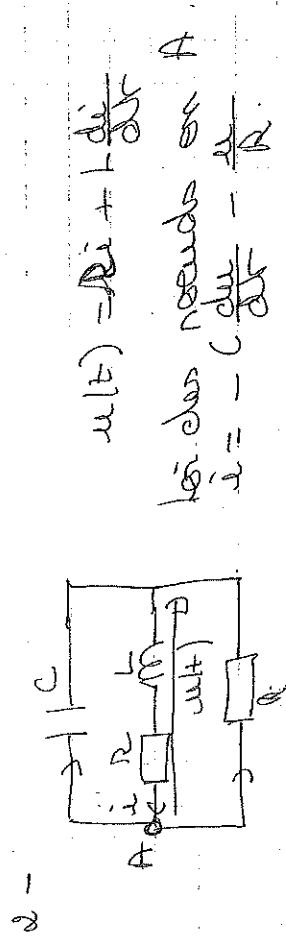
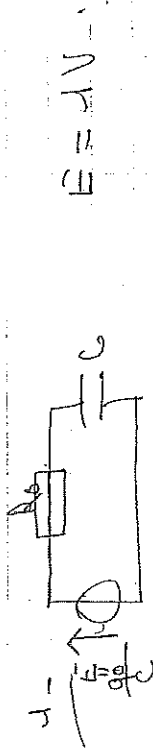


Ex 8: Caractéristiques d'une bobine.

$R = 10 \Omega$, $C = 10 \mu F$
 $\phi(t=0) = 10^{-6} C$ R fermé à $t = 0$



$$u(t) = Ri + L \frac{di}{dt}$$

loi des nœuds en A
 $i = -C \frac{du}{dt} - \frac{u}{R}$

D'où
$$u(t) = -RC \frac{du}{dt} - LC \frac{d^2u}{dt^2} - \frac{1}{R} \frac{du}{dt}$$

$$LC \frac{d^2u}{dt^2} + (RC + \frac{1}{R}) \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u(t) = 0$$

$$\frac{d^2u}{dt^2} + (\frac{R}{L} + \frac{1}{RC}) \frac{du}{dt} + (\frac{1}{LC} + \frac{1}{RC}) u(t) = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} + \frac{1}{RC}} = \left(\frac{R}{L} + \frac{1}{RC} \right)$$

$$Q = \sqrt{\frac{1 + \frac{R^2}{L^2}}{\frac{1}{LC}}} \times \frac{1}{\frac{R}{L} + \frac{1}{RC}}$$

$$Q = \sqrt{(1 + \frac{R^2}{L^2}) LC} \times \frac{1}{RC + \frac{L}{R}}$$

3- Sur le chronogramme, on lit:

$4,5T \approx 6ms$ où T est la pseudo-période

D'où $T = 1,5 ms$

→ $u(t=0) = u_{max}$

$u(t=4T) = u_{max}$

Or $u(t) = A e^{-\frac{\omega_0}{2Q} t} \cos(\omega t + \varphi)$ avec $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$u(t+T) = A e^{-\frac{\omega_0}{2Q}(t+T)} \cos(\omega(t+T))$ car $\omega T = 2\pi$

$u(t+4T) = A e^{-\frac{\omega_0}{2Q}(t+4T)} \cos(\omega(t+4T))$

$\delta = \ln\left(\frac{u(t)}{u(t+T)}\right) = \ln\left(e^{\frac{\omega_0}{2Q} T}\right) = \frac{\omega_0}{2Q} T$

$\ln\left(\frac{u_{max}}{u_{4max}}\right) = \ln\left(e^{\frac{\omega_0}{2Q} 4T}\right) = 4 \frac{\omega_0}{2Q} T = 4\delta = 4,5$

D'où $\delta = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{u_{max}}{u_{4max}}\right) = \frac{1}{4} \ln\left(\frac{1,9}{0,4}\right)$

$\delta = 0,39$

→ D'après le graphe Q est de l'ordre de 8

$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2$

$\omega = \frac{1}{2} \sqrt{4\omega_0^2 - \frac{\omega_0^4}{Q^2}} \approx \omega_0$ car $Q \gg 1$

$Q = \frac{\omega_0 T}{2\delta} \approx \frac{T}{\delta} = 8,1$

De plus, on peut faire l'hypothèse que la résistance interne de la bobine est telle que, $R \ll R$.

