Ex : comparaison de 2 filtres actifs (1)

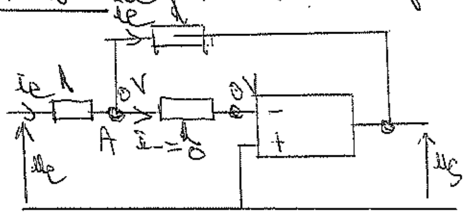
1- En BF : —||— est équivalent à un circuit ouvert

En HF : —||— est équivalent à un court-circuit

D'où :

① Filtre 1 :

en BF le schéma équivalent est :



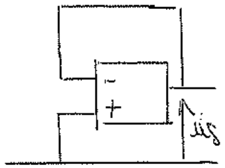
$v_- = v_+ = 0$

$i_- = 0 \quad v_A = v_+ = 0$

D'où d'après la loi des noeuds en A :

$\frac{u_e}{R} = -\frac{u_s}{R} \Rightarrow \underline{u_s = -u_e}$

en HF : si on redessine une partie du schéma, on a :

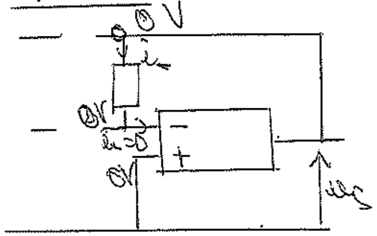


$u_s = v_- = v_+ = \underline{0}$

Filtre passe-bas.

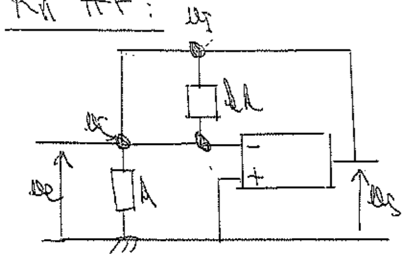
② Filtre 2 :

en BF :



$u_s = 0$

En HF :

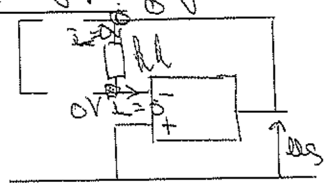


$u_s = u_e$

Filtre passe-haut

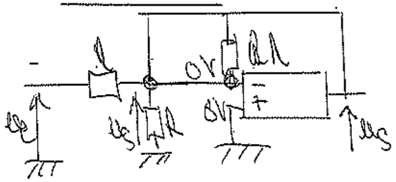
③ Filtre 3 :

en BF :



$u_s = 0$

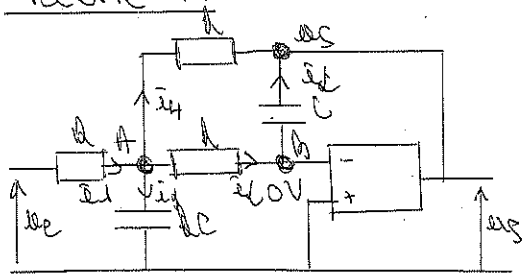
en HF :



$u_s = v_- = v_+ = \underline{0}$

Filtre passe-bande.

2- Filtre 1 :



Loi des noeuds au noeud A :

$\frac{u_e - u_A}{R} = jRC\omega\, u_A + \frac{u_A - u_s}{R} + \frac{u_A}{R}$

$u_e = u_A(\cancel{3} + jRC\omega) - u_s \quad (1)$

Loi des noeuds au noeud B :

$\frac{u_A}{R} = -jC\omega\, u_s \Rightarrow \underline{u_A = -jRC\omega\, u_s} \quad (2)$ (2)

D'où $u_e = -\left[jRC\omega(2 + jkRC\omega) + 1\right] u_s$

$$\underline{H_1}(j\omega) = \frac{-1}{1 + 2jRC\omega - kR^2C^2\omega^2} = \frac{u_s}{u_e}$$

A partir de la fonction de transfert, on peut établir l'équation différentielle liant $u_s(t)$ et $u_e(t)$.

$$\underline{u_s} + 2jRC\omega\,\underline{u_s} - kR^2C^2\omega^2\,\underline{u_s} = -u_e.$$

D'où $kR^2C^2 \frac{d^2u_s}{dt^2} + 2RC\frac{du_s}{dt} + u_s = -u_e.$

$$\frac{d^2u_s}{dt^2} + \frac{2}{kRC}\frac{du_s}{dt} + \frac{u_s}{kR^2C^2} = -u_e.$$

La pulsation propre ω_0 du montage est telle que $\omega_0^2 = \frac{1}{kR^2C^2} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{k}\,RC}$

d'où $\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{k}\,RC}}$

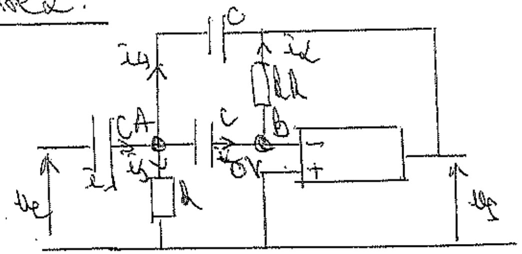
Le régime étant critique :

$$\Delta = \frac{4}{k^2R^2C^2} - \frac{4}{kR^2C^2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{k} = 1 \Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{1}}$$

$C = \frac{1}{2\pi\sqrt{k}\,f_0 R}$ AN : $C = \frac{1}{\pi \times 2 \times 1{,}5.10^2 \times 10^3}$

$\underline{C} = \frac{10^{-6}}{4{,}5 \times \pi} = \underline{71\,nF}$

Filtre 2 :



