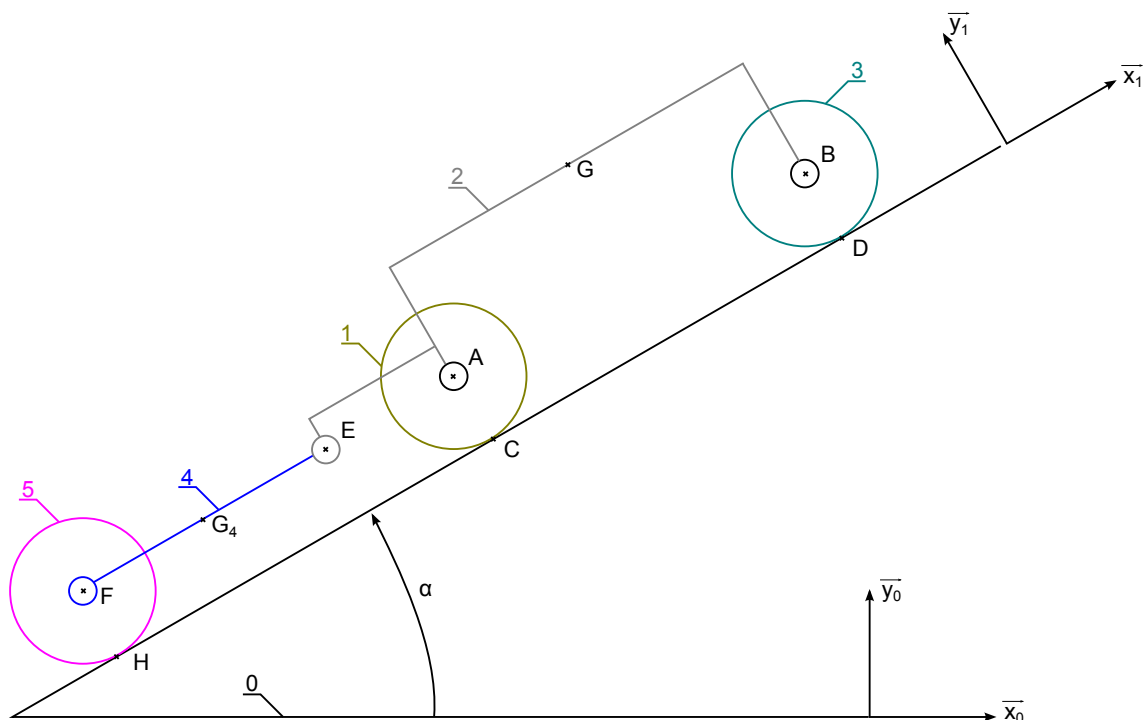
- les roues ont un rayon $r = 0.3$ m
- $\overrightarrow{AB} = L \cdot \vec{x}_1$ avec ($L = 3$ m) ; $\overrightarrow{AG_2} = \frac{L}{2} \vec{x}_1 + h \vec{y}_1$ avec ($h = 0.5$ m)

Question 1. En isolant la roue avant, et en écrivant le théorème adéquat, montrer que l'action du sol sur la roue avant n'a pas de composante tangentielle.

Question 2. En se plaçant à la limite du glissement, déterminez la pente maximale sur laquelle la voiture peut rester sans glisser.

Question 3. Dans cette configuration, déterminer le couple de freinage à fournir pour maintenir la voiture en équilibre.

On considère maintenant que la voiture tracte une remorque chargée d'une masse totale de $m = 1000$ kg. Cette remorque est composée d'un châssis noté 4 et d'une roue notée 5. Le point G_4 , centre de gravité de la remorque, est défini de telle sorte que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EG_4} = \overrightarrow{G_4F} = -l \vec{x}_1$ avec $l = 1$ m. La liaison entre 4 et 5 est une liaison parfaite. La liaison entre la roue 5 et le sol est une liaison sphère-plan avec frottement.



Question 4. Reprendre l'étude réalisée dans les questions 2 et 3.