3)

$$L = \frac{1}{C \omega^2}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$L = \frac{(1.8 \cdot 10^{-3})^2}{4 \times \pi^2 \times 10^{-6}}$$

$$L = \frac{3.24 \times 10^{-6}}{4 \times \pi^2 \times 10^{-6}}$$

$$L = 49 \text{ mH}$$

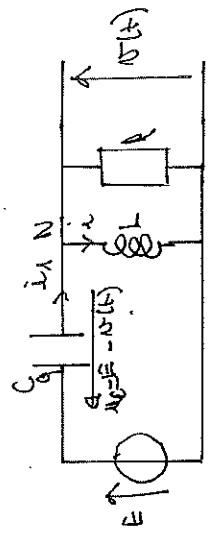
$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{\frac{1}{LC}} = LC$$

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{\frac{1}{LC}} = LC$$

$$AN: x = 4.9 \cdot 10^{-3} \left(\frac{2\pi}{1.8 \cdot 10^{-3}} \right)^2 - \frac{1}{40 \cdot 10^{-6}}$$

$$x = 2.1 \text{ s}$$

Aug $x < x_{\text{verfüg}}$



1- loi des mailles au nœud N:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -LC \frac{dv}{dt} = i(t) + \frac{v(t)}{R}$$

or $v(t) = L \frac{di}{dt}$

D'où $-LC \frac{d^2i}{dt^2} = -LC \frac{dv}{dt} = i(t) + L \frac{di}{dt}$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{LC} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i(t) = 0$$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \omega_0 \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i(t) = 0$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $Q = \frac{1}{R\sqrt{LC}}$

2- L'ensemble écoule continue dans une bobine

$$i(0^-) = i(0^+) = 0$$

C écoule initialement non chargé et la tension aux bornes de C écoule continues:

$$u_C(0) = u_C(0^+) = 0 = E - v(0^+) \Rightarrow v(0^+) = E = L \frac{di}{dt}(0^+)$$

$$\frac{di}{dt}(0^+) = \frac{E}{L}$$

3- Si $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$ $Q = \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1$

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i(t) = 0$$

équation caractéristique:

$$\lambda^2 + \frac{\omega_0}{Q} \lambda + \omega_0^2 = 0$$

$$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 = -3\omega_0^2 < 0$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm i \frac{\omega_0}{2} \sqrt{4Q^2 - 1} = -\frac{\omega_0}{2} \pm i \frac{\omega_0}{2} \sqrt{4Q^2 - 1}$$

$$i(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2} t} \left(A \cos\left(\frac{\omega_0}{2} \sqrt{4Q^2 - 1} t\right) + B \sin\left(\frac{\omega_0}{2} \sqrt{4Q^2 - 1} t\right) \right)$$

Dans le cas étudié ici $Q = 1$

$$i(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2} t} \left(A \cos\left(\frac{\omega_0}{2} t\right) + B \sin\left(\frac{\omega_0}{2} t\right) \right)$$

$$i(0) = 0 \Rightarrow A = 0$$

$$\frac{di}{dt}(t=0) = -\frac{\omega_0}{2} \times 0 + B \frac{\omega_0}{2} - \omega_0 = \frac{E}{L}$$

$$B = \frac{2E}{\omega_0 L} = \frac{2E}{\frac{1}{\sqrt{LC}}} = \frac{2E}{\sqrt{LC}} = \frac{2E}{\sqrt{LC}} = \frac{2E}{\sqrt{LC}}$$

$$i(t) = \frac{2E}{\omega_0 L} e^{-\frac{\omega_0}{2} t} \sin\left(\frac{\omega_0}{2} t\right)$$

$$4 - \Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2$$

Si $Q < \frac{1}{2}$: $\Delta > 0$ $\lambda_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \frac{\omega_0}{2} \sqrt{1 - 4Q^2}$

$$i(t) = A e^{-\frac{\omega_0}{2Q} t} \left(1 + \sqrt{1 - 4Q^2} \right) + B e^{-\frac{\omega_0}{2Q} t} \left(1 - \sqrt{1 - 4Q^2} \right)$$

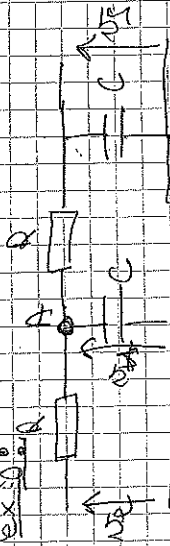
Régime aperiodique

$$f(t) = \frac{f}{\Delta} : \Delta = 0 \quad \text{negative definite}$$

$$f(t) = (At + B) e^{-\frac{v_0}{\omega_0 t}}$$

①

ex 8:



$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

Filtre passe bas

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

x les des nous en A.