Loi des noeuds au noeud A :

$$j\omega C(u_e - u_A) = jC\omega(u_A - u_s) + jC\omega\,u_A + \frac{u_A}{R}$$

$$j C\omega\,u_e = 2jC\omega\,u_A - jC\omega\,u_s + \frac{u_A}{R} \quad (1)$$

Loi des noeuds au noeud B :

$$jC\omega\,u_A = -\frac{u_s}{kR} \Rightarrow u_A = -\frac{u_s}{jkRC\omega} \quad (2)$$

D'où $jC\omega\,u_e = -\left[\left(\frac{1}{R} + 2jC\omega\right)\frac{1}{jkRC\omega} - jC\omega\right] u_s$

$$\underline{H_2}(j\omega) = \frac{-jC\omega}{\frac{1}{jkR^2C\omega} + \frac{2}{kR} + jC\omega}$$

$$\boxed{\underline{H_2}(j\omega) = \frac{kR^2C^2\omega^2}{1 + 2jRC\omega - kR^2C^2\omega^2} = \frac{u_s}{u_e}}$$

Passage à l'équation différentielle liant $u_e(t)$ et $u_s(t)$:

$$\underline{u_s} + 2jRC\omega\,\underline{u_s} - kR^2C^2\omega^2\,\underline{u_s} = kR^2C^2\omega^2\,\underline{u_e}$$

$$kR^2C^2\frac{d^2u_s}{dt^2} + 2RC\frac{du_s}{dt} + u_s = -kR^2C^2\frac{d^2u_e}{dt^2}$$

$$\frac{d^2u_s}{dt^2} + \frac{2}{kRC}\frac{du_s}{dt} + \frac{u_s}{kR^2C^2} = -\frac{d^2u_e}{dt^2}$$

$\Delta = \frac{9}{k^2R^2C^2} - \frac{4}{kR^2C^2} < 0$ régime pseudo-périodique

$$\boxed{\tau = \frac{1}{\frac{3}{2kRC}} = \frac{2k}{3}RC}$$

ω_0 = pulsation des pseudo-oscillations.

$$\underline{\omega_0} = +\frac{\sqrt{-\Delta}}{2} = \frac{1}{2}\frac{1}{RC}\sqrt{\frac{4}{k} - \frac{9}{k^2}} = \boxed{\frac{1}{2kRC}\sqrt{4k-9}}$$

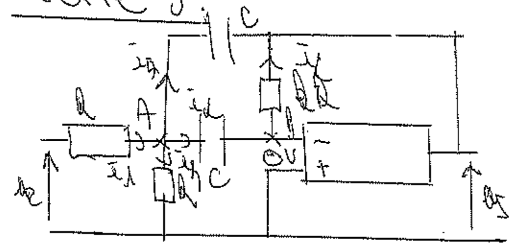
$\omega_0 = 2\pi f_0$

$$\omega_0\tau = \frac{\sqrt{4k-9}}{3} \Rightarrow 9\omega_0^2\tau^2 = 4k-9$$

$$k = \frac{9(\omega_0^2\tau^2+1)}{4} \qquad \underline{AN}: k = \frac{9\times((2\pi\times1{,}5\cdot10^{3})^2\times(15)^2\cdot10^{-6}+1)}{4}$$

$\underline{k = 44\,971}$ $\qquad C = \frac{3\tau}{2kR}$ $\qquad \underline{C = 500\ pF}$

Filtre 2 :



Loi des noeuds au noeud A

$$\frac{u_e - u_A}{R} = jC\omega u_A + jC\omega(u_A - u_s) + \frac{u_A}{R}$$

$$\underline{u_e = 2u_A(1 + jRC\omega) - jRC\omega u_s} \quad (1)$$

Loi des noeuds au noeud B :

$$jC\omega u_A = -\frac{u_s}{kR} \Rightarrow \underline{u_A = -\frac{u_s}{jkRC\omega}} \quad (2)$$

D'où :

$$\underline{u_e} = -\left(\frac{2}{jkRC\omega}(1+jRC\omega) + jRC\omega\right)\underline{u_s}$$

$$\underline{H_2}(j\omega) = \frac{-1}{\frac{2}{k} + jRC\omega + \frac{2}{jkRC\omega}}$$

$$\underline{H_2}(j\omega) = \frac{-k/2}{1 + j\frac{kRC}{2}\omega + \frac{1}{jRC\omega}} = \frac{-H_0}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Avec $H_0 = \frac{k}{2}$ $\qquad \frac{Q}{\omega_0} = \frac{kRC}{2}$ $\qquad Q\omega_0 = \frac{1}{RC}$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{k}RC} \qquad \boxed{Q = \frac{kRC}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{k}RC} = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{2}}}$$

$\underline{k = 2Q^2 = 200}$ $\qquad \boxed{C = \sqrt{\frac{2}{k}}\times\frac{1}{2\pi f_0 R}}$ $\qquad \underline{C = 10{,}6\ nF}$

3 - Filtre 1 :

$\underline{f \ll f_0}$: $H_1 \to -1$ toutes les harmoniques de poids notables passent ⇒ carré déphasé de π

$H_2 \to kR^2C^2\omega^2 \to 0$ signal quasi nul.

$H_3 \to -j\frac{kRC}{2}\omega$) signal quasi nul (comp dérivateur) avec pics lors du passage de $-E$ à $+E$ ou de $+E$ à $-E$ du carré.

$\underline{f \gg f_0}$: $H_1 \to \frac{1}{kR^2C^2\omega^2}$ signal faible. Double intégration du carré ⇒ arches de paraboles.

$H_2 \to -1$ créneau déphasé de π (inversé)

$H_3 \to -\frac{1}{jRC\omega}$ intégrateur ⇒ signal triangle (faible car $|H| \to 0$)