DM SCIENCES PHYSIQUES N°1
À rendre pour le vendredi 12 septembre

Exercice 1 : l'eau de mer

La formation de dépôts de carbonate de calcium et d'hydroxyde de magnésium sur une cathode métallique plongée dans l'eau de mer est un phénomène bien connu que Sir Humphry Davy a décrit dès les années 1840. Depuis quelques décennies, de nombreuses équipes ont cherché à le provoquer de manière contrôlée en réalisant des électrolyses sur des armatures immergées en milieu marin. En effet, le solide ainsi formé peut jouer le rôle de ciment et conduire, en agglomérant des sédiments présents au voisinage du métal, à la constitution de structures minérales capables de protéger des infrastructures portuaires de l'érosion, de favoriser l'installation d'organismes marins et de piéger des polluants présents dans l'eau de mer.

La composition de l'eau de mer présente des variations géographiques et en fonction de la profondeur. Le tableau 1 donne un exemple de composition d'une eau de mer artificielle commercialisée pour réaliser des expériences scientifiques.

Sel introduit	Formule	M ($g \cdot mol^{-1}$)	Concentration ($g \cdot L^{-1}$)
Chlorure de sodium	$NaCl$	58,4	26,5
Chlorure de magnésium	$MgCl_2$	95,2	2,4
Sulfate de magnésium heptahydraté	$MgSO_4$, $7H_2O$	246,5	6,75
Chlorure de calcium dihydraté	$CaCl_2$, $2H_2O$	147,0	1,46
Chlorure de potassium	KCl	74,6	0,73
Hydrogénocarbonate de sodium	$NaHCO_3$	84,0	0,20
Bromure de sodium	$NaBr$	102,9	0,30
pH = 8,1			

Tableau 1 – Composition d'une eau de mer artificielle (BS2011).

La formation de carbonate de calcium dans l'eau de mer est modélisée par la réaction d'équation :

$$Ca^{2+}_{(aq)} + HCO^{3-}_{(aq)} + HO^{-}_{(aq)} = CaCO_{3(s)} + H_2O_{(liq)} \quad (1)$$

1- Établir, en justifiant, le diagramme de prédominance des différentes formes acidobasiques du dioxyde de carbone dissout en fonction du pH. En déduire l'espèce prédominante au pH de l'eau de mer (pH = 8,1).

2- Calculer la constante thermodynamique d'équilibre de la réaction (1).

L'eau de mer est souvent sursaturée en carbonate de calcium, c'est-à-dire que la formation du sel $CaCO_{3(s)}$ est thermodynamiquement favorisée (mais cinétiquement bloquée).

3- Déterminer si c'est le cas de l'eau de mer dont la composition est décrite dans le tableau 1.

4- Calculer le pH d'apparition du précipité $Mg(OH)_{2(s)}$ lorsqu'on ajoute des ions hydroxyde HO^- à l'eau de mer étudiée.

Données :

- Constantes de solubilité à 25 °C :

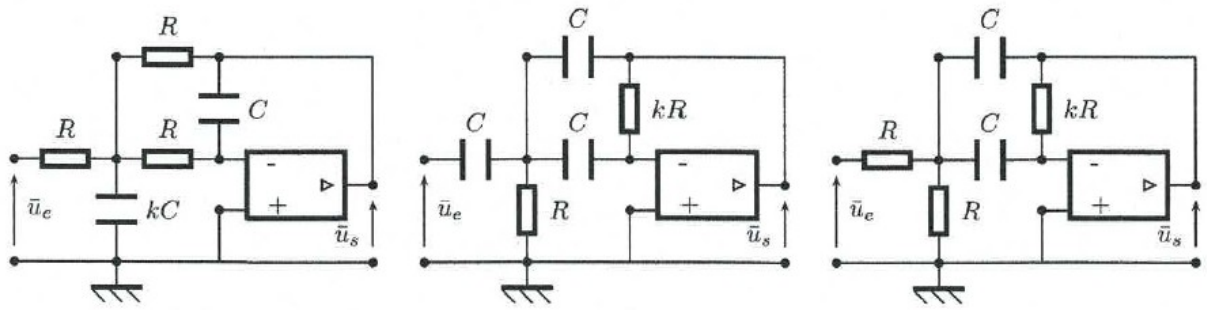
$CaCO_3$	$Mg(OH)_2$
$pK_{S1} = 8,4$	$pK_{S2} = 10,9$

