DS SCIENCES PHYSIQUES N°1 .

La plus grande importance sera apportée au soin de la copie ainsi qu'à la clarté des raisonnements. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée . Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte.
Un résultat numérique sans unité ne rapporte aucun point .
Les résultats doivent être encadrés .
Vos copies doivent être numérotées sous la forme 1/4 , 2/4 , 3/4 ….
En cas de non respect de ces consignes, un malus sera attribué à la copie .
Ci dessous les critères et indicateurs permettant de juger le soin apporté à la copie .

Critère	Indicateur
Lisibilité de l'écriture. Ecrire sur les lignes . Un calcul, une ligne .	L'écriture ne ralentit pas la lecture .
Respect de la langue	La copie comporte peu de fautes d'orthographe et de grammaire .
Clarté de l'expression	Les explications du candidat sont compréhensibles à la première lecture .
Propreté de la copie	Les erreurs, les parties qui ne doivent pas être prises en compte par le correcteur sont clairement et proprement barrées . Les calculs sont aérés .
Identification des questions et pagination	Les différentes parties du sujet, le numéro des questions sont bien identifiées . La pagination est correctement effectuée .
Mise en évidence des résultats	Les résultats littéraux et numériques sont clairement mis en évidence (encadrés ou soulignés)

CHIMIE :

Exercice 1 :pH-métrie

Les courbes de distribution des différentes formes acido-basiques du diacide sulfureux H_2SO_3 sont représentées figure 1.

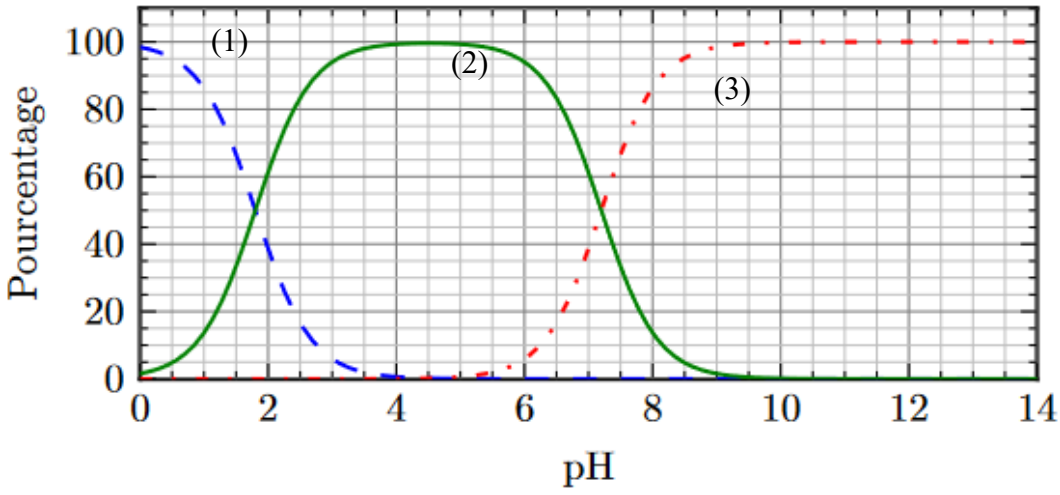


Figure 1 – Diagramme de distribution de l'acide sulfureux.

1 – Quelles sont les différentes formes acido-basiques de l'acide sulfureux ? Attribuer les courbes aux différentes formes acido-basiques en justifiant.

2 - Déterminer les pKa des couples successifs du diacide sulfureux.

3 - Construire le diagramme de prédominance associé.

4 - On considère une solution de pH = 2,5 telle que la concentration totale en espèces soufrées soit égale à $c_0 = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ mol $\cdot L^{-1}$. Déterminer les concentrations des différentes formes par lecture des courbes de distribution.

5- On considère une solution aqueuse d'acide sulfureux de concentration $c_0 = 10^{-2} mol.L^{-1}$.

a- Ecrire la réaction prépondérante et déterminer sa constante d'équilibre .

b- Quelles hypothèse(s) peut-on faire ? Déterminer le pH de la solution ainsi que les concentrations des différentes espèces sulfurées . Valider votre ou vos hypothèses .

6- On considère une solution aqueuse de sulfite de sodium ($2\ Na^+ + SO_3^{2-}$) de concentration $c_0 = 10^{-2} mol.L^{-1}$.

a- Ecrire la réaction prépondérante et déterminer sa constante d'équilibre .

b- Quelle(s) hypothèse(s) peut-on faire ? Déterminer le pH de la solution ainsi que les concentrations des différentes espèces sulfurées . Valider votre ou vos hypothèses .

Exercice 2 : précipitation

Donnée : produit de solubilité du chlorure de plomb pKs($PbCl_{2(s)}$) = 4,9

I- Calculs de solubilité :

1- Calculer la solubilité s_1 du chlorure de plomb dans l'eau pure .

2- On veut déterminer maintenant la solubilité s_2 du chlorure de plomb dans une solution de chlorure de sodium

($Na^+ + Cl^-$) de concentration $C_0 = 1{,}0 \cdot 10^{-2}$ mol $\cdot L^{-1}$.

a- s_2 sera-t-elle plus grande ou plus faible que s_1 ?

b- Calculer la solubilité s_2 du chlorure de plomb dans une solution de chlorure de sodium de concentration $C_0 = 1{,}0 \cdot 10^{-2}$ mol $\cdot L^{-1}$.

II- Précipitation ou non :

On dispose de deux solutions, l'une de nitrate de plomb ($Pb^{2+} + NO_3^-$), l'autre de chlorure de sodium ($Na^+ + Cl^-$) de concentrations initiales respectives C_1 et C_2 . On prélève un même volume $V_0 = 10$ mL de chaque solution que l'on mélange l'une à l'autre.

1 - Résultats généraux : écrire l'équation bilan de dissolution du chlorure de plomb, le quotient réactionnel, et eprimer les concentrations initiales après mélange $[Pb^{2+}]_i$ et $[Cl^-]_i$ en fonction de C_1 et C_2 .

2 - $C_1 = 0{,}02$ mol $\cdot$ L^{-1} et $C_2 = 0{,}40$ mol $\cdot$ L^{-1} .
a - Indiquer s'il y a formation ou non d'un précipité.
b - Justifier qu'il est possible de supposer la transformation quasi-totale. Calculer alors les concentrations en ions Pb^{2+} et Cl^- dans l'état final.
c - Vérifier que le résultat est cohérent avec l'hypothèse.