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} + \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} - \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} (1 + j\omega RC) - \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$H(j\omega) = \frac{1 + j\omega RC - 1}{1 + j\omega RC} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$H(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$u(t) = \frac{1}{RC}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \cdot \frac{1 - j\omega RC}{1 - j\omega RC} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

Par la résonance.

à l'aide de la

$$H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

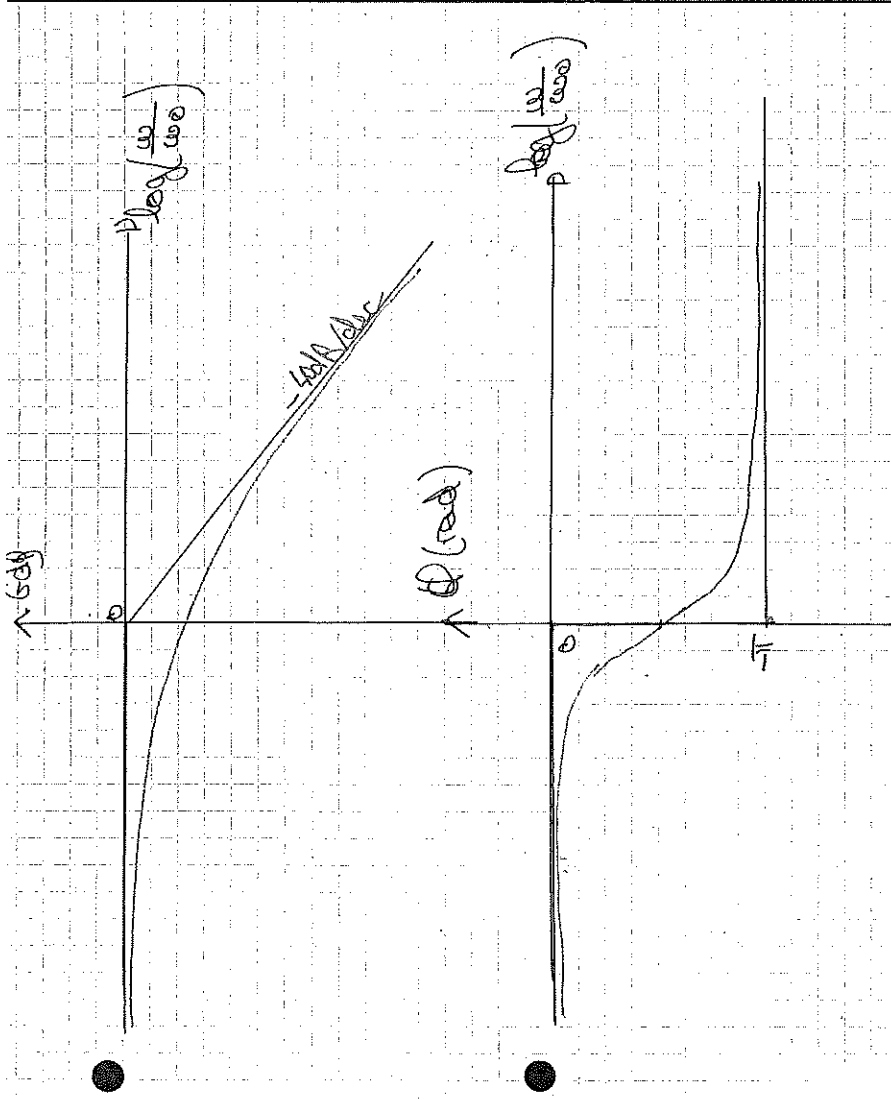
$$H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}$$



$$\begin{aligned}
 5 - \log(t) &= F + V_0 \cos(\omega_0 t) \\
 \log(t) &= F_0 + F + V_0 \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t + \phi(\omega_0)) \\
 F_0 &= F \quad \sin(\omega_0 t) = Q = \frac{1}{2} \quad \phi(\omega_0) = -\frac{\pi}{2} \\
 \log(t) &= F + \frac{V_0}{2} \cos(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}) \\
 \log(t) &= F + \frac{V_0}{2} \sin(\omega_0 t)
 \end{aligned}$$

Ex 9: Détermination des caractéristiques d'un filtre.

1- $H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$

$\rightarrow |H(j\omega)| = \frac{|H_0|}{\sqrt{1 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}}$

$|H|$ maxi lorsque $\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0$
 on est la pulsation de résonance du filtre.