- Constantes d'acidité à 25 °C :

$CO_2(aq)/HCO_3^-(aq)$	$HCO_3^-(aq)/CO_3^{2-}(aq)$
$pK_{A1} = 6,1$	$pK_{A2} = 10,2$

- Constante d'équilibre de la réaction d'autoprotolyse de l'eau à 25 °C : $K_E = 10^{-14}$

Exercice 2 : comparaison de trois filtres actifs .
On étudie les trois circuits suivants . Dans chaque cas le montage est réalisé avec $R = 1\,k\Omega$ et k>0 ; l'ALI utilisé est supposé idéal et en fonctionnement linéaire .



L'étude du diagramme de Bode en gain de ces trois circuits montre qu'il s'agit respectivement (mais pas nécessairement dans l'ordre du schéma ci-dessus) :
→ d'un filtre passe-bas du second ordre, non résonant, correspondant au régime critique d'oscillations libres, de fréquence propre $f_0 = 1,5\,kHz$.
→ d'un filtre passe-bande du second ordre, de fréquence de résonance $f_0 = 1,5\,kHz$ de facteur de qualité Q = 10
→ d'un filtre passe-haut du second ordre, avec pour régime transitoire associé des oscillations pseudo-périodiques de fréquence $f_0 = 1,5\,kHz$ et une constante de temps d'amortissement de la tension de sortie $\tau = 15\,ms$.
1- A partir de l'étude des comportements limites basses et hautes fréquences, déterminer la nature des trois filtres .
2- A partir de la fonction de transfert et si besoin de l'équation différentielle relatives à chaque filtre, déterminer, pour chacun des trois circuits, les valeurs numériques de k et C .
3- Pour chacun des trois circuits, décrire l'allure de la tension de sortie au cours du temps si le circuit est alimenté au moyen d'une tension d'entrée en créneau, périodique de fréquence f dans les cas où $f \ll f_0 \; et \; f \gg f_0$.

Problème :

Mesure de vitesse par effet Doppler

Les cinémomètres laser sont utilisés pour mesurer la vitesse des cyclistes depuis la route. Ils sont un outil d'analyse des performances instantanées des cyclistes. Leur principe de fonctionnement repose sur le double effet Doppler.

Aspects théoriques de l'effet Doppler

Un émetteur E fixe, situé en O , envoie un train d'impulsions (figure 3) à la fréquence f_E , qui se propage suivant $\vec{e}_x$ à la célérité $c_0 > 0$. Le récepteur , situé à l'abscisse x_0 à la date t = 0 , est animé d'un mouvement uniforme à la vitesse $\vec{v} = v\,\vec{e}_x$. Sa position est déterminée par son abscisse notée $x_R(t)$ (figure 4). Il reçoit le train d'impulsions émis de (figure 5).

Figure 3 - Train d'impulsions à l'émission en (fréquence et période)

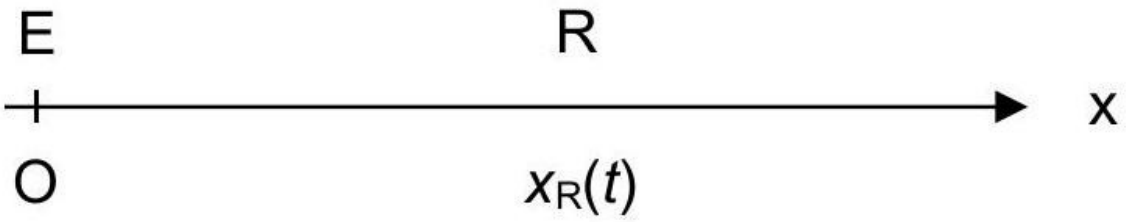


Figure 4 - Emetteur et récepteur

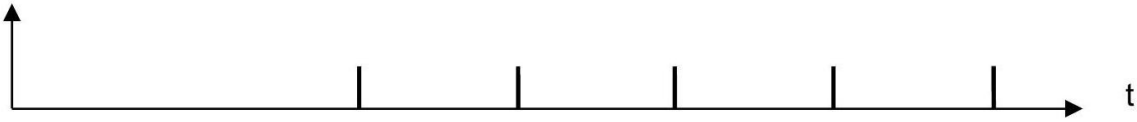


Figure 5 - Train d'impulsions à la réception en (fréquence et période)

Q1- En considérant que la première impulsion a été émise en E à la date t = 0, exprimer en fonction $x_{0,}c_0 et de v$, la date t_1 à laquelle cette première impulsion est reçue en R. Sachant que la deuxième impulsion a été émise en E, à la date $t=T_E$, exprimer la date t_2 à laquelle est reçue en R la deuxième impulsion en fonction de $T_E, x_{0,}c_0 et de v$?