3 - $C_1 = 0{,}004$ mol $\cdot$ L^{-1} et $C_2 = 0{,}002$ mol $\cdot$ $L^{-1.}$
a - Indiquer s'il y a formation ou non d'un précipité.
b - Déterminer les concentrations en ions Pb^{2+} et Cl^- dans l'état final.

III- Influence du pH sur la solubilité :

Le carbonate de nickel $N_i CO3_{(s)}$ est un sel peu soluble tel que $pK_S(N_i CO_3(s)) = 8{,}0$ à 298K .
L'ion carbonate est une dibase dont les constantes d'acidité successives sont notées :
$pK_{A1}(H_2CO_3 / HCO_3^-) = 6{,}3$ et $pK_{A2}(HCO_3^- / CO_3^{2-}) = 10{,}3$.
On pose $h = [H_3O^+]$.
Etablir la relation liant la solubilité s du carbonate de nickel , h, K_{A1} , K_{A2} et K_S .

PHYSIQUE : .

Premier problème : accordeur de guitare

Nous allons étudier quelques aspects d'un accordeur de guitare . La problématique est la suivante.
→ La guitare comporte six cordes: Mi grave, La, Ré, Sol,Si, Mi aigu .
→ Les fréquences fondamentales théoriques de vibration de ces cordes, notées f_{ac} sont données dans le tableau 1.

Corde	Fréquence (f_{ac})
Mi grave	82,4 Hz
La	110,0 Hz
Ré	146,8 Hz
Sol	196 Hz
Si	246,9 Hz
Mi aigu	329,6 Hz

Tableau 1 Fréquences fondamentales de vibration des cordes de guitare

→ On souhaite accorder une corde légèrement désaccordée: on notera f_{co} la fréquence fondamentale de vibration de la corde en question.

Principe de l'accordeur
→ Sélection de la corde à accorder (donc f_{ac} est fixée).
→ Création d'un signal carré de référence de fréquence f_{ac} avec un oscillateur de type astable (montage non étudié ici).
→ Enregistrement du signal $u_e(t)$ provenant de l'excitation de la corde à accorder: signal quelconque, d'amplitude assez faible, de fréquence f_{co} .
→ Amplification et filtrage de ce signal.
→ Extraction de la fondamentale du signal: obtention d'un signal sinusoïdal de fréquence f_{co} par l'utilisation d'un filtre à fréquence caractéristique réglable par le signal extérieur de référence.
→ Mise en forme de ce signal: obtention d'un signal carré de fréquence f_{co}
→ On a donc à disposition deux signaux carrés (signaux logiques) de fréquences respectives f_{ac} et f_{co} . Dans les accordeurs récents le traitement est numérique: les signaux sont envoyés dans un calculateur numérique intégré qui calcule l'écart de fréquence et indique à l'utilisateur quand la corde est accordée, c'est-à-dire quand $f_{co} = f_{ac}$.
Ce principe général est schématisé sur la figure 1.

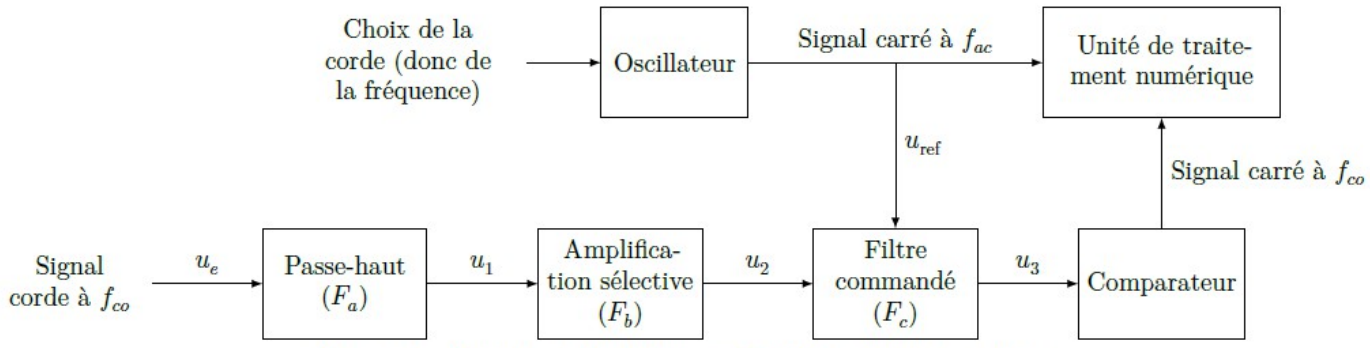
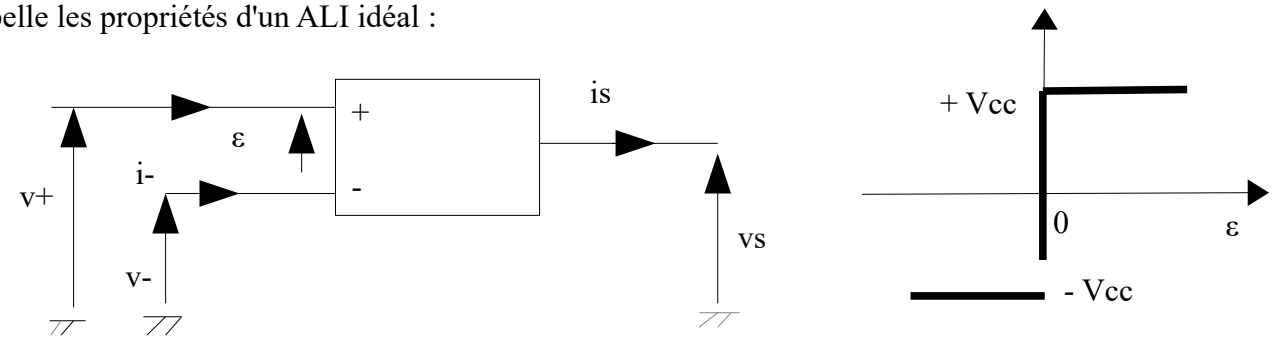


Figure 1 Principe de fonctionnement de l'accordeur de guitare

Ce problème s'intéresse au traitement du signal venant de la corde.

Données :

On rappelle les propriétés d'un ALI idéal :



Le gain A est infini , les impédances d'entrées sont infinies (les intensités i+ et i- sont nulles) , la bande passante est infinie .

Fonctionnement en régime linéaire : ε = 0 , les courants entrant en « + » et « - » sont nuls : la sortie est une source des tension idéale

Fonctionnement en régime saturé : ε≠ 0 , la tension de sortie est soit égale à + Vcc ou à - Vcc.

