Découpe de pare-chocs pour l'automobile

1 Soit Σ, l'ensemble des pièces en mouvement :

$$Ec(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} \cdot J_r \cdot \omega_m^2 + 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot J_p \cdot \omega_p^2 \right] + \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2$$

Avec $\omega_p = r \cdot \omega_m$ et $V = R_p \cdot \omega_p = r \cdot R_p \cdot \omega_m$

Donc : $$Ec(\Sigma/0) = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\left[J_m + J_r + 2 \cdot r^2 \cdot J_p + M \cdot r^2 \cdot R_p^2 \right]}_{J_{Teq}} \cdot \omega_m^2$$

A° num : $J_{Teq} \simeq 6,64 \cdot 10^{-4} \ kg \cdot m^2$

2 $X = \int_0^T v(t) \cdot dt$ = aire sous le trapèze de vitesse

$$X = V_a \cdot (T - t_a)$$

3 J'isole Σ et je liste :

- $P_{int} = 0$ (pertes du réducteur prises en compte dans le rendement)
- P_{ext} :
  - Puissances du type $P_{0 \to S/0} = 0$ car liaisons parfaites (0 : bâti)
  - Puissances motrices utiles : $P_{mot} = \eta \cdot C_m \cdot \omega_m$

$$\blacktriangleright\ P_{poids \to \Sigma/0} = -M \cdot g \cdot V$$

On a donc :

$$\eta \cdot C_m \cdot \omega_m - M \cdot g \cdot V = J_{Teq} \cdot \omega_m \cdot \dot{\omega}_m$$

Donc :

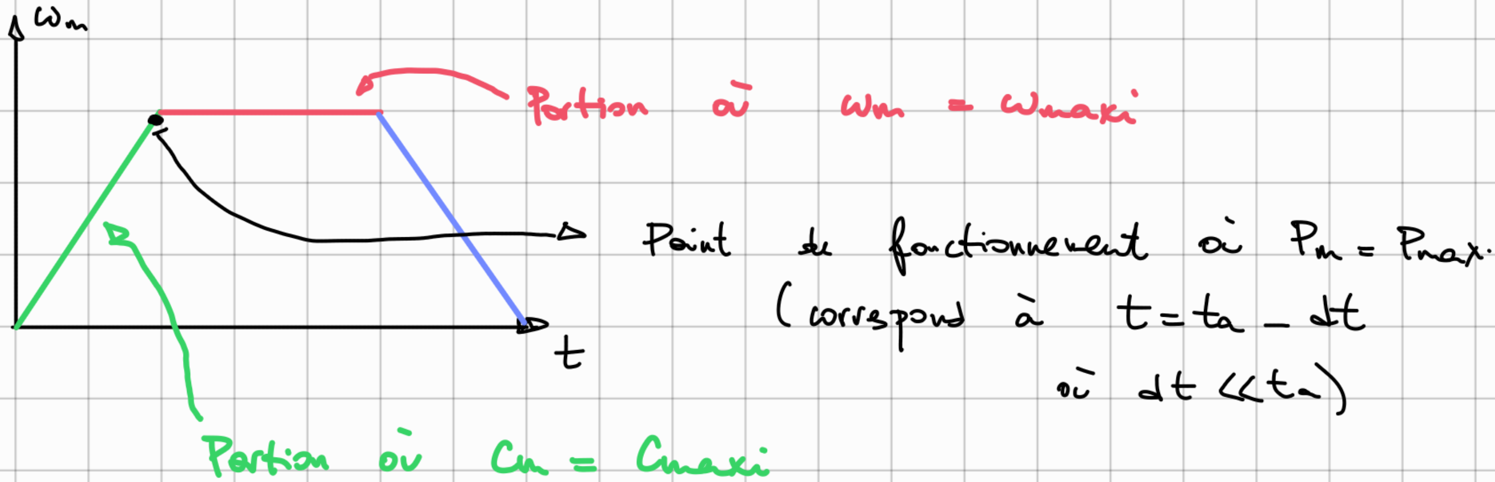
$$\eta \cdot C_m \cdot \cancel{\omega_m} - M \cdot g \cdot r \cdot R_p \cdot \cancel{\omega_m} = J_{Teq} \cdot \cancel{\omega_m} \cdot \dot{\omega}_m$$

D'où : $C_m = \dfrac{1}{\eta} \cdot \left[J_{Teq} \cdot \dot{\omega}_m + M \cdot g \cdot r \cdot R_p \right]$

5 La puissance fournie par le moteur est :

$$P_m = C_m \cdot \omega_m$$

Si ω_m est maxi et qu'au même moment C_m est maxi aussi, alors il s'agira du moment où $P_m = P_{max}$.



6 Sans couple résistant : $C_m = \dfrac{1}{\eta} \cdot J_{Teq} \cdot \dot{\omega}_m$

$$C_m = \frac{1}{\eta} \cdot J_{Teq} \cdot \frac{\dot{V}}{r \cdot R_p}$$

Et dans la phase d'accélération : $\dot{V} = \dfrac{V_{max}}{t_a}$

Aussi : $W_{max} = \frac{V_{max}}{r \cdot R_p}$ où $V_{max} = V_a = \frac{X}{T - t_a}$

On a donc : $P_{max} = \frac{1}{\eta} \cdot J_{Teq} \cdot \frac{V_{max}}{t_a \cdot r \cdot R_p} \cdot \frac{V_{max}}{r \cdot R_p}$

$$= \frac{J_{Teq}}{\eta \cdot t_a \cdot r^2 \cdot R_p^2} \cdot V_{max}^2$$

$$P_{max} = \underbrace{\boxed{\frac{J_{Teq}}{\eta \cdot r^2 \cdot R_p^2}}}_{= A} \cdot \frac{X^2}{t_a \cdot (T - t_a)^2}$$

7 P_{max} est minimale si $\frac{d P_{max}}{d t_a}(t) = 0$ ou encore si :

$t_a \cdot (T - t_a)^2$ est maximal donc lorsque

$$(T - t_a)^2 - t_a \cdot 2 \cdot (T - t_a) = 0$$

donc $(T - t_a) \cdot [T - t_a - 2 \cdot t_a] = 0$

donc $(T - t_a) \cdot (T - 3 \cdot t_a) = 0$

donc si $t_a = T$ (pas de sens)

$t_a = \frac{T}{3}$: trapèze équi-réparti

8 On veut à la limite : $X = 0,65$ m et $T = 1$ s

Et donc $V_a = \frac{X}{T - t_a} = \frac{X}{\frac{2}{3} \cdot T} \simeq 0,975$ m/s

Alors : $C_m^{max} = \frac{1}{\eta} \cdot \left[J_{Teq} \cdot \dot{\omega}_m + M \cdot g \cdot r \cdot R_p \right] \simeq 1{,}15 \ N.m$

Et : $\omega_m^{max} = \frac{V_a}{r \cdot R_p} \simeq 305 \ rad/s \simeq 2\,910 \ tr/min$

- $C_m^{max} < 4{,}2 \ N.m$ donc le couple moteur est suffisant.
- $\omega_m^{max} < 3000 \ tr/min$ donc la fréquence de rotat° du moteur est suffisante.