Q2- En déduire la fréquence f_R du train d'impulsions reçue en R en fonction de $f_E, v et de c_0$.
Dans un cinémomètre à effet Doppler, l'émetteur et le récepteur sont tous deux situés au niveau de l'appareil. E et R sont confondus. L'émetteur envoie une onde de fréquence f_E qui se réfléchit sur le cycliste et retourne alors en E . On admettra dans ce cas que $f_R=f_E(1-2\frac{v}{c_0})$ où v est la vitesse du cycliste et c_0 la célérité de l'onde.

Validation expérimentale
On se propose ici de valider le fonctionnement du cinémomètre à double effet Doppler dans le cadre du laboratoire de sciences physiques en utilisant des voiturettes.

Les voiturettes acquièrent une vitesse en descendant d'une piste inclinée de dénivelé h, où elles sont lâchées avec une vitesse initiale nulle, puis roulent sur un support horizontal (figure 6).

Un émetteur envoie une onde sonore de fréquence f_E . Le récepteur reçoit l'onde réfléchie par la voiture, de fréquence $f_R=f_E(1-2\frac{v}{c_0})$, mais aussi une onde réfléchie par les obstacles fixes.
L'émetteur et le récepteur sont des transducteurs piézoélectriques de fréquence de résonance égale à 40kHz .
Sur notre oscilloscope, deux fréquences ne peuvent être distinguées (" résolues ") que si leur écart relatif dépasse 20% .

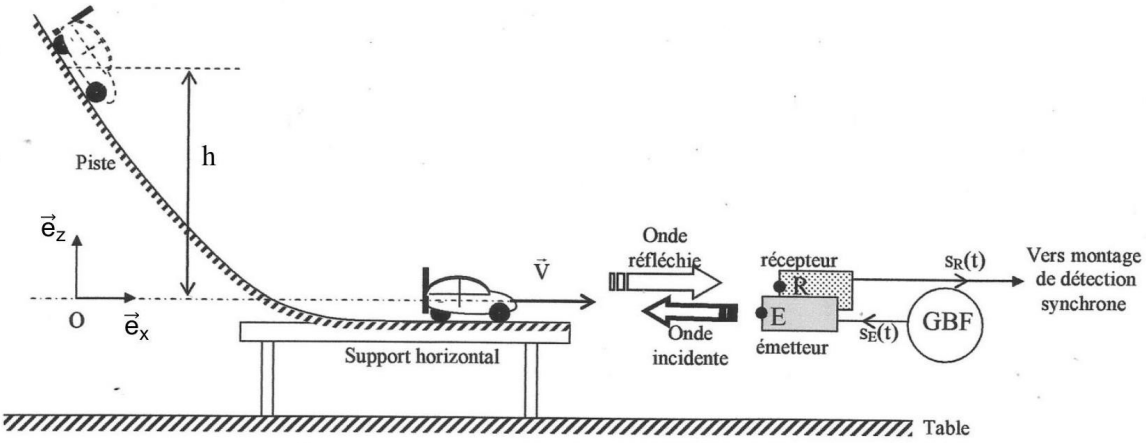


Figure 6 - Maquette du laboratoire

Q3-En négligeant tout frottement, déterminer l'expression de la vitesse de la voiturette une fois arrivée sur la portion horizontale de la piste, en fonction de g et de h . Calculer cette vitesse en prenant h = 50 cm .

Le récepteur reçoit plusieurs signaux réfléchis : celui qui nous intéresse obtenu par réflexion sur la voiture et ceux réfléchis par les obstacles fixes environnants. Pour distinguer tous ces signaux, il faut utiliser une méthode indirecte : la détection synchrone.