I-A- Le signal

La figure 2 montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro d'une guitare électrique .

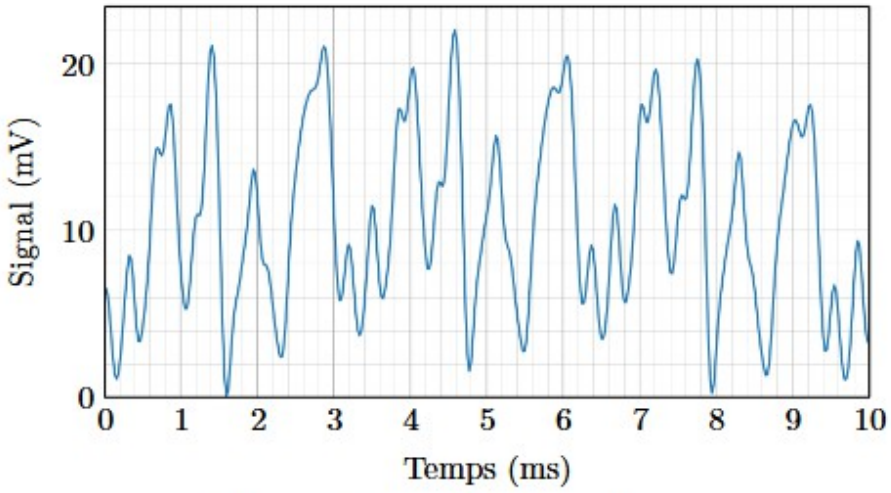


Figure 2 Signal de la guitare

1- Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.
2- Donner une estimation de la valeur de la fréquence de ce signal (on peut supposer qu'en première approximation le signal est périodique).
3- De quelle corde de guitare s'agit-il ?
4- L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques? Justifier.

I-B - Premier filtre

Avant toute chose, le signal électrique provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre de la figure 3 (filtre (Fa)) .

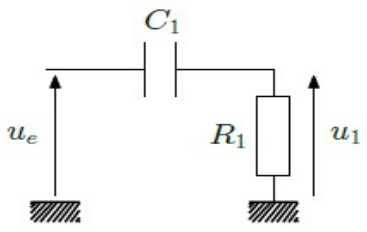
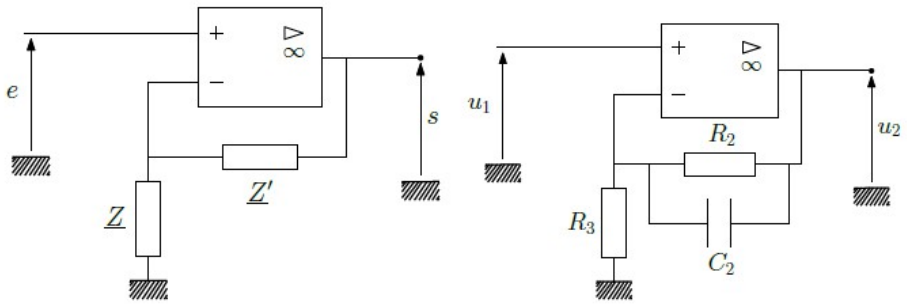


Figure 3 Filtre (F_a)

5- En supposant l'entrée sinusoïdale, définir et exprimer la fonction de transfert $\underline{H_1}(jw)$ de ce filtre en fonction de R_1, C_1 et de la pulsation w du signal.
6- De quel type de filtre s'agit-il? Faire apparaître une pulsation caractéristique w_1 en fonction de R_1 et C_1 et préciser sa signification.
7- Tracer le diagramme de Bode asymptotique relatif au gain.
8- On a choisi $R_1 = 100\,k\Omega$ el $C_1 = 100\,nF$. Calculer la fréquence de coupure f_1 à -3 dB de ce filtre. Au vu de l'allure du signal de la figure 2, quel est le rôle de ce premier filtre?

I-C - Deuxième filtre
Dans cette sous-partie, les signaux sont sinusoïdaux et les amplificateurs linéaires intégrés (ALI) sont supposés idéaux et fonctionnent en régime linéaire.



(a) Filtre à ALI (b) Filtre (F_b)

Figure 4 Deux filtres

I-C-1 Préambule
Soit le filtre de la figure 4(a) .
9- Exprimer sa fonction de transfert $\underline{H}$ en fonction de $\underline{Z}$ et $\underline{Z}'$.
10- Que devient $\underline{H}$ si $\underline{Z}$ et $\underline{Z}'$ sont des résistances ($\underline{Z} = R$, $\underline{Z}' = R'$) ? Quel est, dans ce cas, l'intérêt du montage ?

I-C-2- Amplification (légèrement) sélective

En sortie du filtre de la figure 3 le signal $u_1(t)$ est envoyé sur le filtre de la figure 4(b) (filtre (Fb)).

11- Quelle est l'impédance $\underline{Z_{eq}}$ de la branche constituée par R_2 en parallèle avec C_2 ?
12- Déduire de la question 9 l'expression de la fonction de transfert $\underline{H_2}$ de ce filtre en fonction de R_2 , R_3 et C_2 .
13- Mettre $\underline{H_2}$ sous la forme $\underline{H_2} = 1 + \dfrac{G_0}{1 + j\dfrac{w}{w_2}}$ et donner les expressions de G_0 et w_2 .
14- Quelle est la limite de $|\underline{H_2}|$ en basse fréquence? en haute fréquence?
15- Calculer numériquement la fréquence caractéristique f_2 correspondant à w_2 si $R_2 = 680\,k\Omega$

$R_3 = 6\,k\Omega$ et $C_2 = 470\,pF$ ainsi que son gain G_0 . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

I-D - Filtrage (très) sélectif commandé
On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale f_{co} du signal u_2 , dont la valeur est à priori voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur (f_{ac}) (on suppose que la corde est légèrement désaccordée). On suppose pour la suite que c'est la corde Mi aigüe que l'on souhaite accorder.
Le principe du filtre (Fc) est que sa fréquence caractéristique soit réglée par le signal de référence de fréquence f_{ac} . Ce type de commande (à capacité commutée) ne sera pas étudié .

I-D-1 Diagramme de Bode

La figure 5 représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre (Fc) tracé à deux échelles différentes.

16- Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence centrale caractéristique ?

17- Donner une estimation du facteur de qualité de ce filtre .