$\rightarrow \omega \rightarrow 0 \quad |H(j\omega)| \rightarrow 0 \quad \left| \begin{array}{l} \text{Filtre passe-bande} \\ \omega \rightarrow \infty \quad |H(j\omega)| \rightarrow 0 \end{array} \right| \text{ d'ordre 2.}$

$\rightarrow H(j\omega_0) = H_0$

Résonance pour $f = f_0 \Rightarrow 1/RH\omega$

$GdB(f_0) = 0dB \Rightarrow |H_0| = 1$

$\varphi(f_0) = 0 \Rightarrow H_0 > 0 \Rightarrow H_0 = 1$

b- On se place sur les parties asymptotiques pour de hautes fréquences.

En BF: pour $f = 30Hz$ $GdB = -35dB$ pente $+20dB/dec$
 pour $f = 300Hz$ $GdB = -35dB$

En HF: pour $f = 450Hz$ $GdB = -15dB$ pente
 pour $f = 4500Hz$ $GdB = -35dB$ $-20dB/dec$

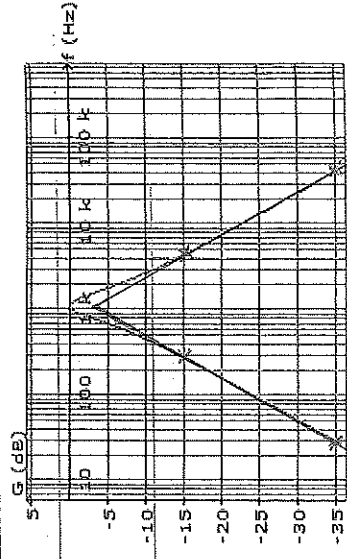


Figure 1.

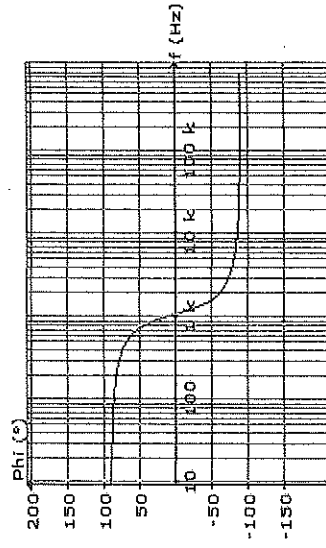


Figure 2.

$\omega \ll \omega_0: H(j\omega) \approx \frac{H_0 \omega_0}{-jQ \omega_0}$

$GdB \approx 20 \log \left(\frac{H_0}{Q} \right) + 20 \log \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)$
 droite de pente $+20dB/décade$

$\omega \gg \omega_0: H(j\omega) \approx \frac{H_0 \omega_0}{jQ \omega_0}$

$GdB \approx 20 \log \left(\frac{H_0}{Q} \right) - 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$
 droite de pente $-20dB/décade$

1 - les 2 asymptotes se coupent en $\omega = \omega_0$
avec une ordonnée de $20 \log \left(\frac{H_0}{Q} \right)$

Quelquesuns on trouve une ordonnée à zéro - 3dB

$$20 \log(Q) = +3 \quad Q = \sqrt{2} = 1,41$$

2 - on peut déterminer la fréquence ft :
3 périodes correspondent à 1 ms.

$$T_d = \frac{10^{-3}}{3} \quad f_d = 333 \text{ Hz}$$

3 - les diagrammes de Bode en dB :

$$GdB(f_d) = -7 \text{ dB} \quad \varphi(f_d) = -60^\circ$$

$$|H(f_d)| = 10^{-7/20} = 0,45$$

4 - A partir des chronogrammes on peut déterminer

$$\frac{V_{\text{sat}}}{V_{\text{en}}} = \frac{0,8}{1,7} = 0,47 \approx |H(f_d)|$$

5 - le déphasage φ entre la sortie et l'entrée.

$$\varphi_c - 90^\circ \frac{\Delta t}{T_d} = -90^\circ \times \frac{0,05}{3,05}$$

$$\varphi = -65^\circ$$

Compte tenu de la précision des mesures, les valeurs sont cohérentes.

3 - $f = 30 \text{ Hz} \ll f_0$

$$|H(j\omega)| \approx \frac{H_0}{Q\omega} \quad f \ll f_0 \text{ le circuit se comporte comme un dérivateur.}$$

On obtiendra donc en sortie, un signal carré de faible amplitude.

4 - $f = 30 \text{ Hz} \gg f_0$

$$|H(j\omega)| \approx \frac{H_0\omega}{Q\omega} = \frac{H_0}{Q} \quad \text{le circuit se comporte comme un intégrateur.}$$

On obtient en sortie, un signal triangulaire de faible amplitude.