Q4- Rappeler l'ordre de grandeur de la célérité des ondes sonores dans l'air à température ambiante. Quelle est la fréquence des ondes réfléchies par les obstacles fixes ? Justifier l'utilisation du montage à détection synchrone.

Le principe du montage à détection synchrone est décrit sur le synoptique suivant (figure 7) :

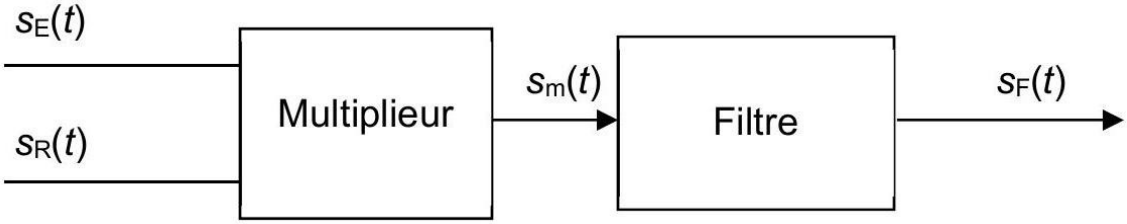
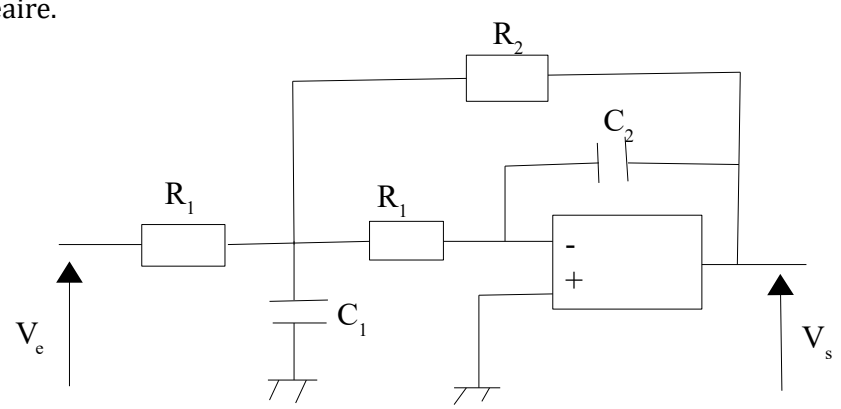


Figure 7 - Détection synchrone

Les tensions électriques $s_E(t)$ et $s_R(t)$ issus du GBF et du récepteur sont envoyées sur un multiplieur de constante $k = 0{,}1\,V^{-1}$. On a : $s_m(t) = k\, s_E(t)\, s_R(t)$. La tension $s_m(t)$ est alors filtrée avant d'être envoyée sur l'oscilloscope.

On se propose d'abord d'étudier quelques aspects liés au filtre.

Le montage électronique du filtre est décrit par la figure 8. L'ALI est considéré comme parfait et fonctionne en régime linéaire.



Q5- Déterminer sans calcul la nature du filtre et préciser parmi les deux fonctions de transfert $\underline{H_1}(j\omega)$ et $\underline{H_2}(j\omega)$, laquelle correspond à ce montage :

$$\underline{H_1}(j\omega)=\frac{G_0}{1+2jm\frac{\omega}{\omega_0}-(\frac{\omega}{\omega_0})^2} \quad \text{et} \quad \underline{H_2}(j\omega)=\frac{-G_0(\frac{\omega}{\omega_0})^2}{1+2jm\frac{\omega}{\omega_0}-(\frac{\omega}{\omega_0})^2}$$

Q6- Déterminer le gain G_0 de ce filtre en fonction de $R_1 et R_2$. Déterminer la fonction de transfert de ce filtre et déterminer les expressions littérales de $m et \omega_0$.

Q7- Préciser le sens concret de la pulsation ω_0 . Exprimer, sous la forme de deux inégalités fortes faisant intervenir les grandeurs $v, c_0 et f_E$, les deux contraintes que doivent vérifier la pulsation ω_0 . Proposer en fonction de $v, c_0 et f_E$, une expression de ω_0 qui satisfasse le compromis précédent.