18- Si la corde est désaccordée à $f_{co} = 315\,Hz$, estimer, en le justifiant, de quel facteur est atténuée sa composante spectrale fondamentale en sortie de ce filtre.

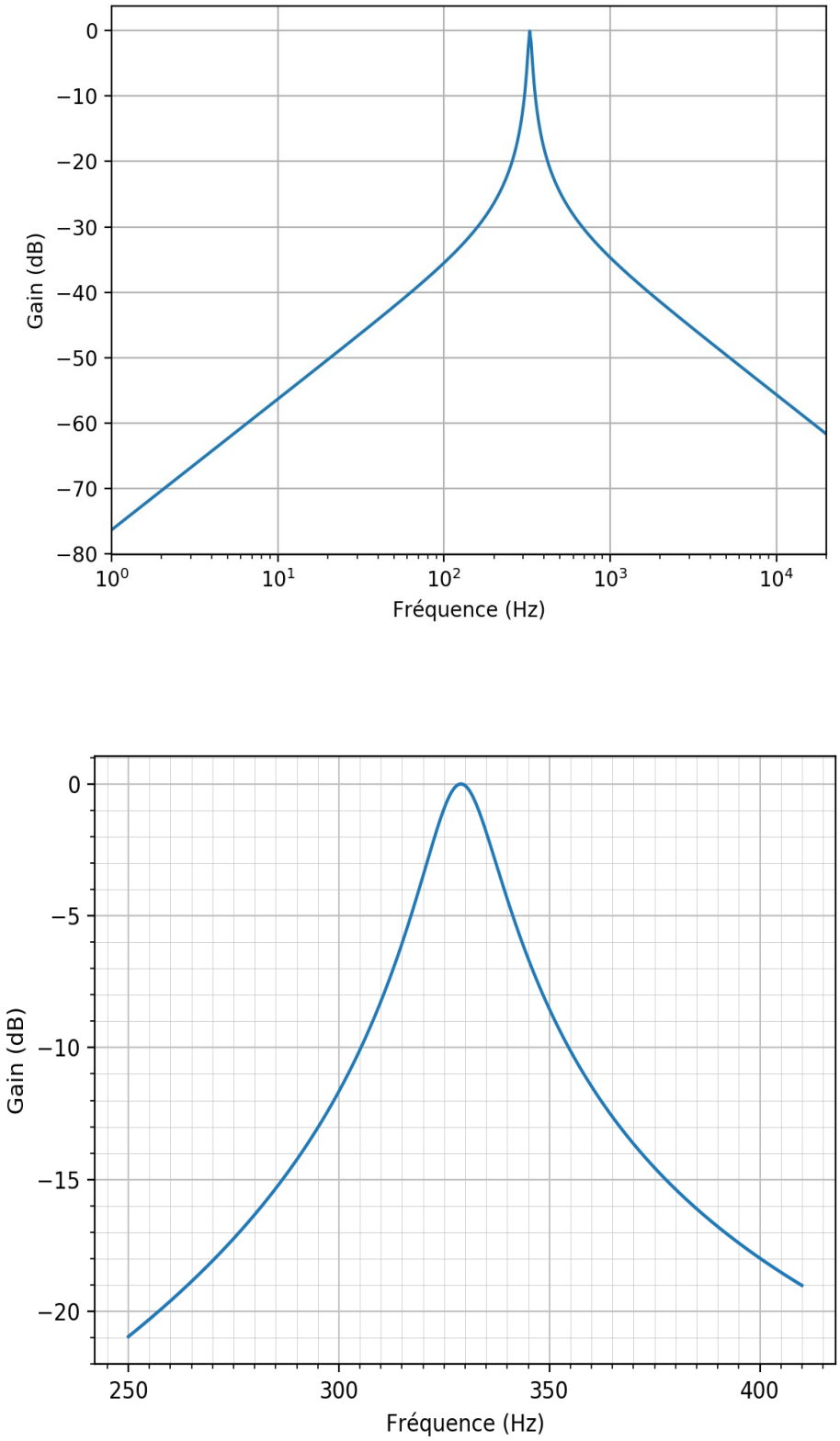


Figure 5 Diagramme de Bode en gain du filtre (Fc) (le deuxième diagramme correspond à un zoom du premier)

I-D-2- Analyse spectrale

La figure 6 correspond au spectre du signal d'entrée ue représenté sur la figure 2.

19- Justifier qu'il est parfaitement cohérent qu'il s'agisse du spectre du signal de la figure 2.

20- En le justifiant soigneusement, dire quel spectre de la figure 7 correspond à la sortie du premier filtre (Fa).

21- Même question, pour la sortie du filtre (Fb).

22- Tracer l''allure du spectre du signal en sortie du filtre (Fc). Tracer l'allure du signal (temporel) correspondant.