Les valeurs choisies pour les composants sont $R_1=1\,k\,\Omega, C_1=3{,}2\,nF et C_2=1{,}2\,nF$ de sorte que ω_0 vérifie la relation précédente avec $m=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Un signal sinusoïdal délivré par un GBF est envoyé en entrée du filtre et est enregistré sur la voie 1 de l'oscilloscope (figure 9).
On enregistre sur la voie 2 de l'oscilloscope le signal issu du filtre.
La base de temps est de 1ms par division comme indiqué en bas de l'écran. Les sensibilités verticales sont de 100mV par division pour la voie 1 et de 5V par division pour la voie 2.

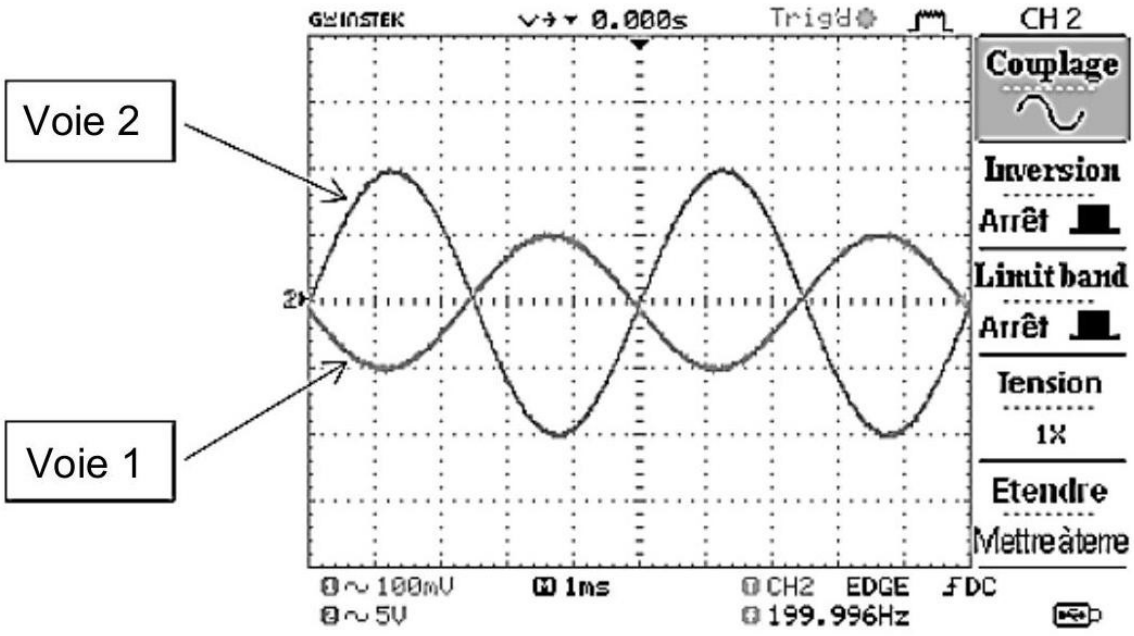


Figure 9 - Oscillogramme 1

Q8- Qu'est ce qui permet de qualifier cet essai d'essai en basse fréquence ? Déterminer, à l'aide de l'oscillogramme 1 , la valeur numérique de la résistance R_2 .

Q9- Deux autres essais ont été réalisés en envoyant les tensions sinusoïdales suivantes en entrée du filtre :

- $e_1(t)=E_{01}\cos(\omega_0 t)$
- $e_2(t)=E_{02}\cos(100\,\omega_0 t)$

Déterminer les expressions analytiques des tensions $s_1(t)$ et $s_2(t)$ recueillies en sortie du filtre.
On considère maintenant le montage complet lié à la détection synchrone.
Lorsque la tension $s_m(t)$, issue du multiplieur, est envoyée en entrée du filtre, on obtient les oscillogrammes 2 et 3 , représentés sur les figures 10 et 11.

Pour l'oscillogramme 2, la base de temps est de 5ms par division et la sensibilité verticale est de 5V par division, comme indiqué en bas de l'écran.

Pour l'oscillogramme 3, la base de temps est de 1 ms par division et la sensibilité verticale est de 5Vpar

division, comme indiqué en bas de l'écran.

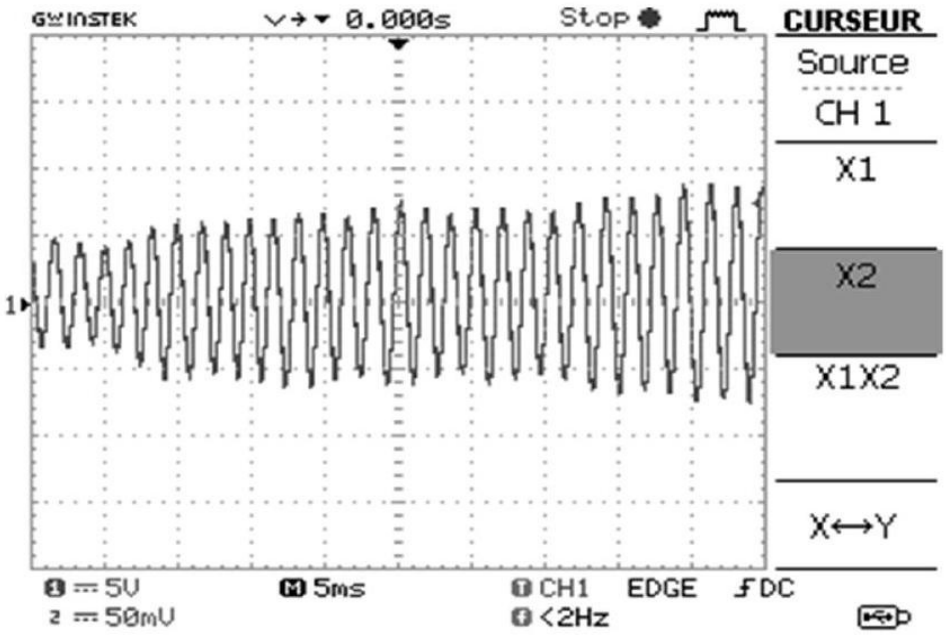
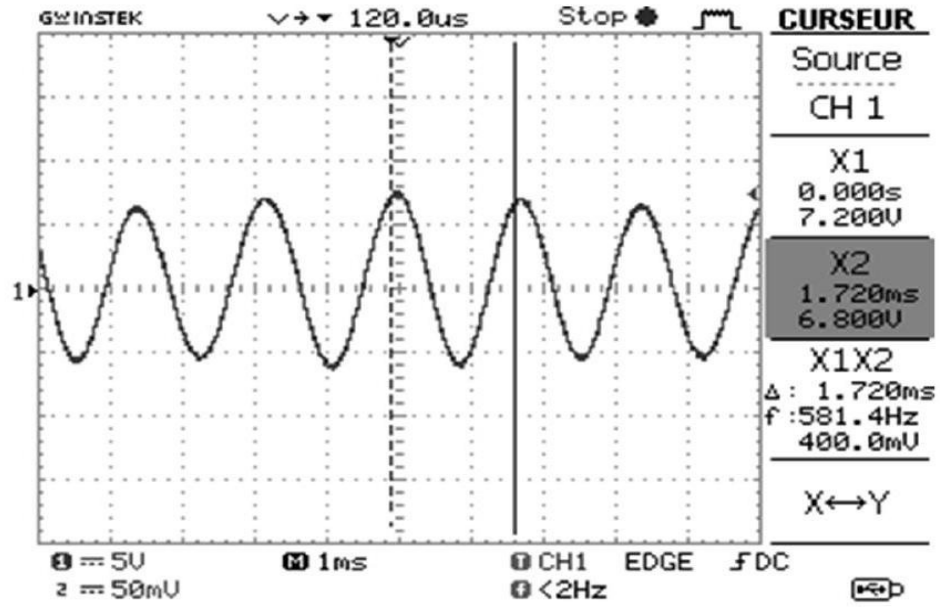


Figure 10 - Oscillogramme 2



Q10- À l'aide des oscillogrammes 2 et 3, évaluer la vitesse v de la voiturette, lorsqu'elle roule sur le support horizontal.

Q11- a- A partir de la forme canonique de la fonction de transfert du filtre (Q5) , déterminer l'équation différentielle liant Vs et Ve .

b- On applique en entrée du filtre un échelon de tension d'amplitude E (Ve(t) = 0 pour t < 0 et E pour t > 0) . Les condensateurs étant initialement non chargés et m valant $\frac{\sqrt{2}}{2}$, déterminer complètement l'expression de Vs(t) pour t > 0 .