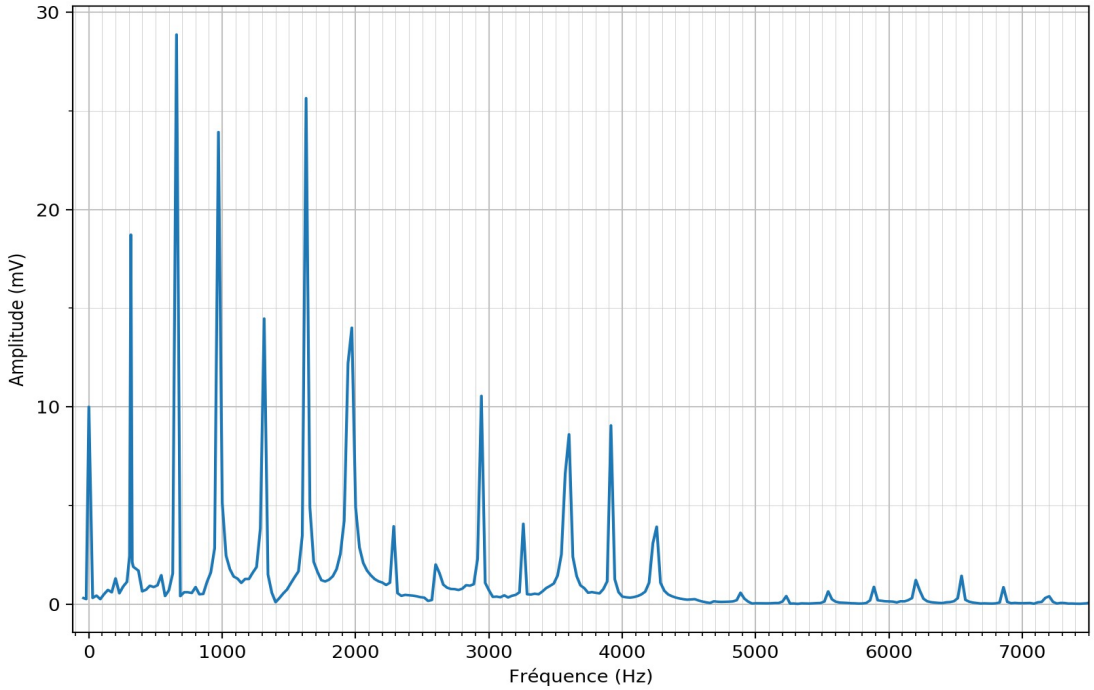
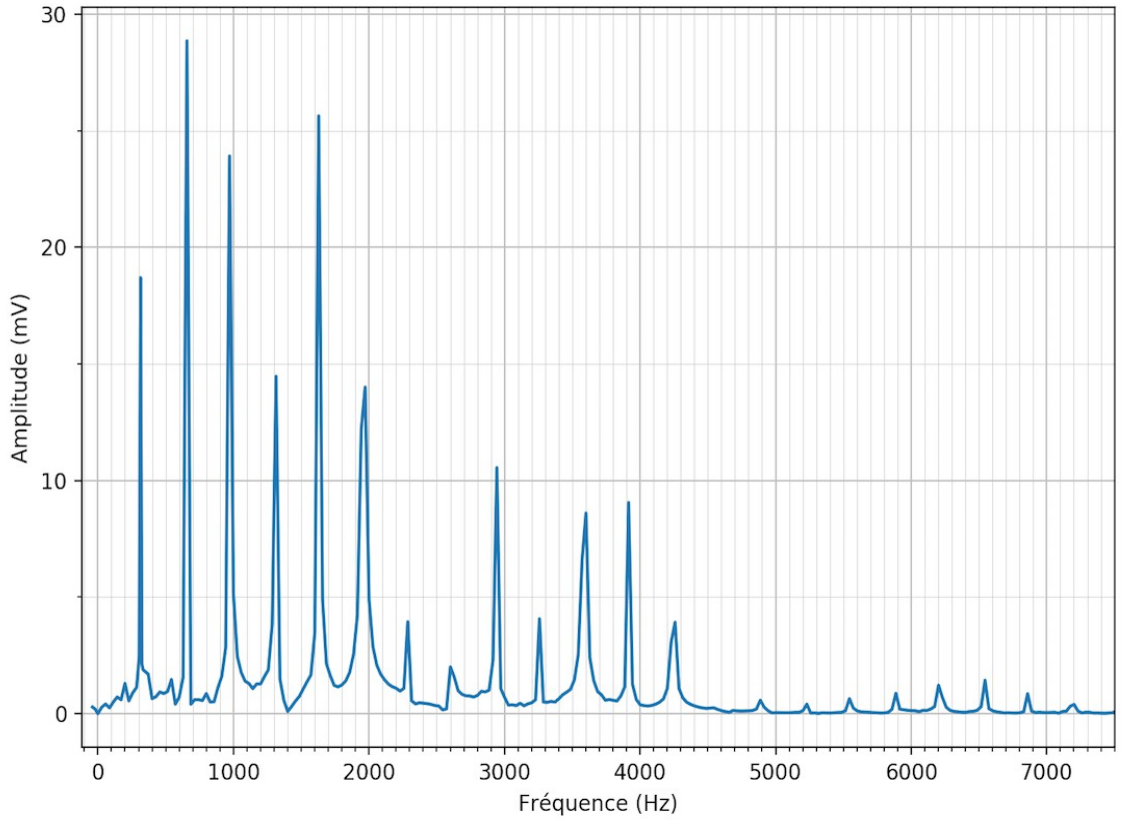
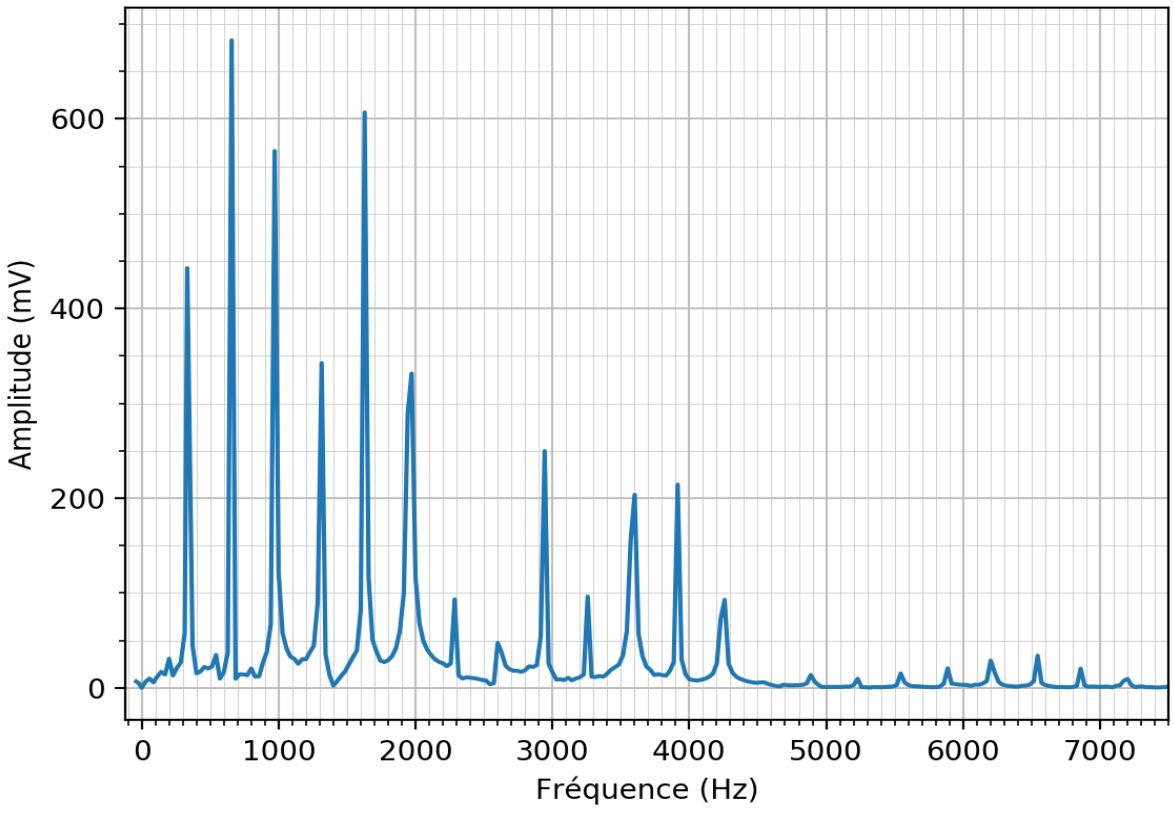


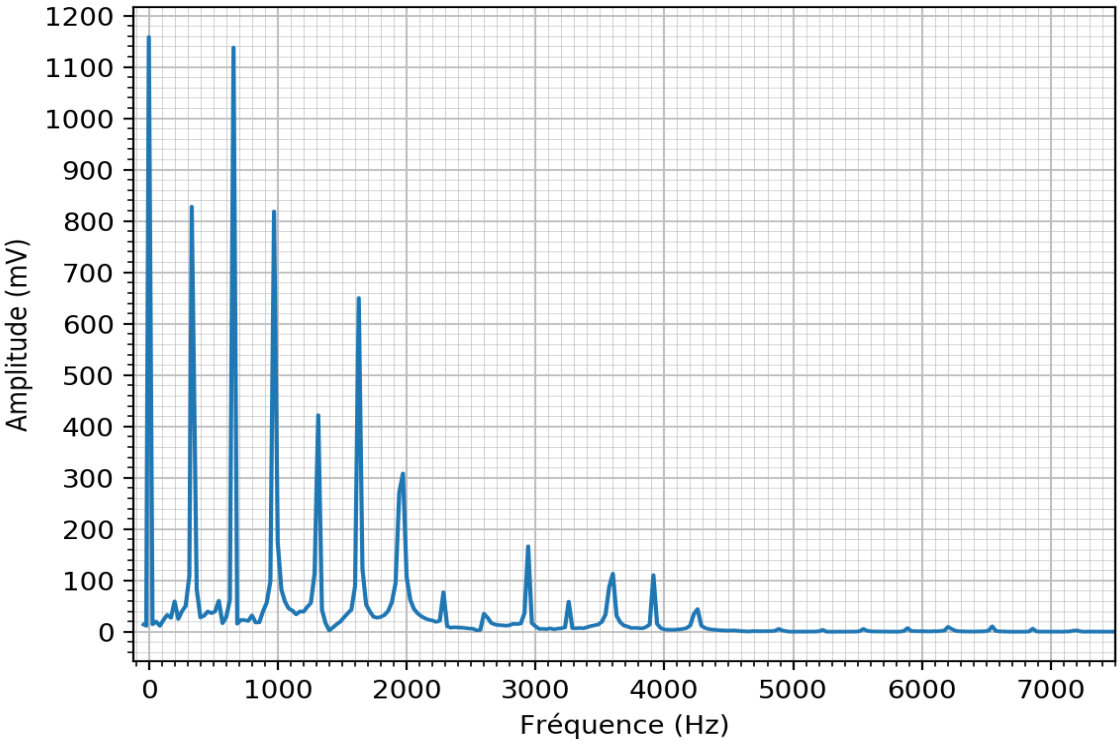
Figure 6 spectre du signal d'entrée


30
20
10
0
Amplitude (mV)
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
Fréquence (Hz)

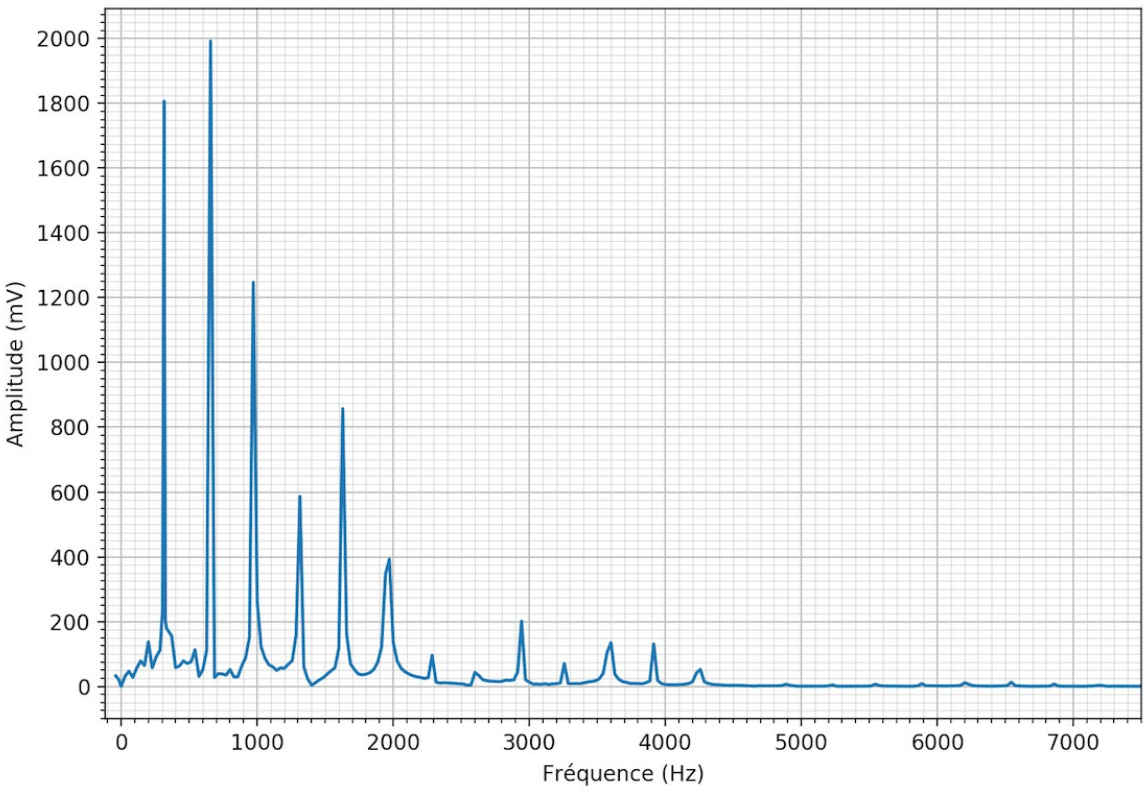
(a)


600
400
200
0
Amplitude (mV)
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
Fréquence (Hz)

(b)



(c)



(d)

Figure 7 Spectres

A la sortie de l'étage précédent, le signal est proche d'un signal sinusoïdal de fréquence f_{co} et d'amplitude dépendant de la force avec laquelle on a gratté la corde, mais de l'ordre du volt . Pour effectuer un traitement numérique qui permettra de comparer f_{co} à la fréquence théorique f_{ac} on fabrique à partir du signal précédent un signal créneau de fréquence f_{co} à l'aide d'un comparateur à hystérésis non étudié ici .

Deuxième problème : mesure et modulation de fréquence .

Partie A : traitement de signaux radar :

Lorsqu'on envoie une onde électromagnétique sur une cible en mouvement, la fréquence de l'onde réfléchie est légèrement différente de celle de l'onde incidente, c'est l'effet Doppler .
Le décalage Doppler f_D entre les deux fréquences est proportionnel à la vitesse à mesurer et est souvent inférieur à 1 Hz et il concerne une onde dont la fréquence initiale est de l'ordre de 10 MHz. La mesure précise de cette minuscule variation est réalisée par détection synchrone.

I – Mesure d'une différence de fréquence par détection synchrone

On considère deux signaux sinusoïdaux $v_1(t)=A\cos(2\pi f_1 t)$ et $v_2(t)=B\cos(2\pi f_2 t+\phi_0)$, où A , B et ϕ_0 sont des constantes, dont on souhaite mesurer l'écart de fréquence f_2-f_1 , supposé très inférieur aux fréquences f_1 et f_2 . Le montage de détection synchrone qui permet d'y parvenir est représenté schématiquement sur la figure 1 : il est formé d'un multiplieur analogique $\mathcal{M}$ (qui donne une tension de sortie proportionnelle au produit de ses deux tensions d'entrée) et d'un filtre $\mathcal{F}$ dont la nature sera étudiée plus loin.

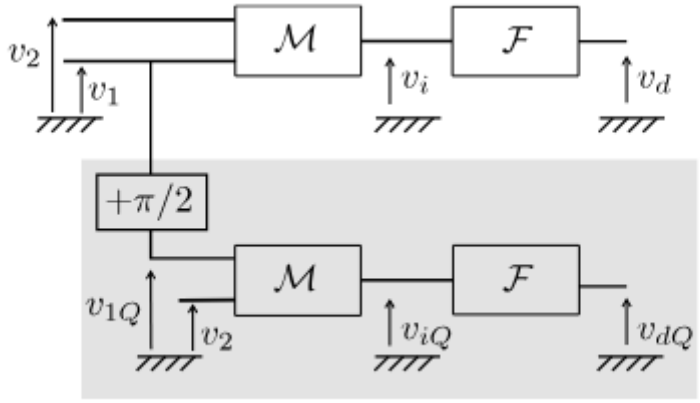


Figure 1 : Principe d'un montage de détection synchrone
Jusqu'à la question 3 incluse, la partie inférieure
sur fond gris n'est pas à considérer .

1- Exprimer à un facteur près le signal intermédiaire v_i , puis justifier que son spectre fait apparaître les fréquences f_2+f_1 et $|f_2-f_1|$. Indiquer le type de filtrage qui permet d'obtenir, à la sortie du filtre, un signal v_d de fréquence $|f_2-f_1|$.

Le traitement des signaux radars fait intervenir des composants spécifiques aux hautes fréquences. Pour des ultrasons au contraire, avec des fréquences de l'ordre de 10^4 Hz, des composants usuels disponibles dans un lycée (résistances, condensateurs et bobines d'auto-induction) fonctionneraient.

2- Proposer pour $\mathcal{F}$ un schéma électrique de filtre passif convenable, sans préciser pour l'instant les valeurs des composants. Un filtre d'ordre 1 est acceptable mais le jury valorisera davantage un filtre d'ordre 2, plus efficace.

3- Exprimer la fonction de transfert du montage de la question précédente. Pour $f_1 \approx f_2 \approx 40\,kHz$, proposer des valeurs réalistes pour les composants du filtre $\mathcal{F}$.

À l'issue du filtrage, v_d est pratiquement sinusoïdal et mesurer sa fréquence revient à mesurer $|f_2-f_1|$, ce qui était le but à atteindre. Cependant, dans le cas de l'effet Doppler, il est important de connaître le signe de f_2-f_1. Pour cela, on complète le montage de la figure 1 par une seconde voie (représentée sur fond gris) dans laquelle on applique des opérations analogues après avoir déphasé v_1 de +π/2 (démodulation en quadrature).

4- Dans l'hypothèse d'un filtrage idéal, exprimer le signal v_{dQ} et expliquer comment son observation conjointe à celle de v_d permet d'obtenir le signe de f_2-f_1.

II – Mesure de distance par modulation de fréquence

La mesure de la distance entre des éléments réflecteurs fonctionne elle aussi par détection synchrone grâce à une modulation de la fréquence de l'onde émise. Alors qu'un signal de fréquence f_0 constante varie selon $\cos(2\pi f_0 t)$, le champ électrique émis par l'antenne est proportionnel à la tension $v_e(t)$, T_m-périodique et définie sur une période parc

$$\forall t \in [0, Tm[, \quad v_e(t)=A\cos(\Phi(t)) \quad avec \quad \Phi(t)=2\pi(f_0+\frac{Bt}{2T_m})t$$

La grandeur positive B, homogène à une fréquence et très inférieure à f_0, est appelée largeur de bande. La période de répétition T_m est de l'ordre de quelques dixièmes de secondes et f_0 de l'ordre de 10 MHz.

On définit la fréquence instantanée $f(t)$ de v_e par $f(t)=\frac{1}{2\pi}\frac{d\Phi}{dt}(t)$.

5- Exprimer $f(t)$ et tracer schématiquement le graphe de ses variations sur deux périodes.

La cible qui réfléchit l'onde, supposée ici immobile, se trouve à la distance d de l'antenne émettrice. À l'instant t, la station radar dispose du signal d'émission $v_e(t)$ et du signal d'écho $v_r(t)$. Ce dernier provient de la réflexion par la cible du signal émis un peu plus tôt, de sorte que sa fréquence $f_r(t)$ à l'instant t est celle que possédait v_e à l'instant $t-\tau$. Les ondes radar se propagent à la vitesse $c=3.10^8 m.s^{-1}$ de la lumière .

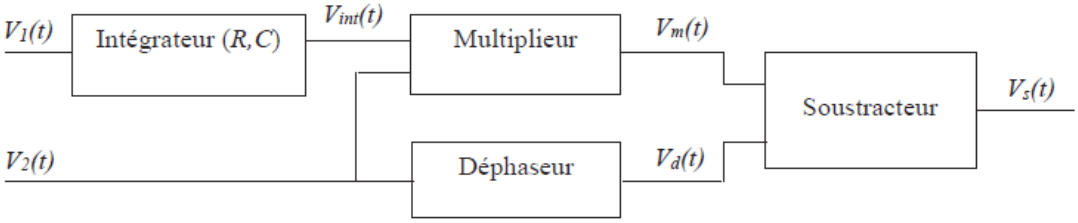
6- Donner l'expression de τ. Pour d = 10 km, vérifier qu'il est très inférieur à T_m, puis représenter sur un même graphique les variations de $f(t)$ et $f_r(t)$ Les deux courbes seront légendées et tracées en deux couleurs distinctes. Pour ce graphique seulement, on prendra $\tau=\frac{T_m}{10}$.

Les signaux $v_e(t)$ et $v_r(t)$ sont appliqués à l'entrée du montage de détection synchrone (représenté figure 1 et étudié dans la section I).

7- Exprimer la fréquence f_d du signal démodulé v_d. Montrer que sa mesure permet d'accéder à la distance d de la cible, qu'on exprimera en fonction de $c, B et T_m$.

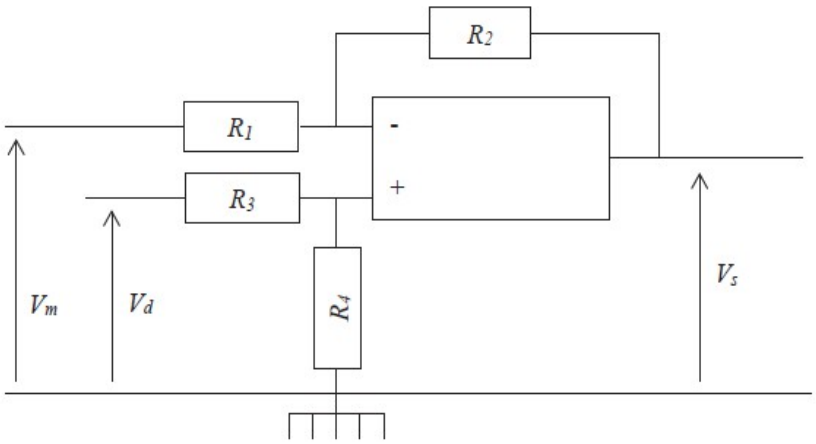
Partie B :Communications radio, modulation de fréquence

On peut réaliser une modulation de fréquence MF (FM en anglais) suivant le schéma d'Armstrong (figure ci-dessous) qui utilise un montage intégrateur, un réseau déphaseur, un multiplieur et un soustracteur.



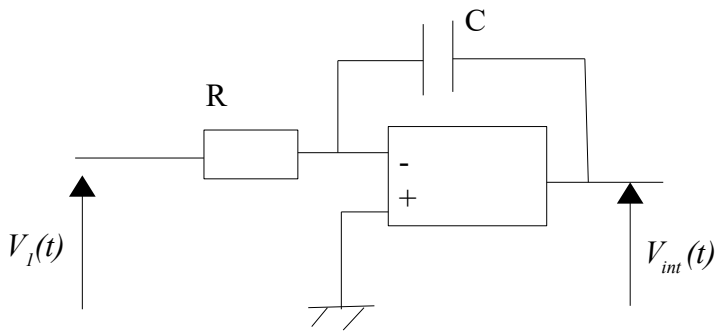
Dans toute la suite, les Amplificateurs Linéaires Intégrés (ALI) sont supposés idéaux de gain infini et fonctionnent en régime linéaire.
Le multiplieur fournit en sortie la tension : $V_m(t) = k \cdot V_{int}(t) \cdot V_2(t)$.
Le déphaseur est réglé pour provoquer un retard de phase de $\frac{\pi}{2}$ de la tension $V_d(t)$ par rapport à la tension $V_2(t)$.
On suppose qu'à $t = 0$, $V_{int}(0) = 0$. On impose par ailleurs, à l'entrée de l'ensemble, les deux tensions : $V_1(t) = V_{1m}\cos(\omega_1 t)$ et $V_2(t) = V_{2m}\cos(\omega_2 t)$ avec : $\omega_2 >> \omega_1$.

Étude du soustracteur
On considère le montage ci-dessous :



8- Déterminer l'expression liant les différentes résistances R_1, R_2, R_3, R_4 et les tensions $V_m(t)$, $V_d(t)$ et $V_s(t)$.
Donner une condition simple entre R_1, R_2, R_3 et R_4 pour que $V_s(t) = V_d(t) - V_m(t)$.
On considérera par la suite cette relation vérifiée.

Étude de l'intégrateur
L'intégrateur est réalisé à partir d'un ALI, d'un condensateur de capacité C et d'une résistance R (figure ci-dessous) .



9- Préciser la relation théorique qui lie $V_1(t)$, $V_{int}(t)$, R et C.

Étude du montage global
10- Montrer que la tension à la sortie du modulateur d'Armstrong peut se mettre sous la forme :

$$V_s(t) = V_{2m}\sqrt{1+\epsilon^2 \sin^2(\omega_1 t)}\sin(\omega_2 t + \phi(t))$$

Préciser les expressions de ϵ et de $\tan(\phi(t))$ en fonction de k, V_{1m}, R, C, ω_1 et de t.

11- Lorsque ϵ et $\phi(t)$ sont petits devant 1, la tension de sortie peut se mettre sous la forme

$$V_s(t) = V_{2m}\sin(\omega_2 t + m\sin(\omega_1 t)) = V_{2m}\sin(\Psi(t))$$

où ω_2 est la pulsation élevée de la porteuse, m le taux de modulation de pulsation modulante ω_1 et $\Psi(t)$ la phase instantanée.
Préciser l'expression de m en fonction de k, V_{1m}, R, C et ω_1 .

12- On appelle pulsation instantanée du signal $V_s(t)$ la grandeur : $\Omega(t)=\dfrac{d\,\Psi(t)}{dt}$

Établir la relation liant $\Omega(t)$, ω_2 , k, R, C et $V_1(t)$. Justifier le nom de modulation de fréquence associé à ce traitement du signal.

Formules trigonométriques

$\forall(a,b) \in \mathbb{R}^2$, on a :

$$a\cos\theta + b\sin\theta = \sqrt{a^2+b^2}\,\sin(\theta+\varphi)$$

avec $\cos\varphi = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et $\sin\varphi = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$